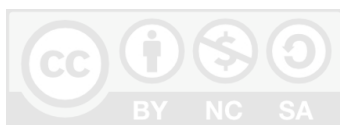


學習扶助基本學習內容

【國民小學數學學習領域】

(配合108課綱修訂版)



教育部彙編

中華民國110年07月

編者序

十二年國民基本教育課程綱要本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」及「共好」為理念，成就每一個孩子擁有「適性揚才、終身學習」的教育環境。數學領域課程綱要基於此理念與願景，從數學是一種語言、一種實用的規律科學、也是一種人文素養出發，提供每位學生有感的學習機會，培養學生正確使用工具的素養。數學科基本學習內容乃根據此目的，結構化數學學習內容，條理化呈現基本概念，便利學習扶助學生的檢測與學習，以達成數學科教學的目標。

本基本學習內容依據數學領域課程綱要，將國民小學數學主題分為數與量（N）、空間與形狀（S）、關係（R）、資料與不確定性（D），並依循此四大主題訂定「基本學習內容」與其對應的「基本學習表現」。「基本學習內容」涵蓋基礎重要的事實、概念、原理原則、技能與後設認知等知識，教師可依學習扶助學生的需求與特性，將基本學習內容做適當的轉化，發展適當的教材，進行差異化教學，以達因材施教的教育理念。依據「基本學習內容」列出學生對應的「基本學習表現」，強調以學生為中心，重視認知、推理、情意態度與應用的學習展現。教師可根據「基本學習表現」，觀察學習



扶助學生的學習特徵表現，掌握其學習方向、行為、與發展。

本「基本學習內容」的條目敘寫方式，均會先敘明該條目的預備知識及該條目的教學目標，摘要教學重點及注意事項。必要時，會呈現學生常出現的迷思概念，以及對應的教學策略。然而，十二年國民基本教育數學領域課程綱要的學習內容中，仍有一些比較艱深且應用層面較為狹隘的數學內容。考量學習扶助學生的能力，本「基本學習內容」為減輕其學習負擔，乃針對這些艱深的數學內容標示為「不過度評量」、「不評量」、「不處理」三類。其中，「不過度評量」是指教師可進行教學，但不要求學習扶助的學生精熟此概念或計算，因此不要過度評量。「不評量」是指教師可進行教學，但因為此主題偏向數學探索，因此不要評量。「不處理」是指教師可不進行此主題的教學，因為主題過於艱深且不影響往後的基本學習，當然也不要評量此概念。

學習扶助教學是一項需要專業和熱忱的工作，本基本學習內容的訂定只是協助教師能更順暢的完成，後續搭配的還有對應的學習扶助檢測試題與教材。期許各界除了重視「菁英教學」外，更能察覺與提升弱勢族群的學習環境，創造族群融合共好的大同社會。最後，竭誠歡迎各界教師、專家和學者的批評與指教。



國民小學一年級數學基本學習內容

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
數與量	N-1-1	<p>一百以內的數：含操作活動。用數表示多少與順序。結合數數、位值表徵、位值表。位值單位「個」和「十」。位值單位換算。認識 0 的位值意義。</p> <p>備註：教學可數到最後的「一百」，但不進行超過一百的教學。可點數代表一和十的積木進行位值教學。學習 0 的位值意義以便順利連結日後直式計算之學習。</p>	<p>NC-1-1-1 100 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。</p> <p>NC-1-1-2 認識「個位」及「十位」的位名，100 以內位值單位的換算。</p> <p>NC-1-1-3 100 以內兩量的多少及兩數的大小。</p> <p>NC-1-1-4 100 以內序數的命名，並用序數描述位置及先後關係。</p> <p>NC-1-1-5 2 個一數、5 個一數、10 個一數。</p>
	N-1-2	<p>加法和減法：加法和減法的意義與應用。含「添加型」、「併加型」、「拿走型」、「比較型」等應用問題。加法和減法算式。</p> <p>備註：強調「併加型」（合成型）的學習以理解加法交換律。處理「0」的加減。應含加、減法並陳之單元，使學生主動察覺加法和減法問題的差異。一年級不做加數、被加數、減數、被減數未知題型（N-2-3）。</p>	<p>NC-1-2-1 理解加法與減法的意義，並用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。</p> <p>NC-1-2-2 用加法與減法，解決生活中的問題。（和數或被減數小於 100）。</p>
	N-1-3	<p>基本加減法：以操作活動為主。以熟練為目標。指 1 到 10 之數與 1 到 10 之數的加法，及反向的減法計算。</p> <p>備註：在活動過程中，可能練習到兩步驟以上的加減混合數算，這是活動的常態，其中自然延伸之計算策略與數感建立更值得鼓勵，這種活動不是兩步驟計算的正式教學。</p>	<p>NC-1-3-1 熟練基本加減法。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-1-4	解題：1元、5元、10元、50元、100元。 以操作活動為主。數錢、換錢、找錢。 備註： 容許多元策略，以利建立數感，教師不應視為單純的加減單元。	NC-1-4-1 認識1元、5元、10元、50元、100元等錢幣，並能用這些錢幣來數錢、換錢、付錢、找錢。
	N-1-5	長度（同S-1-1）： 以操作活動為主。初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。 備註： 活動內容含直線與曲線。本條目教學無常用單位(N-2-11)。	NC-1-5-1 認識直線與曲線，進行長度的直接比較，並用「長、短、高、矮」等描述比較的結果。 NC-1-5-2 利用間接比較（含個別單位的方法）比較兩物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行比較與加減計算。
	N-1-6	日常時間用語： 以操作活動為主。簡單日期報讀「幾月幾日」；「明天」、「今天」、「昨天」；「上午」、「中午」、「下午」、「晚上」。簡單時刻報讀「整點」與「半點」。 備註： 活動以教師和學生在教室中溝通之時間用語為原則，非時間單位結構之教學（N-2-13、N-2-14）。簡單日期指日曆之「幾月幾日」，不含曆法結構。時刻須以鐘面教學。簡單鐘面時期限「整點」與「半點」。	NC-1-6-1 認識常用時間用語。 NC-1-6-2 查閱日曆、月曆和年曆。 NC-1-6-3 認識鐘面上整點、半點的時刻。
空間與形狀	S-1-1	長度（同N-1-5）： 以操作活動為主。初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。 備註： 活動內容含直線與曲線。本條目教學無常用單位(N-2-11)。	SC-1-1-1 認識直線與曲線，進行長度的直接比較，並用「長、短、高、矮」等描述比較的結果。 SC-1-1-2 利用間接比較（含個別單位的方法）比較兩物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行比較與加減計算。



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	S-1-2	<p>形體的操作：以操作活動為主。描繪、複製、拼貼、堆疊。</p> <p>備註：應包含平面圖形、立體形體或兩者互動之活動，豐富學生之幾何操作經驗。</p>	<p>SC-1-2-1</p> <p>描繪或複製簡單平面圖形，並能依給定圖示，將簡單形體作平面拼貼與立體堆疊。</p>
關係	R-1-1	<p>算式與符號：含加減算式中的數、加號、減號、等號。以說、讀、聽、寫、做檢驗學生的理解。適用於後續階段。</p> <p>備註：此條目包括小學之後的學習，不再另列條目。本條目應在加減法單元中完成，不須另立獨立單元。</p>	<p>RC-1-1-1</p> <p>從合成、分解的活動中，理解加法與減法的意義，並用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。</p> <p>RC-1-1-2</p> <p>用加法與減法，解決生活中的問題。（和數或被減數小於 100）</p>
	R-1-2	<p>兩數相加的順序不影響其和：加法交換律。可併入其他教學活動。</p> <p>備註：先用「併加型」（合成型）情境說明，再應用於其他情境。不出現「加法交換律」一詞。</p>	<p>RC-1-2-1</p> <p>認識加法的交換律。</p>
資料與不確定性	D-1-1	<p>簡單分類：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現日常生活物品，報讀、說明已處理好之分類。觀察分類的模式，知道同一組資料可有不同的分類方式。</p> <p>備註：本條目活動中呈現之說明圖表皆出自學生的創意，並非正式表格（D-3-1）與統計圖表的教學（D-4-1）以後。</p>	<p>DC-1-1-1</p> <p>對生活中的事件或活動做初步的分類與記錄。</p>

國民小學二年級數學基本學習內容

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
數與量	N-2-1	<p>一千以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「百」。位值單位換算。</p> <p>備註：教學可數到最後的「一千」，但不進行超過一千的教學。學生能局部從某數開始前後數數。須點數表示位值之積木，並熟練「十個一數」、「百個一數」的數數模式。</p>	<p>NC-2-1-1 1000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。</p> <p>NC-2-1-2 認識「百位」的位名，並進行 1000 以內位值單位的換算。</p>
	N-2-2	<p>加減算式與直式計算：用位值理解多位數加減計算的原理與方法。初期可操作、橫式、直式等方法並陳，二年級最後歸結於直式計算，做為後續更大位數計算之基礎。直式計算的基礎為位值概念與基本加減法，教師須說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：不論橫式或直式，加法含二次進位，減法限一次退位。須處理數字中有 0 的題型。為了熟悉位值與直式計算的關係，應先在有位值的表格中學習記錄與計算。</p>	<p>NC-2-2-1 熟練二位數加減直式計算。</p> <p>NC-2-2-2 熟練三位數加減直式計算(不含兩次退位)。</p>
	N-2-3	<p>解題：加減應用問題。加數、被加數、減數、被減數未知之應用解題。連結加與減的關係 (R-2-4)。</p> <p>備註：教師使用解題策略協助學生理解與轉化問題(花片模型、線段圖、空格算式或加減互逆等)，但不發展成學生答題之固定格式。本條目不須另立單元教學。</p>	<p>NC-2-3-1 理解加減互逆，並運用於驗算與解題。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-2-4	解題：簡單加減估算。 具體生活情境。以百位數估算為主。 備註： 估算解題的布題應貼近生活情境。	NC-2-4-1 簡單的二位數及三位數的加減估算，並檢驗答案的合理性。
	N-2-5	解題：100元、500元、1000元。 以操作活動為主兼及計算。容許多元策略，協助建立數感。包含已學習之更小幣值。 備註： 本單元的進行可與估算連結(N-2-4)。	NC-2-5-1 認識100元、500元1000元等錢幣，並能用1000元以內的錢幣來數錢、換錢、付錢、找錢。
	N-2-6	乘法：乘法的意義與應用。 在學習乘法過程，逐步發展「倍」的概念，做為統整乘法應用情境的語言。 備註： 可在乘法解題脈絡中，自然使用連加算式，不限步驟。最後能以行列模型理解乘法交換律(R-2-3)。	NC-2-6-1 理解乘法的意義，並用乘法算式記錄連加活動的結果。 NC-2-6-2 用乘法解決生活中的問題。
	N-2-7	十十乘法： 乘除直式計算的基礎，以熟練為目標。 備註： 本單元應和乘法概念的學習同時進行，不可要求學生死背乘法表。本條目的學習可協助在除法情境(如N-2-9)中察覺乘與除的關係。	NC-2-7-1 理解十十乘法。
	N-2-8	解題：兩步驟應用問題(加、減、乘)。 加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。 備註： 連乘在三年級(N-3-7)。	NC-2-8-1 加與減兩步驟問題(不含併式)。 NC-2-8-2 先乘後加(減)兩步驟問題(不含併式)。 NC-2-8-3 先加(減)後乘兩步驟問題(不含併式)。

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-2-9	<p>解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，驗發現問題和乘法模式的關連。</p> <p>備註：本條目非除法教學，不列除式，不用「除」的名稱(N-3-4)。限相當於整除的問題。數學應在「十十乘法」範圍中進行。可用幾個一數或連減協助，但不可成為答題格式。</p>	<p>NC-2-9-1 理解分裝問題。</p> <p>NC-2-9-2 理解平分問題。</p>
	N-2-10	<p>單位分數的認識：從等分配的活動（如摺紙）認識單部分為全部的「幾分之一」。知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、「的四分之一」的溝通意義。在已等分割之格圖中，能說明一格為全部的「幾分之一」。</p> <p>備註：學生應知道等分配活動之目的。二年級之分數活動與教學線連續量，不處理離散量，避免和 N-2-9 混淆。摺紙限「摺半」操作：例如用長方形摺出分母 2、4、8 的單位分數；用圓摺出分母 2 或 4 之單位分數。已等分割之格圖，應呼應等分割活動，以長方形或圓形為主。「的幾分之一」的用語僅限於活動與溝通，不是分數乘法問題。</p>	<p>NC-2-10-1 單位分數的命名及說、讀、聽、寫、做。</p>
	N-2-11	<p>長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>備註：基於 N-2-1 的限制，單位換算時公尺數限個位數。長度的加減問題必須包含和數線加減可以連結之題材 (N-3-11)。</p>	<p>NC-2-11-1 認識用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。</p> <p>NC-2-11-2 認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並作相關的實測、估測與計算；公分、公尺單位間的化聚。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-2-12	<p>容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學 應包含初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。不同的量應分不同的單元學習。</p> <p>備註：雖然重量部分的教學主要使用天平，但學生仍須實際體驗重量的量感。本條目教學無常用單位（N-3-14、N-3-15、N-3-16）。</p>	<p>NC-2-12-1 認識容量並進行容量的直接、間接與個別單位比較。</p> <p>NC-2-12-2 認識重量並進行重量的直接、間接與個別單位比較。</p> <p>NC-2-12-3 認識面積並進行面積的直接、間接與個別單位比較。</p>
	N-2-13	<p>鐘面的時刻：以操作活動為主。以鐘面時針與分針之位置認識「幾時幾分」。含兩整時時刻之間的整時點數（時間加減的前置經驗）。</p> <p>備註：同時加強「五個一數」、「十個一數」。本活動不含秒針教學。整時的點數教學須配合鐘面進行。</p>	<p>NC-2-13-1 認識鐘面上的刻度結構，並報讀鐘面上的時刻是幾時幾分。</p> <p>NC-2-13-2 認識整點至整點間經過多少時間。</p>
	N-2-14	<p>時間：「年」、「月」、「日」、「星期」。</p> <p>理解所列時間單位之關係與約定。</p> <p>備註：本條目可包含簡單計算問題（如暑假的總天數）。不做時間間格問題。可觀察月曆結構模式。可教「閏年」，但只談「四年一閏」。</p>	<p>NC-2-14-1 認識時間單位「年」、「月」、「星期」、「日」，並知道一年有 12 個月、每個月的天數及一星期有 7 天。</p>
空間與形狀	S-2-1	<p>物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體（包含平面圖形與立體形體），並連結幾何概念（如長、短、大、小等）。</p> <p>備註：本條目之活動以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。</p>	<p>SC-2-1-1 認識簡單平面圖形的角、頂點與邊。</p> <p>SC-2-1-2 認識簡單立體形體的頂點、邊與面。</p> <p>SC-2-1-3 認識平面圖形的內、外部與其周界。</p>

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	S-2-2	<p>簡單幾何形體：以操作活動為主。包含平面圖形與立體形體。辨認與描述平面圖形與立體形體的幾何特徵並做分類。</p> <p>備註：可做溝通使用之命名教學，但勿發展為嚴格定義之學習（S-4-7、S-4-8）。可配合資料分類與呈現之教學（D-2-1）。</p>	<p>SC-2-2-1 辨認、描述與分類簡單平面圖形（圓、三角形、正方形、長方形等）。</p> <p>SC-2-2-2 辨認、描述與分類簡單立體形體（球體、正方體、長方體、圓柱體等）。</p>
	S-2-3	<p>直尺操作：測量長度。報讀公分數。指定長度之線段作圖。</p> <p>備註：由此開始建立學習與使用測量工具的良好習慣。測量都會有誤差，教師教學和評量時應注意區分誤差和錯誤的差別。</p>	<p>SC-2-3-1 用直尺測量給定線段的長度及兩點的距離。</p>
	S-2-4	<p>平面圖形的邊長：以操作活動與直尺實測為主。認識特殊幾何圖形的邊長關係。含周長的計算活動。</p> <p>備註：周長計算為簡單加法連加，不受限於兩步驟加法的限制。本條目強調操作與簡單計算，但不處理公式。</p>	<p>SC-2-4-1 認識給定的正方形、長方形、正三角形、等腰三角形的邊長關係。</p> <p>SC-2-4-2 認識周長，並實測周長。</p>
	S-2-5	<p>面積：以具體操作為主。初步認識、直接比較、間接比較(含個別單位)。</p> <p>備註：本條目相當於 N-2-12 的部分。</p>	<p>SC-2-5-1 認識面積並進行面積的直接、間接與個別單位比較。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
關係	R-2-1	<p>大小關係與遞移律：「$>$」或「$<$」符號在算式中的意義，大小的遞移關係。</p> <p>備註：教學不出現「遞移律」一詞。本階段應在加減法單元中完成，不須獨立單元教學。</p>	<p>RC-2-1-1 用$<$、$=$與$>$表示數量大小關係。</p> <p>RC-2-1-2 認識$<$、$=$與$>$的遞移律。</p>
	R-2-2	<p>三數相加，順序改變不影響其和：加法交換律和結合律的綜合。可併入其他教學活動。</p> <p>備註：先在加法的「併加型」（合成型）情境中說明。教學不出現「結合律」一詞。</p>	<p>RC-2-2-1 認識加法順序改變並不影響其和的性質。</p>
	R-2-3	<p>兩數相乘的順序不影響其積：乘法交換律。可併入其他教學活動。</p> <p>備註：「乘法交換律」不宜太早教學，建議在2年級後期，以行列模型教學。教學不出現「乘法交換律」一詞。</p>	<p>RC-2-3-1 認識乘法交換律。</p>
	R-2-4	<p>加法與減法的關係：加減互逆。應用於驗算與解題。</p> <p>備註：應用加減互逆到驗算時，只用加法驗算減法答案，但不用減法驗算加法答案。</p>	<p>RC-2-4-1 理解加減互逆，並運用於驗算與解題。</p>
資料與不確定性	D-2-1	<p>分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。</p> <p>備註：非正式表格與統計圖表教學（見D-1-1備註）。可配合平面圖形與立體形體教學（S-2-2）。</p>	<p>DC-2-1-1 將蒐集的資料依照物體性質進行分類，並能說出分類方式。</p> <p>DC-2-1-2 將分類的結果以圖表呈現並說明。</p>

國民小學三年級數學基本學習內容

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
數與量	N-3-1	<p>一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。</p> <p>備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。</p>	<p>NC-3-1-1 10000 以內數的命名及說、讀、聽、寫、做。</p> <p>NC-3-1-2 認識「千位」的位名，並進行 10000 以內位值單位的換算。</p>
	N-3-2	<p>加減直式計算：含加、減法多次進、退位。</p> <p>備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。</p>	<p>NC-3-2-1 熟練加減直式計算。(和或被減數 < 10000，含多重進退位)。</p>
	N-3-3	<p>乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。</p> <p>備註：需處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後需能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。</p>	<p>NC-3-3-1 熟練二位數乘以一位數的直式計算。</p> <p>NC-3-3-2 熟練三位數乘以一位數的直式計算。</p>
	N-3-4	<p>除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題，熟練十十乘法範圍的除法，作為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，在處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法的問題差異。</p>	<p>NC-3-4-1 理解除法的意義，並用除法算式記錄分裝或平分活動的結果。</p> <p>NC-3-4-2 用除法解決生活中的問題。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-3-5	除以一位數 ：除數直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。 備註 ：需處理被除數有0的題型。	NC-3-5-1 熟練二位數除以一位數的直式計算。 NC-3-5-2 熟練三位數除以一位數的直式計算。
	N-3-6	解題：乘除應用問題 。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係（R-3-1）。 備註 ：可使用解題策略協助學生理解與轉化問題（例如「倍」的語言、空格算式、乘除互逆等）。本條目不須另立單元教學。	NC-3-6-1 理解乘除互逆，並運用於驗算與解題。
	N-3-7	解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘） 。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註 ：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。	NC-3-7-1 先除後加(減)兩步驟問題（不含併式）。 NC-3-7-2 先加(減)後除兩步驟問題（不含併式）。 NC-3-7-3 連乘兩步驟問題(不含併式)。
	N-3-8	解題：四則估算 。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。 備註 ：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。	NC-3-8-1 簡單的四位數加減估算。 NC-3-8-2 簡單的乘除估算。

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-3-9	<p>簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學（N-4-5）。應區分真分數與假分數之教學（例如分開於上、下學期）。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數（如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況）。</p>	<p>NC-3-9-1 分數的命名及說、讀、聽、寫、做。</p> <p>NC-3-9-2 同分母分數的比較與加減。</p>
	N-3-10	<p>一位小數：認識小數與小數點。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「十分位」。位值單位換算。比較、加減（含直式計算）與解題。</p> <p>備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。小數應用情境應以連續量為主。</p>	<p>NC-3-10-1 認識一位小數，並作比較與加減計算。</p>
	N-3-11	<p>整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。</p> <p>備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法（N-2-11），理解在數線上做加、減的意義。</p>	<p>NC-3-11-1 認識整數數線，並在數線上比較兩數大小。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-3-12	<p>長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。</p>	<p>NC-3-12-1 認識長度單位「毫米」，並能做相關的實測、估測與計算；公尺、公分、毫米單位間的化聚。</p> <p>NC-3-12-2 公尺、公分、毫米複名數的加減計算。</p>
	N-3-13	<p>角與角度（同 S-3-1）：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。</p> <p>備註：用直尺或三角板的直角來認識與複製直角。教學應處理角大小與邊長長短或面積大小混淆之常見錯誤。</p>	<p>NC-3-13-1 認識角，並進行角的直接及間接比較。</p>
	N-3-14	<p>面積：「平方公分」。實測、量感、估測與計算。</p> <p>備註：應用平方公分板（百格圖），協助點數簡單圖形 如正方形、長方形、三角形之面積，但不發展一般公式。</p>	<p>NC-3-14-1 認識面積單位「平方公分」，並進行實測、估測及計算。</p>
	N-3-15	<p>容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。</p>	<p>NC-3-15-1 認識容量單位「公升」、「毫升」，並作相關的實測、估測與計算；公升、毫升單位間的化聚。</p> <p>NC-3-15-2 公升、毫升複名數的加、減計算(不進退位)。</p>

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-3-16	重量 ：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註 ：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。	NC-3-16-1 認識重量單位「公斤」、「公克」，並作相關的實測、估測與計算；公斤、公克單位間的化聚。 N-3-16-2 公斤、公克複名數的加、減計算(不進退位)。
	N-3-17	時間 ：「日」、「時」、「分」、「秒」。實測、量感、估測與計算。時間單位的換算。認識時間加減問題的類型。 備註 ：時間加減問題以認識加減問題類型為原則(較深入者見 N-4-13)，處理時刻或時間量等常見加減問題。本年級加減限(1)同單位時間量;(2)時、分複名數加減(無進、退位)。	NC-3-17-1 認識時間單位「日」、「小時」、「分鐘」、「秒鐘」，及時間單位「日」、「小時」、「分鐘」、「秒鐘」相鄰兩單位的化聚關係。 NC-3-17-2 進行時、分複名數時間量的加減(不進退位)。
空間與形狀	S-3-1	角與角度 （同 N-3-13）：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註 ：用直尺或三角板的直角來認識與複製直角。教學應處理角大小與邊長長短或面積大小混淆之常見錯誤。	SC-3-1-1 認識角，並進行角的直接及間接比較。
	S-3-2	正方形和長方形 ：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註 ：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。	SC-3-2-1 以「角」與「邊」等構成要素，辨認正方形。 SC-3-2-2 以「角」與「邊」等構成要素，辨認長方形。
	S-3-3	圓 ：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註 ：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。	SC-3-3-1 認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」並使用圓規畫圓。

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	S-3-4	<p>幾何形體之操作：以操作活動為主。平面圖形的分割與重組。初步體驗展開圖如何黏合成立體形體。知道不同之展開圖可能黏合成同一形狀之立體形體。</p> <p>備註：以操作體驗平面圖形關係與空間感為目標，啟發學生探討與發現之興趣，但不做任何數學知識的歸納。展開圖活動只是初步體驗，勿做過多複雜推理活動。本條目不做操作以外的紙筆評量。</p>	<p>SC-3-4-1 將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單圖形。</p>
關係	R-3-1	<p>乘法與除法的關係：乘除互逆。應用於驗算與解題。(同 N-3-6)</p> <p>備註：理解例如「3 的幾倍是 15」、「什麼數的 4 倍是 12」要用除法列式解題。</p>	<p>RC-3-1-1 理解乘除互逆，並運用於驗算與解題。</p>
	R-3-2	<p>數量模式與推理(I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。</p> <p>備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公視，此非本條目之學習目標。可結合表格教學(D-3-1)。</p>	<p>RC-3-2-1 找出一維變化模式的下一項，並說明理由。</p>
資料與不確定性	D-3-1	<p>一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。</p> <p>備註：製作表格不限於日常資料統計性題材，也可應用於觀察數量模式的變化(R-3-2)。</p>	<p>DC-3-1-1 認識一維表格。</p> <p>DC-3-1-2 認識二維表格。</p>



國民小學四年級數學基本學習內容

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
數與量	N-4-1	<p>一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30萬1200」與「21萬300」的加減法。</p> <p>備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。</p>	<p>NC-4-1-1 一億以內數的命名及說、讀、聽、寫。</p> <p>NC-4-1-2 認識「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」的位名；一億以內數的位值單位的換算。</p>
	N-4-2	<p>較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念性說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意0的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「1600×200」與「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>	<p>NC-4-2-1 熟練較大位數的乘法直式計算。</p> <p>NC-4-2-2 熟練較大位數的除法直式計算。</p>
	N-4-3	<p>解題：兩步驟應用問題（乘除，連除）。乘與除、連除之應用解題。</p> <p>備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型，教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行（R-4-1）。</p>	<p>NC-4-3-1 乘、除兩步驟問題（不含併式）。</p> <p>NC-4-3-2 連除兩步驟問題（不含併式）。</p>
	N-4-4	<p>解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「\approx」的使用。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。</p>	<p>NC-4-4-1 用無條件進入法、無條件捨去法取概數。</p> <p>NC-4-4-2 用四捨五入法對大數在指定位數取概數。</p> <p>NC-4-4-3 用四捨五入法對大數在指定位數取概數後，再做加、減之計算。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-4-5	<p>同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。</p> <p>備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。</p>	<p>NC-4-5-1 真分數、假分數與帶分數的命名及說、讀、聽、寫、做。</p> <p>NC-4-5-2 熟練假分數與帶分數的互換。</p> <p>NC-4-5-3 同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。</p>
	N-4-6	<p>等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。</p> <p>備註：簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。與小數互換之簡單分數指分母為 2、5、10、100。</p>	<p>NC-4-6-1 認識等值分數。</p> <p>NC-4-6-2 簡單異分母分數的大小比較與加減</p> <p>NC-4-6-3 簡單分數與小數的互換。</p>
	N-4-7	<p>二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。</p> <p>備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。</p>	<p>NC-4-7-1 認識二位小數。</p> <p>NC-4-7-2 熟練二位小數加、減和整數倍直式計算。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-4-8	<p>數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。</p> <p>備註：標記限一位小數（相當於分母等於10）與分母不大於5的分數。以等值分數思維（N-4-6）協助學生認識整數、分數、小數為一體。因初學等值分數，本條目不處理分數和小數的混合計算問題。</p>	<p>NC-4-8-1 認識一位小數數線。</p> <p>NC-4-8-2 認識分數數線。</p>
	N-4-9	<p>長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。</p> <p>備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。</p>	<p>NC-4-9-1 認識長度單位「公里」；「公里」與「公尺」、「公分」單位間的化聚(只處理大單位化為小單位)。</p> <p>NC-4-9-2 含公里單位複名數的加減及整數倍乘法計算。</p>
	N-4-10	<p>角度「度」(同 S-4-1)：量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識180度到360度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。</p> <p>備註：量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。</p>	<p>NC-4-10-1 認識角度單位「度」。</p>
	N-4-11	<p>面積：「平方公尺」。實測、量感、估測與計算。</p> <p>備註：基於N-4-2，本條目不作「平方公分」換到「平方公尺」的問題。不用複名數進行計算。</p>	<p>NC-4-11-1 認識面積單位「平方公尺」；「平方公分」、「平方公尺」單位間化聚(只處理大單位化為小單位)。</p>

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	N-4-12	<p>體積與「立方公分」：以具體操作為主。體積認識基於 1 立方公分之正方體。</p> <p>備註：教學應注意體積不容易做直接與間接比較，應和 1 立方公分之正方體一起教學。同 S-4-4。</p>	NC-4-12-1 認識體積及體積單位「立方公分」，並進行實測、估測及計算。
	N-4-13	<p>解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。含時間單位換算。</p> <p>備註：教學須包含各種類型的時間加減問題。建議不直接談時差，與時差有關問題，可在布題時先處理。</p>	NC-4-13-1 認識 12 時制及 24 時制，並能進行互換。 NC-4-13-2 解決複名數時間和時刻的加減問題。
空間與形狀	S-4-1	<p>角度：「度」（同 N-4-10）：量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。</p> <p>備註：量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。</p>	SC-4-1-1 認識角度單位「度」。
	S-4-2	<p>解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。</p> <p>備註：不處理超過 360 度的問題。</p>	SC-4-2-1 理解旋轉角的意義，並能認識平角及周角。
	S-4-3	<p>正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。</p> <p>備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。</p>	SC-4-3-1 理解長方形和正方形的周長公式。 SC-4-3-2 理解長方形和正方形的面積公式。



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	S-4-4	<p>體積：以具體操作為主。在活動中認識體積的意義與比較。認識 1 立方公分之正方體，能理解並計數正方體堆疊的體積。</p> <p>備註：教學應注意體積不容易做直接與間接比較，應和 1 立方公分之正方體一起教學。同 N-4-12。</p>	<p>SC-4-4-1 認識體積及體積單位「立方公分」，並進行實測、估測及計算。</p>
	S-4-5	<p>垂直與平行：以具體操作為主。直角是 90 度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線；作平行線。</p> <p>備註：透過操作和觀察知道平行線間距離處處相等，非數學證明。</p>	<p>SC-4-5-1 理解平面上兩線垂直的意義。</p> <p>SC-4-5-2 理解平面上兩線平行的意義。</p>
	S-4-6	<p>平面圖形的全等：以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。</p> <p>備註：在具有平移或旋轉對稱特性的圖形上，學生可察覺豐富的全等模式。平移、旋轉、翻轉描述操作的方式，非名詞教學，名詞不應出現。</p>	<p>SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。</p>
	S-4-7	<p>三角形：以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。</p>	<p>SC-4-7-1 運用「角」與「邊」的特徵比對辨認三角形。</p> <p>SC-4-7-2 透過操作，認識三角形的簡單性質。</p>



主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	S-4-8	<p>四邊形：以邊與角的特徵（含平行）認識特殊四邊形 並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。</p> <p>備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。</p>	<p>SC-4-8-1 運用「角」與「邊」的特徵比對，辨識正方形、長方形、菱形。</p> <p>SC-4-8-2 運用「有幾雙對邊平行」的特徵比對，辨識平行四邊形、梯形。</p> <p>SC-4-8-3 透過操作，認識四邊形的簡單性質。</p>
關係	R-4-1	<p>兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。</p> <p>備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題（N-2-8、N-3-7），也應複習並進行併式學習。</p>	<p>RC-4-1-1 用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。</p> <p>RC-4-1-2 整數四則混合計算(兩步驟)。</p>
	R-4-2	<p>四則計算規律 (I)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。</p> <p>備註：加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。</p>	<p>RC-4-2-1 理解乘法結合律。</p> <p>RC-4-2-2 在四則混合計算中，應用數的運算性質簡化計算。</p>

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
	R-4-3	<p>以文字表示數學公式:理解以文字和運算符號聯合表示的數學公式，並能應用公式。可併入其他教學活動(如 S-4-3)。</p> <p>備註: 如 S-4-3 的「長方形面積=長×寬」、「正方形周長=邊長×4」等。</p>	<p>RC-4-3-1 用文字表示長方形和正方形的周長公式。</p> <p>RC-4-3-2 用文字表示長方形和正方形的面積公式</p>
	R-4-4	<p>數量模式與推理 (II) :以操作活動為主。二維變化模式之觀察與推理，如二維數字圖之推理。奇數與偶數，及其加、減、乘模式。</p> <p>備註: 含學生之簡單推理與說明。如百數表模式、月曆模式之數字模式等。不可出現公式，此非本條目之學習目標。</p>	<p>RC-4-4-1 找出二維變化模式的下一項，並說明理由。</p>
資料與不確定性	D-4-1	<p>報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖:報讀與說明 生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。</p> <p>備註: 教學與示例應注意處理「分類資料」與「有序變化性資料」之差別。</p>	<p>DC-4-1-1 報讀長條圖。</p> <p>DC-4-1-2 報讀折線圖。</p>

國民小學五年級數學基本學習內容

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
數與量	N-5-1	<p>十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。</p> <p>備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「300×1200」與「$600000 \div 4000$」之處理。</p>	NC-5-1-1 認識十進位位值系統。
	N-5-2	<p>解題：多步驟應用問題。除「平均」之外，原則上為三步驟解題應用。</p> <p>備註：以學生較熟悉、能直接併式之問題為原則。本條目要求併式。須含分配律情境之三步驟問題，以和分配律教學連結（R-5-2）。</p>	NC-5-2-1 解決三步驟問題，並用併式記錄三步驟問題的解題活動。 NC-5-2-2 用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。
	N-5-3	<p>公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。</p> <p>備註：以概念認識為主，不用短除法（N-6-1、N-6-2）。</p>	NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數。 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數。 NC-5-3-3 認識 2、3、5 及 10 的倍數判斷方法。
	N-5-4	<p>異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。</p> <p>備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限（1）分母均為一位數；（2）一分母為另一分母的倍數，且兩數小於 100；（3）乘以 2、3、4、5 就可以找到兩分母之公倍數（如 12 與 18）。</p>	NC-5-4-1 用約分、擴分處理等值分數的換算。 NC-5-4-2 用通分作簡單異分母分數的比較與加減。



N-5-5	<p>分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立備註：建立例如「的$\frac{1}{2}$」和「$\frac{1}{2}$倍」的關連。</p>	<p>NC-5-5-1 理解整數乘以分數的意義。</p> <p>NC-5-5-2 理解分數乘以分數的意義。</p>
N-5-6	<p>整數相除之分數表示：從分裝（測量）和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。 備註：本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）。</p>	<p>NC-5-6-1 理解等分除情境分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>NC-5-6-2 理解包含除情境分數之「整數相除」的意涵。</p>
N-5-7	<p>分數除以整數：分數除以整數的意義。最後將問題轉化為乘以單位分數。 備註：等分除教學可運用乘法分數倍之經驗（N-5-5）。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）。</p>	<p>NC-5-7-1 理解分數除以整數的意義。</p>
N-5-8	<p>小數的乘法：整數乘以小數、小數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。 備註：先連結「乘以 0.1」和「乘以 0.01」的意義和乘法直式計算的經驗再做推廣。小數乘法直式計算的方法和整數類似，但須留意小數點記法和小數加減時記法不同。</p>	<p>NC-5-8-1 熟練乘數是小數乘法的直式計算。</p>
N-5-9	<p>整數、小數除以整數（商為小數）：整數除以整數（商為小數）、小數除以整數的意義。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。能用概數協助處理除不盡的情況。熟悉分母為 2、4、5、8 之真分數所對應的小數。 備註：原則上只處理商限三位小數的情況。可讓學生從計算中發現可能有除不盡的循環現象，教師以概數處理這類問題（N-5-11），不處理「循環小數」的命名與課題。</p>	<p>NC-5-9-1 熟練整數、小數除以整數，商為小數的直式計算。</p>



N-5-10	<p>解題：比率與應用。整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。</p> <p>備註：本條目限結果不大於1(100%)的應用情境(大於1之延伸情境見N-6-8)。</p>	<p>NC-5-10-1 認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。</p>
N-5-11	<p>解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。</p> <p>備註：教學討論近似問題時，不出現「誤差」、「近似值」之用語。</p>	<p>NC-5-11-1 用四捨五入法對小數在指定位數取概數。</p>
N-5-12	<p>面積：「公畝」、「公頃」、「平方公里」。生活實例之應用。含與「平方公尺」的換算與計算。使用概數。</p> <p>備註：針對量的大單位教學，教師應運用學生熟悉的生活示例，體會各單位的量感。</p>	<p>NC-5-12-1 認識面積單位「公畝」、「公頃」及「平方公里」；「平方公尺公畝」、「平方公尺」、「公頃」，「公畝、公頃」及「平方公尺、平方公里」單位間的化聚。</p> <p>NC-5-12-2 「平方公尺、公畝」，「公畝、公頃」單位複名數的加減及整數倍乘法計算。</p>
N-5-13	<p>重量：「公噸」。生活實例之應用。含與「公斤」的換算與計算。使用概數。</p> <p>備註：教師應運用學生熟悉的生活示例，體會各單位的量感。</p>	<p>NC-5-13-1 認識重量單位「公噸」；「公噸」與「公斤」單位的化聚。</p> <p>NC-5-13-2 「公噸」與「公斤」單位複名數的加減及整數倍乘法計算。</p>
N-5-14	<p>體積：「立方公尺」。簡單實測、量感、估測與計算。</p> <p>備註：不用複名數進行計算。1立方公尺與1立方公分的換算較龐雜，不須評量。</p>	<p>NC-5-14-1 認識體積單位「立方公尺」，並進行實測及估測。</p>
N-5-15	<p>解題：容積。容量、容積和體積間的關係。知道液體體積的意義。</p> <p>備註：教學中須包含如何以容積的想法求不規則物體的體積。</p>	<p>NC-5-15-1 理解容量、容積和體積間的關係。</p>
N-5-16	<p>解題：時間的乘除問題。在分數和小數學習的範圍內，解決與時間相關的乘除問題。</p> <p>備註：含以分數和小數表示的時間量。如15分是$\frac{1}{4}$時($\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$)；$\frac{1}{5}$時是12分($60 \times \frac{1}{5}=12$)。可含工程問題。</p>	<p>NC-5-16-1 時間量分、小數倍的化聚。</p> <p>NC-5-16-2 時間量複名數的整數倍乘法計算。</p> <p>NC-5-16-3 時間量複名數的除法計算。</p>



空間與形狀	S-5-1	<p>三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。</p> <p>備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度，三角形不可能有兩鈍角。</p>	<p>SC-5-1-1 理解三角形三內角和為 180 度。</p> <p>SC-5-1-2 理解三角形任意兩邊和大於第三邊。</p> <p>SC-5-1-3 理解平行四邊形的對邊相等、對角相等。</p>
	S-5-2	<p>三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。</p> <p>備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學 (N-5-5、N-5-8)。</p>	<p>SC-5-2-1 理解平行四邊形、三角形與梯形的面積公式。</p>
	S-5-3	<p>扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合(幾分之幾圓)。能畫出指定扇形。</p> <p>備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如「圓心角 90 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、$\frac{1}{6}$ 圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。</p>	<p>SC-5-3-1 認識扇形。</p>
	S-5-4	<p>線對稱：線對稱的意義。「對稱軸」、「對稱點」、「對稱邊」、「對稱角」。由操作活動知道特殊平面圖形的線對稱性質。利用線對稱做簡單幾何推理。製作或繪製線對稱圖形。</p> <p>備註：從操作活動察覺正三角形、等腰三角形、正方形、長方形、菱形、箏形(箏形指圖形，名詞不出現)、等腰梯形是線對稱圖形(避免告知)。在教學呈現時，線對稱軸應為垂直或平行(操作活動不在此限)。可處理正多邊形。</p>	<p>SC-5-4-1 認識線對稱圖形。</p>
	S-5-5	<p>正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。正方體與長方體的體積公式。</p> <p>備註：能算長方體的表面積，但不記成公式。</p>	<p>SC-5-5-1 理解長方體及正方體體積的計算公式。</p> <p>SC-5-5-2 理解長方體及正方體表面積的計算方法。</p>



	S-5-6	<p>空間中面與面的關係：以操作活動為主。生活中面與面平行或垂直的現象。正方體（長方體）中面與面的平行或垂直關係。用正方體（長方體）檢查面與面的平行與垂直。</p> <p>備註：強調操作與概念的合理性，不做嚴格定義。不用三角板檢查面與面的垂直，因為學生容易誤用。</p>	SC-5-6-1 認識面與面的平行與垂直。
	S-5-7	<p>球、柱體與錐體：以操作活動為主。認識球、（直）圓柱、（直）角柱、（直）角錐、（直）圓錐。認識柱體和錐體之構成要素與展開圖。檢查柱體兩底面平行；檢查柱體側面和底面垂直，錐體側面和底面不垂直。</p> <p>備註：應知球的截面截痕是圓、球的球心與半徑（「截面」「截痕」一詞不出現）。「直」或「正」之用語可不出現。角柱只介紹三角柱、四角柱、五角柱、六角柱。角錐只介紹三角錐、四角錐、五角錐、六角錐（S-9-13）。</p>	SC-5-7-1 認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。
關係	R-5-1	<p>R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。</p> <p>備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式（N-6-9）。</p>	本基本學習內容同 N-5-2。
	R-5-2	<p>四則計算規律(II)：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。</p> <p>備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」；不做$a \div (b \div c)$之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。</p>	RC-5-2-1 理解乘法對加法及減法的分配律，並運用於簡化計算。 RC-5-2-2 熟練四則運算的性質。 RC-5-2-3 熟練四則混合計算。

	R-5-3	<p>R-5-3 以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。</p> <p>備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。本條目並非取代「文字表示公式」(R-4-3)，後者較易理解之優點仍可保持。</p>	本基本學習內容不處理學習內容 R-5-3。
資料與不確定性	D-5-1	<p>製作折線圖：製作生活中的折線圖。</p> <p>備註：分辨折線圖之使用時機。</p>	本基本學習內容不處理學習內容 D-5-1。

國民小學六年級數學基本學習內容

主題	編碼	學習內容	基本學習內容
數與量	N-6-1	<p>20以內的質數和質因數分解：小於20的質數與合數。2、3、5的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。</p> <p>備註：被分解數的因數，在扣除2、3、5或其次方的部分後、只剩一因數，且此數除了49、77或91之外，只能是11、13、17或19。</p>	<p>NC-6-1-1 認識質數、合數。</p> <p>NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數$<$20，質因數$<$20，被分解數$<$100)。</p>



N-6-2	<p>最大公因數與最小公倍數：質因數分解法與短除法。兩數互質。運用到分數的約分與通分。</p> <p>備註：不做三數的最大公因數與最小公倍數。應包含練習將分數化成最簡分數的問題。</p>	<p>NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。</p> <p>NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。</p>
N-6-3	<p>分數的除法：整數除以分數、分數除以分數的意義。最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。</p> <p>備註：可不處理餘數問題。若要處理，限於具體合理的生活情境。餘數問題不評量。</p>	<p>NC-6-3-1 理解整數除以分數、分數除以分數的意義。</p>
N-6-4	<p>小數的除法：整數除以小數、小數除以小數的意義。直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理商一定比被除數小的錯誤類型。</p> <p>備註：可不處理餘數問題，若要處理，限於具體合理的生活情境，商限定為整數，並小心在直式計算中處理餘數問題。餘數問題不評量。</p>	<p>NC-6-4-1 熟練小數(整數)除以小數的直式計算。</p>
N-6-5	<p>解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。</p> <p>備註：含處理分數和小數混合乘除計算之常用技巧。</p>	<p>NC-6-5-1 用併式列出分數、小數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。</p> <p>NC-6-5-2 對整數和小數在指定位數用四捨五入法取概數，再做加、減、乘、除之計算。</p>
N-6-6	<p>比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。</p> <p>備註：比中各數原則上為整數，但也可包含簡單之小數與分數。</p>	<p>NC-6-6-1 認識比和比值。</p>

	N-6-7	<p>解題：速度。比和比值的應用。速度的意義。能做單位換算（大單位到小單位）。含不同時間區段的平均速度。含「距離＝速度×時間」公式。用比例思考協助解題。</p> <p>備註：除不同時間區段的平均速度問題外，小學速度問題的假設都是等速運動。含速度固定，時間為幾倍，距離即為幾倍的問題。含時間固定，速度為幾倍，距離即為幾倍的問題。所謂「大單位到小單位」，指的是不論是長度或時間，都只做大單位到小單位的換算。</p>	<p>NC-6-7-1 認識速度。</p> <p>NC-6-7-2 速度常用單位的化聚。</p>
	N-6-8	<p>解題：基準量與比較量。比和比值的應用。含交換基準時之關係。</p> <p>備註：所謂交換基準如以哥哥身高為1，弟弟身高為$\frac{4}{5}$，則以弟弟身高為1，哥哥身高為$\frac{5}{4}$。</p>	<p>NC-6-8-1 理解基準量與比較量的關係。</p>
	N-6-9	<p>解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題（同R-6-4）。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式）；（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合；（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結R-6-2、R-6-3。</p> <p>備註：乘法原理如3件上衣與5件裙子的搭配方式；加法原理如允許重複，1、2、3可排出幾種二位奇數；乘法原理與加法原理混合如1、2、3可排出幾種三位奇數。乘法原理和加法原理旨在初步學習計數的觀點，而非複雜的計數問題。本條目不要求併式。</p>	<p>NC-6-9-1 利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。</p>
空間與形	S-6-1	<p>放大與縮小：比例思考的應用。「幾倍放大圖」、「幾倍縮小圖」。知道縮放時，對應角相等，對應邊成比例。</p> <p>備註：知道常見平面圖形的縮放仍然是同一類圖形（含圓），並能說明其原因。</p>	<p>SC-6-1-1 認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響。</p>

狀	S-6-2	<p>解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。地圖上兩邊長的比和實際兩邊長的比相等。</p> <p>備註：含處理兩張地圖之間的長度關係。處理以為「比例分母愈大，相對邊長也愈大」的常見錯誤。</p>	SC-6-2-1 認識比例尺。
	S-6-3	<p>圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：(1) 圓心角：360；(2) 扇形弧長：圓周長；(3) 扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用(1)求弧長或面積。</p> <p>備註：由於圓周率取成3.14，在計算時應以概念理解為原則，避免陷入複雜計算。可利用活動說明一般不規則區域的面積要如何理解和估計，但不評量。扇形面積與弧長只處理直接問題(如已知幾分之幾圓或圓心角求面積或弧長)，不處理逆推或過多推理步驟的問題(屬於國中範圍，S-9-5)。</p>	SC-6-3-1 理解圓周率的意義。 SC-6-3-2 理解圓周長的公式，並計算簡單扇形的周長。 SC-6-3-3 理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。
	S-6-4	<p>柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用簡單柱體，理解「柱體體積＝底面積×高」的公式。簡單複合形體體積。</p> <p>備註：柱體體積不用說明所有情況，即可告知體積公式為底面積×高。柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形體組合為限。柱體表面積只處理底面為圓、長方形、直角三角形、平行四邊形的情況，且應注意底面邊長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。</p>	SC-6-4-1 理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。 SC-6-4-2 理解簡單直柱體表面積的計算方法。

關係	R-6-1	<p>數的計算規律：小學最後應認識(1)整數、小數、分數都是數，享有一樣的計算規律。(2)整數乘除計算及規律，因分數運算更容易理解。(3)逐漸體會乘法和除法的計算實為一體。併入其他教學活動。</p> <p>備註：須理解小數和分數乘除混合計算時，常用的約分規則。在生活解題上，乘法和除法意義不同，但在計算上兩者實為一體，學生因此可提高數學認識之抽象層次。乘法和除法視為一體的好處是計算規律大為簡化。本條目不須另立獨立單元教學。</p>	<p>RC-6-1-1 認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加法的分配律在分數及小數情境也成立。</p> <p>RC-6-1-2 理解可以透過顛倒相乘將除法改用乘法來計算。</p>
	R-6-2	<p>數量關係：代數與函數的前置經驗。從具體情境或數量模式之活動出發，做觀察、推理、說明。</p> <p>備註：可以運用表格或統計圖協助發現規律。可以簡單公式說明其中的數量關係。</p>	本基本學習內容同 N-6-9。
	R-6-3	<p>數量關係的表示：代數與函數的前置經驗。將具體情境或模式中的數量關係，學習以文字或符號列出數量關係的關係式。</p> <p>備註：數量關係的表示例如：晝長夜長的關係可列成晝長+夜長=24。連結 R-6-2。含部分運用符號的教學，連結國中「符號代表數」或「未知數」教學，其教學重點在「關係的表示」，而非抽象的「代數符號演算」。</p>	本基本學習內容不處理學習內容 R-6-3。



	R-6-4	<p>解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題（同N-6-9）。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式）；（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合；（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結R-6-2、R-6-3。</p> <p>備註：乘法原理如3件上衣與5件裙子的搭配方式；加法原理如允許重複，1、2、3可排出幾種二位奇數；乘法原理與加法原理混合如1、2、3可排出幾種三位奇數。乘法原理和加法原理旨在初步學習計數的觀點，而非複雜的計數問題。本條目不要求併式。</p>	<p>RC-6-4-1 利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。</p>
資料與不確定性	D-6-1	<p>圓形圖：報讀、說明與製作生活中的圓形圖。包含以百分率分配之圓形圖（製作時應提供學生已分成百格的圓形圖。）</p> <p>備註：處理部分/全體性質之資料。分辨不同統計圖之使用時機。</p>	<p>DC-6-1-1 報讀生活中常用的圓形圖，並能整理生活中的資料，製成圓形圖。</p>
	D-6-2	<p>解題：可能性。從統計圖表資料，回答可能性問題。機率前置經驗。「很有可能」、「很不可能」、「A比B可能」。</p> <p>備註：「A比B可能」限兩者差異大的情況。僅從資料數量的多寡來回答。本條目非古典機率教學（D-9-3）</p>	<p>DC-6-2-1 認識可能性，並預測事件發生機會的大小。</p>

國民小學一年級數學基本學習內容

數與量

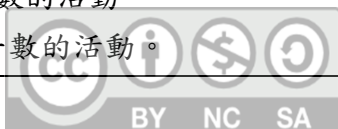
N-1-1	<p>一百以內的數：含操作活動。用數表示多少與順序。結合數數、位值表徵、位值表。位值單位「個」和「十」位值單位換算。認識0的位值意義。</p> <p>備註：教學可數到最後的「一百」，但不進行超過一百的教學。可點數代表一和十的積木進行位值教學。學習0的位值意義以便順利連結日後直式計算之學習。</p>	n-I-1
-------	---	-------

基本學習內容

- NC-1-1-1 100 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。
- NC-1-1-2 認識「個位」及「十位」的位名；100 以內位值單位的換算。
- NC-1-1-3 100 以內兩量的多少及兩數的大小。
- NC-1-1-4 100 以內序數的命名，並用序數描述位置及先後關係。
- NC-1-1-5 2 個一數、5 個一數、10 個一數。

基本學習表現

- NCP-1-1-1-1 能唱出及寫出 100 以內的數詞序列。
- NCP-1-1-1-2 能唱出 100 以內又一及又十「往上數」的數詞序列。
- NCP-1-1-1-3 能唱出 100 以內又一及又十「往下數」的數詞序列。
- NCP-1-1-1-4 能進行 100 以內各數的說、讀、聽、寫。
- NCP-1-1-1-5 能用代表「10」和「1」的具體物或圖象表示 100 以內的數字或數詞。
- NCP-1-1-2-1 能將「幾十幾」聚成「幾個十、幾個一」。
- NCP-1-1-2-2 能將「幾個十、幾個一」化成「幾十幾」。
- NCP-1-1-2-3 能認識「個位」及「十位」的位名。
- NCP-1-1-3-1 能比較 100 以內兩量的多少。
- NCP-1-1-3-2 能比較 100 以內兩數的大小。
- NCP-1-1-4-1 能進行 100 以內序數的命名。
- NCP-1-1-4-2 能用序數描述位置及先後關係。
- NCP-1-1-4-3 能區分基數(例如 5 個)與序數(例如第 5 個)的意義。
- NCP-1-1-5-1 能進行 2 個一數的活動。
- NCP-1-1-5-2 能進行 5 個一數的活動。
- NCP-1-1-5-3 能進行 10 個一數的活動。



◎ 基本學習內容 NC-1-1-1 幫助學生建立 100 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。

■ 數的命名：能唱出 100 以內的數詞序列，並寫出 100 以內的數字。

■ 數的說、讀、聽、寫、做：

說：使用數詞(聲音)來描述一堆物件的個數。例如透過點數 8 個花片的活動，說出這堆花片有「ㄅㄩ」個。

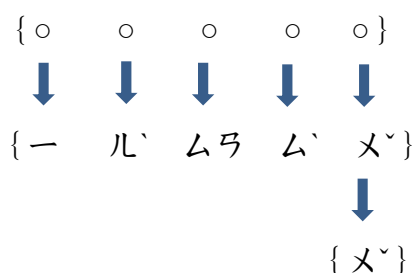
讀：看懂別人寫出來的數字所代表物件的個數。

聽：聽懂別人說出的數詞所代表物件的個數。

寫：使用數字(符號)來描述這堆物件的個數。例如寫出這堆花片有「8」個。

做：聽到數詞或看到數字，能夠拿出相對應個數的物件。例如聽到數詞「ㄅㄩ」顆蘋果，或看到數字「8」顆蘋果，能拿出 8 顆蘋果，或者拿出 8 個花片或畫出 8 個圓圈代表 8 顆蘋果。

■ 數學上先發展出標準數詞序列，再透過點數活動，以一個聲音對應一個物件的方式，建立一對一對應的關係，並利用最後一個聲音(例如ㄨˇ)，抽象的代表前面唸過的那幾個(例如 5 個)聲音，來溝通個數，下圖說明如何利用標準數詞序列來溝通個數。



上圖中有兩個「ㄨˇ」，數詞序列最右邊的「ㄨˇ」，是數詞序列中的一個元素；最下面單獨出現的「ㄨˇ」，是前面 5 個聲音（數詞序列）抽象的代表，也就是用數詞序列的最後一個聲音來代表前面的 5 個聲音。

學生必須透過模仿以及不斷的練習，才能掌握並區分抽象出來的聲音「ㄨˇ」，以及數詞序列第 5 個聲音「ㄨˇ」的意義。

■ 教師可以透過下列活動，檢查學生是否理解點數後所讀出數詞的意義。

教師要求學生點數一堆蘋果有多少顆(例如 5 顆)，學生透過點數活動，得到有 5 顆蘋果的答案後，接著詢問「5 顆蘋果在哪裡？」。

如果學生指著第 5 顆蘋果說「5 顆蘋果在這裡」，他並沒有掌握使用最後一個聲音來描述蘋果個數的意義；如果學生的回答的語意是「合起來有 5 顆蘋果」，他才可能掌握使用最後一個聲音來代表前面 5 個聲音點數的意義。



- 又一「往上數」的數詞序列：由給定的數往上數，例如 23、24、25、26。
又一「往下數」的數詞序列：由給定的數往下數，例如 26、25、24、23。
又十「往上數」的數詞序列：由給定的數往上數，例如 28、38、48、58。
又十「往下數」的數詞序列：由給定的數往下數，例如 58、48、38、28。
- 本基本學習內容建立 100 以內又一及又十的數詞序列，學生學會又十及又一「往上數」及「往下數」的數詞序列之後，可以為以後利用點數策略解加、減問題鋪路。

例如：透過 $38, 48, 58, 59, 60, 61, 62$ ，算出 $38 + 24 = 62$ 。
又十 又十 又一 又一 又一 又一 又一

透過 $72, 62, 52, 51, 50, 49, 48$ ，算出 $72 - 24 = 48$ 。
又十 又十 又一 又一 又一 又一 又一

- 數詞序列的命名有規律性，例如 1~9、11~19、...、91~99 的命名方式有相同的規律，9~10、19~20、...、89~90 的命名方式也有相同的規律。
當學生熟記 1~20 的數詞序列後，教師應幫助學生類比 1~20 的數詞序列來命名 21~30 的數詞序列，為後面命名 100 以內數詞序列鋪路。
以命名 21 的下一個數詞為例，如果學生無法類比，教師應先告訴學生 21 後面是 22，再幫助學生理解 1 再來是 2，11 再來是 12，所以 21 再來是 22。
再以命名 29 的下一個數詞為例，如果學生無法類比，教師應先告訴學生 29 後面是 30，再幫助學生察覺 9 再來是 10，19 再來是 20，所以 29 再來是 30。
- 本基本學習內容評量數詞序列時，以又十及又一的數詞序列為評量重點，不宜出現「等差數列」的問題，例如 2、5、8、11、□、□、20。

◎ 基本學習內容 NC-1-1-2 幫助學生認識「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。

- 基本學習內容 NC-1-1-1 教學的重點是「一個單位(一)的解讀方法」，例如將 58 解讀成 50 和 8 的合成。
基本學習內容 NC-1-1-2 教學的重點是「兩個單位(一和十)的解讀方法」，例如將 58 解讀成 5 個十和 8 個一的合成。
- 進行 100 以內位值單位的換算，指的是能將「幾十幾」聚成「幾個十、幾個一」，例如將「57」聚成「5 個十、7 個一」，以及將「幾個十、幾個一」化成「幾十幾」，例如將「5 個十、7 個一」化成「57」的雙向化聚。



- 國小一年級常透過下面四組教具，幫助學生進行位值單位的換算。

吸管：1 根、1 捆

10 根吸管可以綁成 1 捆，1 捆吸管可以拆成 10 根。

積木：白色積木、橘色積木

10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，10 個白色積木可以換成 1 條橘色積木，1 條橘色積木可以換成 10 個白色積木。

錢幣：一元、十元硬幣

10 個一元硬幣換 1 個十元硬幣，1 個十元硬幣換 10 個一元硬幣。

圖像：①、⑩

透過約定，10 個①可以換 1 個⑩，1 個⑩可以換 10 個①。

其中吸管及積木是成比例的教具；錢幣、圖像是不成比例的教具。

- 吸管和積木都是成比例的教具，但是它們轉換的意義並不相同。

10 根吸管綁成 1 捆，和 1 捆吸管有 10 根，指的都是 10 根吸管，差別是 1 捆吸管是合在一起，而 10 根吸管是零散的，學生較容易進行 1 捆吸管和 10 根吸管的轉換。

但是 1 條橘色積木和 10 個白色積木是不同的兩類積木，10 個白色積木接起來不會變成 1 條橘色積木，1 條橘色積木平分成 10 份也不會變成 10 個白色積木，必須透過 1 條橘色積木和 10 個白色積木接起來一樣長的關係，才能拿 1 條橘色積木換 10 個白色積木，或拿 10 個白色積木換 1 條橘色積木，因此學生較不容易進行 1 條橘色積木和 10 個白色積木間的轉換。

- 以「4 個十和 5 個一，合起來是多少？」為例，說明如何幫助學生解題。

下面提供三種幫助學生解題的方法，第一種及第二種方法是透過成比例的具體物來解題，第三種方法是透過不成比例的具體物來解題，教師也可以用①和⑩的圖像來替代 1 元和 10 元硬幣。

第一種：利用吸管幫助解題。

步驟一：先溝通 1 捆吸管有 10 根。

步驟二：教師拿出 4 捆和 5 根吸管，要求學生將每一捆吸管都換成 10 根吸管，算出合起來有幾根吸管。

1 捆吸管有 10 根，2 捆吸管合起來有 20 根，3 捆吸管合起來有 30 根，4 捆吸管合起來有 40 根，再加上 5 根吸管，合起來有 45 根吸管。

步驟三：幫助學生理解 4 捆又 5 根吸管合起來和 45 根吸管一樣多，可以說成 4 個十和 5 個一合起來和 45 個一，也就是和 45 一樣多。得到 4 個十和 5 個一合起來是 45。



第二種：利用白色及橘色積木幫助解題。

步驟一：10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，可以拿 10 個白色積木換 1 條橘色積木。

步驟二：教師拿出 4 條橘色積木和 5 個白色積木，要求學生將每一條橘色積木都換成 10 個白色積木，算出和幾個白色積木合起來一樣多。

1 條橘色積木可以換成 10 個白色積木，2 條橘色積木合起來可以換成 20 個白色積木，3 條橘色積木合起來可以換成 30 個白色積木，4 條橘色積木合起來可以換成 40 個白色積木，再加上 5 個白色積木，合起來和 45 個白色積木一樣多。

步驟三：幫助學生理解 4 條橘色積木和 5 個白色積木合起來和 45 個白色積木合起來一樣多，可以說成 4 個十和 5 個一合起來和 45 個一，也就是和 45 一樣多。得到 4 個十和 5 個一合起來是 45。

第三種：利用 1 元、10 元硬幣幫助解題。

步驟一：教師先與學生溝通 10 個 1 元可以換成 1 個 10 元。

步驟二：教師拿出 4 個 10 元和 5 個 1 元，要求學生將每一個 10 元都換成 10 個 1 元，算出和多少個 1 元合起來一樣多。

1 個 10 元可以換成 10 個一元，2 個 10 元合起來可以換成 20 個一元，3 個 10 元合起來可以換成 30 個一元，4 個 10 元合起來可以換成 40 個一元，再加上 5 個一元，合起來和 45 個一元一樣多。

步驟三：幫助學生理解 4 個 10 元和 5 個 1 元合起來和 45 個 1 元合起來一樣多，可以說成 4 個十和 5 個一合起來和 45 個一，也就是和 45 一樣多。得到 4 個十和 5 個一合起來是 45。


- 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算時溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制。

(1) 記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。

以「將 3 個十，5 個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將 3 個十的 3 記在十位，5 個一的 5 記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。




(2)一個位置只能記錄 1 個數碼。

十位	個位
	<input type="checkbox"/>
3	15

以「將 3 個十，15 個一記在定位板上」為例，將 3 個十的 3 記在十位，將 15 個一的 15 記在個位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有 3 個十，15 個一，但是脫離定位板後記成 315，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄 1 個數碼，必須將 3 個十，15 個一改記成 4 個十，5 個一。

(3)某位值的個數是 0 時，必須記 0。

十位	個位
	<input type="checkbox"/>
5	

以「將 5 個十記在定位板上」為例，將 5 個十的 5 記在十位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有 5 個十，但是脫離定位板後記成 5，會和 5 個一混淆，因此數學上限制當個位數字是 0 時，必須在個位上記 0。

◎ 基本學習內容 NC-1-1-3 幫助學生比較 100 以內兩量的多少及兩數的大小。

- 教師宜先透過學生熟悉的情境引入一對一對應的比較活動，當學生掌握一對一對應比較活動的意義後，再進行教師指定的一對一對應的比較活動，幫助學生比較及描述兩量多少的關係。

一個人戴一頂帽子或一個人坐一張椅子是學生熟悉的情境，教師可以先透過一個人坐一張椅子的活動，幫助學生認識 8 個人比 5 張椅子多，5 張椅子比 8 個人少。當學生掌握一對一對應比較活動的意義後，再引入教師指定的一對一對應的比較活動，例如 1 個紅蘋果對應 1 個青蘋果的對應活動，幫助學生認識 8 個紅蘋果比 5 個青蘋果多，5 個青蘋果比 8 個紅蘋果少。

- 教師應區分描述兩量關係以及兩數關係的用詞，在量的情境中，我們會用不同的形容詞來描述兩量的關係，日常生活中我們用多與少來描述個數的關係，例如 2 顆西瓜比 5 粒葡萄少；我們用長與短來描述長度的關係，例如 5 公分的繩子比 2 公分的繩子長；我們用輕與重來描述重量的關係，例如 2 公斤的黏土比 5 公斤的黏土輕；我們用大與小來描述面積或體積的關係，例如 2 平方公分的色紙比 5 平方公分的色紙小，5 立方公分的積木比 2 立方公分的積木大。



但是在數的情境中，我們都說成 2 比 5 小，或都記成 $2 < 5$ 。部份學生可能質疑「2 顆西瓜比 5 粒葡萄大很多，為什麼老師說 2 比 5 小」，這些學生所說的「2 顆西瓜比 5 粒葡萄大很多」，指的是 2 顆西瓜的體積比 5 粒葡萄的體積大，而老師所說的 2 比 5 小，指的是數字的大小關係。

教師可透過比較兩量多少的結果，引入兩數的大小關係，例如透過一對一對應的比較活動，得到 2 顆西瓜比 5 粒葡萄少的結果後，再說明「2 顆西瓜比 5 粒葡萄少」可以說成「2 比 5 小」，得到 5 粒葡萄比 2 顆西瓜多的結果後，再說明「5 粒葡萄比 2 顆西瓜多」可以說成「5 比 2 大」。

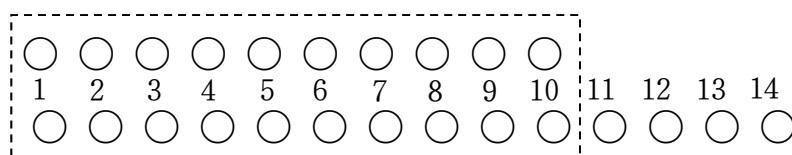
- 以比較 32 和 27 兩數的大小為例，有兩種幫助學生解題的方法。

方法一：透過位值說明十位數字比較大的數比較大，

32 可以換成 3 個十和 2 個一，27 可以換成 2 個十和 7 個一，3 個「十」比 2 個「十」多 1 個「十」，也就是 10 個一，10 一定比 7 大，所以當 32 的十位數字比 27 的十位數字大時，32 就比 27 大。

這種方法對低年級學生而言相當抽象。

方法二：先唸出的數字比較小，對應到的物件比較少，後唸出的數字比較大，對應到的物件比較多。



學生應知道愈後面唸到的數字愈大，對應到的物件愈多。可以透過先唸出的數字比較小，後唸出的數字比較大，說明 32 的十位數字比 27 的十位數字大，十位數字比較大的數比較後唸到，所以 32 比 27 大。

- ◎ 基本學習內容 NC-1-1-4 幫助學生認識 100 以內的序數，並用序數描述位置及先後關係。

- 基數(cardinal number)與序數(ordinal number)是兩種不同概念的數。

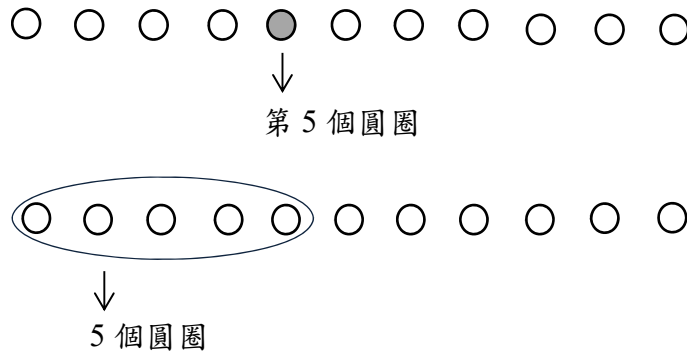
基數：1、2、3(one、two、three)等，描述某一個集合元素的個數。

例如：全班有 25 個人，跑了 50 公尺等。

序數：第 1、第 2、第 3(first、second、third)等，是坐標概念的前置經驗，標示某一物件在群體中的位置，群體必須按照某種特性加以線形排列，以顯示其先後的次序，才能夠討論順序數的意義。

例如：小明的成績是全班第 5 名，翻開課本第 13 頁等。

- 教師可以排列超過 5 個的物件，例如：「○○○○○○○○○○○○」，透過問題「請圈出 5 個圓圈」和「由左至右，將第 5 個圓圈塗色」，可以幫助學生區分「第 5 個」和「合起來有 5 個」的意義。



- 進行順序數的教學活動時，常出現「自左邊往右邊數」等用語，國小一年級學生常混淆左、右方向的意義，教師在課堂活動中，必須用手勢比畫出由左至右的方向，紙筆評量時，必須畫出箭頭「 \Rightarrow 」，溝通由左至右的方向。
- 教師應說明小明排在第 n 位時，由第一位至第 n 位共有 n 個人，小明 前面共有 $n-1$ 個人，幫助學生連結基數和序數的關係。

以下圖為例，說明「戊排在第 5 位，由第 1 位到戊共有 5 個人」，「戊排在第 5 位，表示戊前面有 $5-1$ 個人」。



上圖中，甲排第 1 位、乙排第 2 位、丙排第 3 位、丁排第 4 位、戊排第 5 位。由甲開始點數，1 對應甲、2 對應乙、3 對應丙、4 對應丁、5 對應戊。第一位對應 1，第二位對應 2，第三位對應 3，第四位對應 4，第五位對應 5，可以得到戊排第 5 位，由 1 開始數到 5，共有 5 人。戊前面的人數比 5 人少 1 人(戊)，所以戊前面有 4 個人。

◎ 基本學習內容 NC-1-1-5 幫助學生進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。

- 學生必須先學會唱出數詞序列「2、4、6、8、10、12、14、...」，才能進行 2 個一數的活動。必須先學會唱出數詞序列「5、10、15、20、25、30、35、...」，才能進行 5 個一數的活動。必須先學會唱出數詞序列「10、20、30、40、50、60、70、...」，才能進行 10 個一數的活動。

建議教師透過百數表，幫助學生熟悉上述的數詞序列。

- 學生必須掌握用最後一個對應到的數詞來代表前面所有的數詞，才能夠理解 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動的意義。

因此當物件已每 2 個、每 5 個或每 10 個排成一堆時，才能進行 2 個一數、5 個一數或 10 個一數的活動。

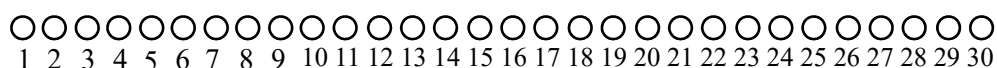
例如物件已 10 個排成一堆，才能用數詞 10 來代表前面的 10 個數詞，用數詞 20 來代表前面的 20 個數詞，用數詞 30 來代表前面的 30 個數詞。



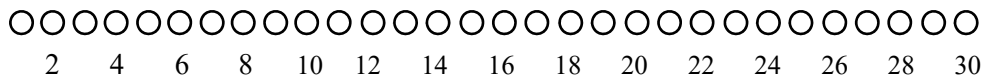
- 點數零散物件時，很容易確定每次拿的都是 2 個，但是，無法確定每次拿的都是 5 個或 10 個，因此，點數零散物件時只能進行 2 個一數的活動，無法進行 5 個或 10 個一數的活動。
- 2 個一數、5 個一數、10 個一數，都是以「1 個」為單位的數法，它們都比一個一數更有效率。

(1) 以點數零散的 30 個花片為例：

1 個一數、用「1、2、3、...、29、30」等 30 個聲音數出有 30 個花片。

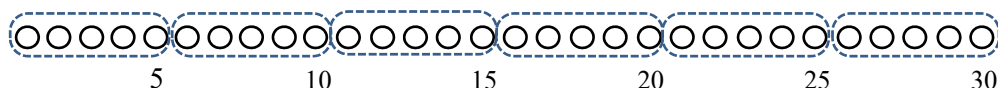


2 個一數、用「2、4、6、...、28、30」等 15 個聲音數出有 30 個花片。



(2) 以點數 5 個或 10 個放成一堆的 30 個花片為例：

5 個一數、用「5、10、15、20、25、30」等 6 個聲音數出有 30 個花片。



10 個一數，用「10、20、30」等 3 個聲音數出有 30 個花片。



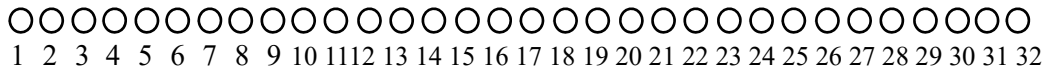
- 下面以「點數上圖中有多少花片」為例，提出兩種解題的策略，第一種是以「一」為單位的點數方法，第二種是以「一」及「十」為單位的點數方法。

第一種策略：「一」為單位的點數方法

方法一：1 個一數

最簡單的點數方法就是一個一數，透過數詞序列「1、2、3、...、

29、30、31、32」等 32 個聲音點數出有 32 個花片。



方法二：先 10 個一數再 1 個一數

用「10、20、30、31、32」等 5 個聲音點數出有 32 個花片。



這兩種方法點數的單位都是花片，方法一共用了 32 個聲音，方法二只用了 5 個聲音，方法二比方法一有效率。

第二種策略：「一」及「十」兩個單位的點數方法

教師可以先稱 10 個花片為一堆，先點數出有 3 堆花片，

再點數剩下的花片有 2 個，得到合起來有 3 堆又 2 個花片。



N-1-2	<p>加法和減法：加法和減法的意義與應用。含「添加型」、「併加型」、「拿走型」、「比較型」等應用問題。加法和減法算式。</p> <p>備註：強調「併加型」（合成型）的學習以理解加法交換律。處理「0」的加減。應含加、減法並陳之單元，使學生主動察覺加法和減法問題的差異。一年級不做加數、被加數、減數、被減數未知題型（N-2-3）</p>	n-I-2
-------	--	-------

基本學習內容

NC-1-2-1 理解加法與減法的意義，並用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。

NC-1-2-2 用加法與減法，解決生活中的問題。（和數或被減數小於 100）。

基本學習表現

NCP-4-2-1-1 能熟練四位數乘以一位數的乘法直式計算。

NCP-4-2-1-2 能熟練二位數乘以二位數的乘法直式計算。

NCP-4-2-1-3 能熟練三、四位數乘以二位數的乘法直式計算。

NCP-4-2-1-4 能熟練二、三、四位數乘以三位數的乘法直式計算。

NCP-4-2-1-5 能理解被乘數及乘數後面有多個 0 的計算問題。

NCP-4-2-2-1 能熟練四位數除以一位數的除法直式計算。

NCP-4-2-2-2 能熟練二、三、四位數除以二位數的除法直式計算。

NCP-4-2-2-3 能熟練三、四位數除以三位數的除法直式計算。

NCP-4-2-2-4 能理解被除數及除數後面有多個 0 的計算問題。

NCP-4-2-2-5 能理解有餘數的乘除互逆。

◎ **基本學習內容 NC-1-2-1 幫助學生用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。（本基本學習內容同 RC-1-1-1）。**

- 合成與分解活動指的是在量的情境中所進行的活動，例如 5 個和 3 個合起來是 8 個，7 個拿走 2 個剩下 5 個。加法與減法指的是在數的情境中所進行的活動，例如 $5+3=8$ ， $7-2=5$ 。
- 基本學習內容 NC-1-2-1 引入的加法或減法算式是解題的記錄。基本學習內容 NC-1-2-2 使用的加法或減法算式是解題的工具。



- 教師應檢查學生加法與減法算式的角色是解題的記錄或是解題的工具。
當學生利用點數或合成與分解活動解決加法與減法問題後，幫助學生用加法與減法算式記錄解題過程，此時的加法與減法算式是解題的記錄，因為學生並不是利用加法與減法算式來解題；當學生熟練基本加法與基本減法後，能直接利用記憶中的加法與減法算式來解決問題，此時加法與減法算式的角色由解題的記錄轉換成解題的工具。

以「5顆蘋果和3顆蘋果合起來是幾顆蘋果？」為例，當學生透過點數的方式解題，得到「5顆和3顆合起來是8顆」的答案後，教師應幫助學生利用加法算式「 $5+3=8$ 」把題目、算法和答案記下來，此時加法算式的角色是解題的記錄；如果學生直接利用加法算式「 $5+3=8$ 」算出答案是8顆蘋果，此時加法算式的角色是解題的工具。

- 等號的意義：

- (1) 一年級加法與減法算式中的等號為「得到答案」的意義。

以「5顆蘋果和3顆蘋果合起來有多少顆蘋果？」為例，學生解題時會先畫出5顆蘋果和3顆蘋果，再點數合起來有8顆蘋果，學生的解題活動中只出現8顆蘋果，加法算式「 $5+3=8$ 」中「 $5+3$ 」和「8」指的都是那8顆蘋果。「 $5+3=8$ 」記錄5顆和3顆合起來的答案是8顆，算式中的等號是得到答案的意義。

部份學生不接受「 $8=5+3$ 」或「 $5+3=9-1$ 」，可能的原因是將等號看成得到答案，而不是兩邊一樣大。

- (2) 二年級透過比較活動，引入的加法與減法算式中的等號才是「兩邊一樣大」的意義。

教師可以提問「 $5+3$ 和8，誰比誰大？」，得到「 $5+3$ 和8一樣大」的結果，再將「 $5+3$ 和8一樣大」的結果記成算式「 $5+3=8$ 」，此時加法算式「 $5+3=8$ 」中 $5+3$ 和8是兩個不同的數，「 $5+3=8$ 」記錄 $5+3$ 和8一樣大，算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義。

教師可以提問「8和 $5+3$ ，誰比誰大？」、「 $5+3$ 和 $9-1$ ，誰比誰大？」要求學生用「 $8=5+3$ 」、「 $5+3=9-1$ 」來記錄，幫助學生理解算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義。

- 首次引入加法與減法的算式都是橫式記錄，直式記錄是直式算則的前置經驗，可以較晚引入。



- ◎ 基本學習內容 NC-1-2-2 為 NC-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已能用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。

本基本學習內容幫助學生用加法或減法解決生活中的問題。

- 加法問題包含添加型問題和併加型問題，先固定一數再加的問題比較能幫助學生掌握加法的意義，建議加法教學時先引入添加型問題，再引入併加型問題；減法問題包含拿走型問題和比較型問題，由全體中拿走部份較能幫助學生掌握減法的意義，減法教學時應先引入拿走型問題，再引入比較型問題。

添加型問題：甲有 8 元，乙給甲 5 元後，甲有多少元？

併加型問題：甲有 8 元，乙有 5 元，兩人合起來共有多少元？

拿走型問題：甲有 8 元，給乙 5 元後，還剩下多少元？

不同單位的比較型問題：8 個人，5 頂帽子，一人戴 1 頂帽子，帽子多還是人多，多多少？

同單位的比較型問題：甲有 8 元，乙有 5 元，誰的錢比較多，多多少元？

- 添加型問題和併加型問題的解題活動相似，都是分別點數兩個不同集合的個數，差別是併加型問題的兩個集合沒有出現時間先後的順序，而添加型問題的兩個集合有出現時間先後的順序，因此這兩類問題都用相同加法算式來記錄，對學生而言並沒有困難。

- 數學上給加法的定義：

集合 A 的個數是 a 個，集合 B 的個數是 b 個，集合 A 和集合 B 沒有共同的元素。
 $a+b$ 指的是將集合 A 和集合 B 合起來，所成新集合的個數。

數學上給減法的定義：

集合 A 的個數是 a 個，集合 B 的個數是 b 個，集合 B 包含於集合 A。
 $a-b$ 指的是由集合 A 中拿走集合 B 的元素後，剩下新集合的個數。

- 拿走型問題和比較型問題是兩種不同的解題活動，建議教師先引入較簡單的拿走型問題，幫助學生使用減法算式來記錄後，再引入較困難的比較型問題，幫助學生也用相同的減法算式來記錄。

下面以「8 個人，5 頂帽子，一人戴 1 頂帽子，人多還是帽子多？多多少？」為例，因為 8 個人和 5 頂帽子的單位不一樣，不可以類比拿走型問題引入的減法算式「 $8-5=3$ 」來記錄，因為由 8 個人中拿走 5 頂帽子是沒有意義的。建議教師透過下列步驟，幫助學生利用減法算式來記錄。

步驟一：先畫出 8 個人的圖像，再畫出 5 頂帽子的圖像。

(先畫出 8 個圈圈代表 8 個人)



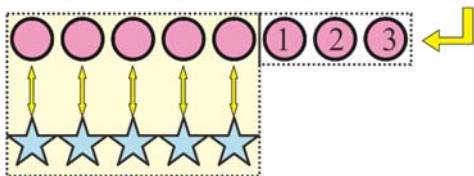
(再畫出 5 個星星代表 5 頂帽子)



步驟二：1 個人對應 1 頂帽子，也就是 1 個人戴 1 頂帽子，得到 5 個人有戴帽子，3 個人沒有戴到帽子。

沒有戴帽子的人，就是多出來的人，所以人比較多，多 3 個人。

(1對1對應，有5個人有帽子，有3個人沒有帽子)



步驟三：將問題重新解讀為：由 8 個人中，拿走 5 個戴帽子的人，剩下 3 個沒有戴帽子的人，也就是多出來的人。

步驟四：用減法算式 $8 - 5 = 3$ 來記錄，算式中的 8、5 和 3 的單位都是人。

- 教師可以引入被加數未知或加數未知的問題，以及被減數未知或減數未知的問題，但不宜限制學生利用加減互逆的概念來解題。

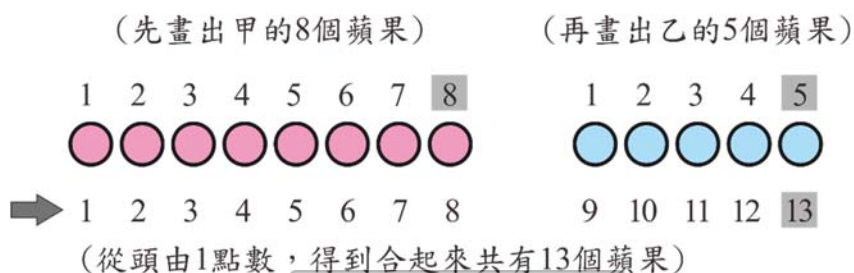
以「媽媽買了 5 個蘋果，再買幾個蘋果，會有 8 個蘋果？」為例，學生可以利用往上數的方法解題，得到再買 3 個蘋果就會有 8 個蘋果的答案，並且利用「 $5 + 3 = 8$ ，答：再買 3 顆」記錄解題的活動。教師不宜要求學生利用減法來解題，更不宜評量加減互逆相關的問題，利用加減互逆解題，屬於二年級教學的重點。

- 學生利用點數策略解決加減法問題並熟練基本加(減)法事實，會依序經歷三個概念發展階段。

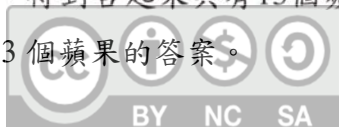
以「甲有 8 個蘋果，乙有 5 個蘋果，兩個人合起來共有多少個蘋果？」為例，說明如下：

- (1) 第一階段：兩次做數、一次點數，也就是利用從頭數的方式來解題。學生透過下列三個步驟解題(如下圖)：

- 步驟一：先畫出 8 個圓圈代表甲的 8 個蘋果(第一次做數)。
- 步驟二：再畫出 5 個圓圈代表乙的 5 個蘋果(第二次做數)。
- 步驟三：從頭由 1 開始點數全部的圓圈(一次點數)，得到共有 13 個圓圈，



也就是有 13 個蘋果的答案。



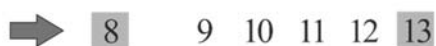
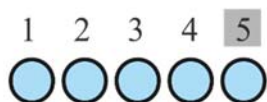
(2) 第二階段：一次做數、一次點數，也就是利用往上數的方式來解題。

第二階段省略了第一次做數活動(被加數)，學生透過下列三個步驟解題(如下圖)：

步驟一：畫出 5 個圓圈代表乙的 5 個蘋果(一次做數)。

步驟二：口中先唸出甲的蘋果個數「8」。

(先畫出乙的5個蘋果)



(再唸出甲的8個蘋果，接著點數乙的蘋果，得到共有13個蘋果)

步驟三：接著點數乙的蘋果，得到共有 13 個蘋果的答案。

(3) 第三階段：把手指當成計數器、透過一次點數解題。當學生能夠使用手指頭當做加數的計數器，就可以再省略第二階段的一次做數活動(加數)，學生透過下列二個步驟解題：

步驟一：口中先唸出被加數甲的蘋果個數「8」。

步驟二：接著伸出一根手指頭唸 9，再伸出一根手指頭唸 10，再伸出一根手指頭唸 11，再伸出一根手指頭唸 12，再伸出一根手指頭唸 13。當發現伸出手指頭的個數是 5 根，和加數乙的蘋果個數 5 相同後，就停止點數，得到合起來共有 13 個蘋果的答案。

■ 算式是學生成功解題後對於解題活動的摘要記錄。以「 $5+3=8$ 」為例，「 $5+3$ 」記錄了題目「5 個蘋果和 3 個蘋果合起來」，「8」記錄了答案「共有 8 個蘋果」，「+」記錄了利用加法來解題，「 $5+3=8$ 」記錄了「5 個蘋果和 3 個蘋果合起來共有 8 個蘋果」。

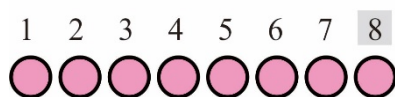
學生利用點數策略解決減法問題，會依序經歷下列三個發展階段。以「甲有 8 個蘋果，給乙 3 個蘋果，剩下多少個蘋果？」為例，說明如下：

(1) 第一階段：兩次做數、一次點數，也就是利用從頭數的方式來解題。

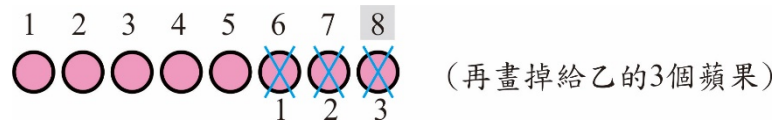
學生透過下列三個步驟解題：

步驟一：先畫出 8 個圓圈代表甲的 8 個蘋果(第一次做數)。

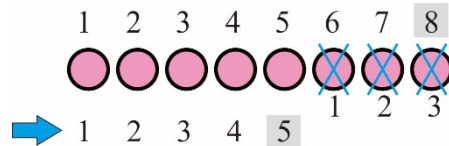
(先畫出甲的8個蘋果)



步驟二：在 8 個圓圈中畫掉 3 個圓圈，代表給乙的 3 個蘋果(第二次做數)。



步驟三：從頭由 1 開始點數剩下的圓圈(一次點數)，得到還剩下 5 個圓圈，也就是剩下 5 個蘋果的答案。



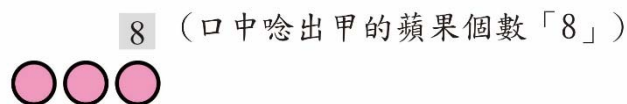
(從頭由 1 點數，得到還剩下 5 個蘋果的答案)

(2) 第二階段：一次做數、一次點數，也就是利用往下數的方式來解題。第二階段省略了第一次做數活動(被減數)，學生透過下列三個步驟解題：

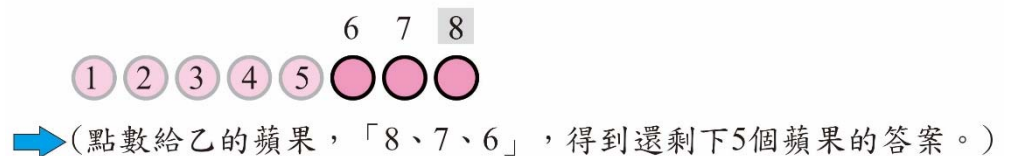
步驟一：畫出 3 個圓圈代表給乙的 3 個蘋果(一次做數)。



步驟二：口中先唸出甲的蘋果個數「8」。



步驟三：開始點數給乙的蘋果，「8、7、6」(一次點數)，得到剩下 5 個蘋果的答案。

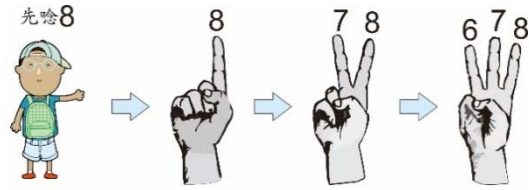


(3) 第三階段：把手指頭當成計數器、透過一次點數解題。當學生能夠使用手指頭當做減數的計數器，就可以再省略第二階段的一次做數活動(減數)：伸出一根手指頭唸 8，再伸出一根手指頭唸 7，再伸出一根手指頭唸 6。當發現伸出指頭的個數是 3 根，和給乙的蘋果個數 3 相同後，就停止點數，得到剩下 5 個蘋果的答案。

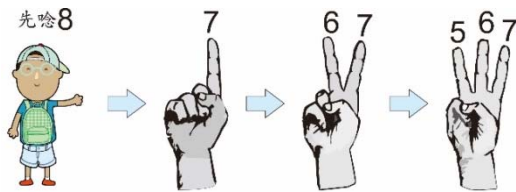


- 以 $8-3=5$ 為例，有下列兩種解題的方法：

方法一：伸出 1 根手指頭念 8，再伸出 1 根手指頭念 7，再伸出 1 根手指頭念 6，發現手指頭已伸出 3 根，得到答案 5。



方法二：先唸 8，再伸出 1 根手指頭唸 7，再伸出 1 根手指頭念 6，再伸出 1 根手指頭念 5，發現手指頭已伸出 3 根，得到答案 5。



方法一中伸出的手指頭表示拿走的物件，是上面第三階段的解題方法，學生比較能理解其意義。

方法二中伸出的手指頭表示拿剩的物件，和上面解題的想法不同，學生不易理解其意義。

- 部份教師可能認為「籃子裡有 10 顆蘋果，其中 6 顆是紅蘋果，請問青蘋果有多少顆？」這類問題是減法問題，限制學生利用減法來解題。

其實該問題是加法描述的語意，教師可以拿出紅色花片代表紅蘋果，拿出藍色花片代表青蘋果，幫助學生認識 6 顆紅蘋果，再加上 4 顆青蘋果後，就和籃子裡的 10 顆蘋果一樣多，來幫助學生利用加法來解題，不宜限制學生只能利用減法來解題。

- 剛開始，學生都是透過點數的方法解決加法或減法問題，但是我們希望學生能改用加法或減法來解決問題。

因此學生利用點數的方法解題成功後，教師應要求學生利用加法或減法算式來記錄，期望學生透過經常記錄，記憶加減算式，以後遇到相同數字的加減問題時，能利用記憶的加減算式來解題。

- 算式填充題是學生在解題前對於問題的記錄。例如：「 $5+3=()$ 」，記錄了「5 個蘋果和 3 個蘋果合起來共有幾個蘋果？」學生要先有成功的解題經驗才能將解題活動以算式進行摘要記錄，接著才能發展使用算式填充題記錄問題的能力。學生擁有使用算式填充題記錄問題的能力後，才能為以後學習利用未知數符號來列式鋪路。



- 擬題活動有助於學生提升解題能力，當學生具備口述與算式對應之文字題的經驗與能力時，教師可以進行加法與減法算式的擬題活動。進行加減法算式的擬題活動時，教師可以在黑板上板書算式填充題，例如：「 $5+3=()$ 」，引導學生思考，有什麼問題可以用「 $5+3=()$ 」來記錄。一個完整的算式填充題應書寫成「 $5+3=()$ 」，而不是「 $5+3$ 」。

「 $5+3$ 」記錄文字題中所給定的線索，「 $()$ 」記錄文字題中未知的部分。因此，教師進行擬題活動時，應板書算式填充題「 $5+3=()$ 」，不可用算式「 $5+3$ 」進行擬題活動。

一年級學生使用文字敘述的能力不足，因此擬題活動不可以進行紙筆評量。



N-1-3	<p>基本加減法：以操作活動為主。以熟練為目標。指 1 到 10 之數與 1 到 10 之數的加法，及反向的減法計算。</p> <p>備註：在活動過程中，可能練習到兩步驟以上的加減混合數算，這是活動的常態，其中自然延伸之計算策略與數感建立更值得鼓勵，這種活動不是兩步驟計算的正式教學。</p>	n-I-2
-------	--	-------

基本學習內容

NC-1-3-1 熟練基本加減法。

基本學習表現

NCP-1-3-1-1 能熟練基本加法。

NCP-1-3-1-2 能熟練基本減法。

- ◎ 基本學習內容 NC-1-3-1 為 NC-1-2-1 及 NC-1-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能使用加法或減法算式記錄加、減問題的解題活動，也能用加法與減法解決生活中的問題。

本基本學習內容要求學生能熟練基本加減法。

- 本基本學習內容所指的基本加減法如下：

- (1) 基本加法事實。
- (2) 基本減法事實。
- (3) 10 加幾。
- (4) 十幾減 10。

- 基本加法事實：一位數加一位數的加法(見下表一)。

0+0=0	1+0=1	2+0=2	3+0=3	4+0=4	5+0=5	6+0=6	7+0=7	8+0=8	9+0=9
0+1=1	1+1=2	2+1=3	3+1=4	4+1=5	5+1=6	6+1=7	7+1=8	8+1=9	9+1=10
0+2=2	1+2=3	2+2=4	3+2=5	4+2=6	5+2=7	6+2=8	7+2=9	8+2=10	9+2=11
0+3=3	1+3=4	2+3=5	3+3=6	4+3=7	5+3=8	6+3=9	7+3=10	8+3=11	9+3=12
0+4=4	1+4=5	2+4=6	3+4=7	4+4=8	5+4=9	6+4=10	7+4=11	8+4=12	9+4=13
0+5=5	1+5=6	2+5=7	3+5=8	4+5=9	5+5=10	6+5=11	7+5=12	8+5=13	9+5=14
0+6=6	1+6=7	2+6=8	3+6=9	4+6=10	5+6=11	6+6=12	7+6=13	8+6=14	9+6=15
0+7=7	1+7=8	2+7=9	3+7=10	4+7=11	5+7=12	6+7=13	7+7=14	8+7=15	9+7=16
0+8=8	1+8=9	2+8=10	3+8=11	4+8=12	5+8=13	6+8=14	7+8=15	8+8=16	9+8=17
0+9=9	1+9=10	2+9=11	3+9=12	4+9=13	5+9=14	6+9=15	7+9=16	8+9=17	9+9=18

(表一：基本加法事實)



- 基本減法事實：一位數減一位數及十幾減一位數的減法(見下表二)。

0-0=0	1-1=0	2-2=0	3-3=0	4-4=0	5-5=0	6-6=0	7-7=0	8-8=0	9-9=0
1-0=1	2-1=1	3-2=1	4-3=1	5-4=1	6-5=1	7-6=1	8-7=1	9-8=1	10-9=1
2-0=2	3-1=2	4-2=2	5-3=2	6-4=2	7-5=2	8-6=2	9-7=2	10-8=2	11-9=2
3-0=3	4-1=3	5-2=3	6-3=3	7-4=3	8-5=3	9-6=3	10-7=3	11-8=3	12-9=3
4-0=4	5-1=4	6-2=4	7-3=4	8-4=4	9-5=4	10-6=4	11-7=4	12-8=4	13-9=4
5-0=5	6-1=5	7-2=5	8-3=5	9-4=5	10-5=5	11-6=5	12-7=5	13-8=5	14-9=5
6-0=6	7-1=6	8-2=6	9-3=6	10-4=6	11-5=6	12-6=6	13-7=6	14-8=6	15-9=6
7-0=7	8-1=7	9-2=7	10-3=7	11-4=7	12-5=7	13-6=7	14-7=7	15-8=7	16-9=7
8-0=8	9-1=8	10-2=8	11-3=8	12-4=8	13-5=8	14-6=8	15-7=8	16-8=8	17-9=8
9-0=9	10-1=9	11-2=9	12-3=9	13-4=9	14-5=9	15-6=9	16-7=9	17-8=9	18-9=9

(表二：基本減法事實)

- 「基本加法事實」及「基本減法事實」是直式加法與直式減法算則的先備知識。學生只要記憶基本加法事實及基本減法事實，加上位值及單位化聚等解題技巧，就能夠解決所有的加減問題。

例如我們只要記憶「 $4+3$ 、 $8+9$ 、 $0+5$ 、 $2+1$ 」等基本加法事實，記憶「 $9-4$ 、 $13-7$ 、 $15-6$ 、 $4-2$ 」等基本減法事實，加上位值及單位化聚等解題技巧，就能夠解決下面的加法和減法計算問題，因此本基本學習內容要求學生熟練基本加減事實。

	千	百	十	個		千	百	十	個
	1000	100	⑩	①		1000	100	⑩	①
	2	0	8	4		5	6	3	9
+	1	5	9	3	-	2	6	7	4

- 熟練基本加法與減法，並不表示一年級只能引入基本加減法範圍的問題。在學生尚未開始學習直式加法與減法算則之前，可以利用點數策略解決「 $29+5$ 」、「 $21-4$ 」等問題；或利用合成或分解策略解決「 $18+21$ 」、「 $53-22$ 」等不進、退位的問題。

點數策略：透過往上數 30、31、32、33、34，得到 $29+5=34$ 。

透過往下數 20、19、18、17，得到 $21-4=17$ 。

合成或分解策略：將 18 分解成 10 和 8，21 分解成 20 和 1，先算 $8+1=9$ ，再算 $10+20=30$ ，最後算 $30+9=39$ ，得到 $18+21=39$ 。
將 53 分解成 50 和 3，22 分解成 20 和 2，先算 $3-2=1$ ，再算 $50-20=30$ ，最後算 $30+1=31$ ，得到 $53-22=31$ 。



- 學生必須先熟記和是 10 以內的基本加法，才能夠記憶和超過 10 的基本加法(例如 $8+5$)；必須先熟記被減數是 10 以內的基本減法，才能夠記憶被減數超過 10 的基本減法(例如 $13-5$)。

- 有兩種熟練和及被減數是 10 以內基本加減事實的方法：

方法一：利用合十、拆十，以及將數字分解的結果來解題

步驟一：熟記和數及被減數小於或等於 10 的加減算式。

步驟二：熟記合十、拆十，以及將小於 10 數字分解的結果。

$$\text{合十：} 1+9=10, 2+8=10, \dots, 8+2=10, 9+1=10$$

$$\text{拆十：} 10-1=9, 10-2=8, \dots, 10-8=2, 10-9=1$$

$$\text{數字分解：} 7=1+6=2+5=3+4=4+3=5+2=6+1$$

$$5=1+4=2+3=3+2=4+1$$

步驟三：利用步驟一和步驟二來解題

以「 $8+6$ 」為例：

透過「 $8+6=8+(2+4)=(8+2)+4=10+4=14$ 」的步驟來解題，解題時利用到合十($8+2=10$)及將數字分解($6=4+2$)的活動。

以「 $15-7$ 」為例：

透過「 $15-7=(10+5)-7=(10-7)+5=3+5=8$ 」，或「 $15-7=15-(5+2)=(15-5)-2=10-2=8$ 」的步驟來解題，解題時會利用到拆十($10-7=3$)及將數字分解($15=10+5$ 及 $7=5+2$)的活動。這些活動對學生而言並不自然，教師不必強求學生必須利用第一種方法來記憶加減事實。

方法二：利用基本加(減)法事實表中前、後項的關係來解題

步驟一：熟記已成功解題的基本加減事實。

步驟二：幫助學生看到基本加(減)法事實表中前、後項的關係。

步驟三：利用已熟記的加減算式，記憶前、後項的加減算式。

幫助學生看到基本加(減)法事實表中前、後項的關係，學生掌握前、後項的關係後，就能利用已熟記的加減算式，記憶前、後項的加減算式，例如學生已經記憶 $5+5=10$ ，就能算出 $5+4=9$ ， $5+3=8$ 等前幾項，或 $5+6=11$ 及 $5+7=12$ 等後幾項，較快速的熟記基本加(減)法事實。

下面說明如何幫助學生掌握基本加(減)法事實表中前、後項的關係：



$$\begin{aligned} 6 + 4 &= 10 \\ 6 + 5 &= 11 \\ 6 + 6 &= 12 \\ 6 + 7 &= 13 \\ 6 + 8 &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 + 6 &= 10 \\ 5 + 6 &= 11 \\ 6 + 6 &= 12 \\ 7 + 6 &= 13 \\ 8 + 6 &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14 - 5 &= 9 \\ 14 - 6 &= 8 \\ 14 - 7 &= 7 \\ 14 - 8 &= 6 \\ 14 - 9 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14 - 6 &= 8 \\ 15 - 6 &= 9 \\ 16 - 6 &= 10 \\ 17 - 6 &= 11 \\ 18 - 6 &= 12 \end{aligned}$$

「6+4」、「6+5」、「6+6」、「6+7」、「6+8」的被加數都是6，

「6+7」的加數比「6+6」的加數多1，「6+7」的和也會比「6+6」的和多1。

「6+8」的加數比「6+6」的加數多2，「6+8」的和也會比「6+6」的和多2。

「6+5」的加數比「6+6」的加數少1，「6+5」的和也會比「6+6」的和少1。

「6+4」的加數比「6+6」的加數少2，「6+4」的和也會比「6+6」的和少2。

「4+6」、「5+6」、「6+6」、「7+6」、「8+6」的加數都是6，

「7+6」的被加數比「6+6」的被加數多1，「7+6」的和也會比「6+6」的和多1。

「8+6」的被加數比「6+6」的被加數多2，「8+6」的和也會比「6+6」的和多2。

「5+6」的被加數比「6+6」的被加數少1，「5+6」的和也會比「6+6」的和少1。

「4+6」的被加數比「6+6」的被加數少2，「4+6」的和也會比「6+6」的和少2。

「14-5」、「14-6」、「14-7」、「14-8」、「14-9」的被減數都是14，

「14-8」的減數比「14-7」的減數多1，「14-8」的差也會比「14-7」的差少1。

「14-9」的減數比「14-7」的減數多2，「14-9」的差也會比「14-7」的差少2。

「14-6」的減數比「14-7」的減數少1，「14-6」的差也會比「14-7」的差多1。

「14-5」的減數比「14-7」的減數少2，「14-5」的差也會比「14-7」的差多2。

「14-6」、「15-6」、「16-6」、「17-6」、「18-6」的減數都是6，

「17-6」的被減數比「16-6」的被減數多1，「17-6」的差也會比「16-6」的差多1。

「18-6」的被減數比「16-6」的被減數多2，「18-6」的差也會比「16-6」的差多2。

「15-6」的被減數比「16-6」的被減數少1，「15-6」的差也會比「16-6」的差少1。

「14-6」的被減數比「16-6」的被減數少2，「14-6」的差也會比「16-6」的差少2。



N-1-4	<p>解題：1 元、5 元、10 元、50 元、100 元。以操作活動為主。數錢、換錢、找錢。</p> <p>備註：容許多元策略，以利建立數感，教師不應視為單純的加減單元。</p>	n-I-2
-------	--	-------

基本學習內容

NC-1-4-1 認識 1 元、5 元、10 元、50 元、100 元等錢幣，並能用這些錢幣來數錢、換錢、付錢、找錢。

基本學習表現

NCP-1-4-1-1 能認識 1 元、5 元、10 元、50 元與 100 元等錢幣。
 NCP-1-4-1-2 能做 1 元與 5 元、10 元、50 元、100 元錢幣的換算。
 NCP-1-4-1-3 能做 10 元與 5 元、50 元、100 元錢幣的換算。
 NCP-1-4-1-4 能做 50 元與 100 元錢幣的換算。
 NCP-1-4-1-5 能點數給定 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣合起來是多少元。
 NCP-1-4-1-6 能用 1 元、5 元、10 元、50 元、100 元等錢幣來換錢、付錢、找錢。

- ◎ **基本學習內容 NC-1-4-1 幫助學生認識 1 元、5 元、10 元、50 元及 100 元等錢幣，並能用 1 元、5 元、10 元、50 元、100 元等錢幣來換錢、付錢、找錢。**
- 給定金額讓學生付款時，教師可以提供數種不同的付款方法，但只要要求學生掌握一種錢幣的付款方式即可，不必要求學生窮盡所有的付款方式。
- 進行換錢、付錢、找錢教學時，解題以數數為主，不應視為加減問題，也不宜要求學生用加減算式來記錄。以付 36 元為例，透過點數錢幣，10 個一數，10、20、30，及一個一數，31、32、33、34、35、36，就能拿出或圈出要付的錢。
- 建議教師多使用錢幣進行數數活動，並透過簡單的買賣活動，讓學生練習數錢、換錢、付錢、找錢，以助其提高日後學習加、減計算及位值換算的興趣。
- 教師應幫助學生建立以「1 元」為計數單位的命名活動，例如稱 3 個 1 元合起來的錢數為 3 元，3 元是 3 個 1 元合起來的等雙向活動。為錢幣的加減運算鋪路。
- 學生知道 5 個 1 元合起來是 5 元後，才能幫助學生認識 5 元硬幣，說明 5 元硬幣和 5 個 1 元合起來一樣多後，再進行 1 元和 5 元硬幣的換算。
 1 個 5 元硬幣可以換 5 個 1 元硬幣，5 個 1 元硬幣可以換 1 個 5 元硬幣。



- 學生必須先掌握 10 個一數、5 個一數，或又十、又五及又一的數詞序列，才能較快速的點數錢幣。

以點數右圖中有多少元為例：⑩⑩⑩⑤⑤⑤①①①必須先透過 10 個一數，10、20、30，再透過 5 個一數，35、40、45，及一個一數，46、47、48，點數出上圖中共有 48 元。如果學生無法掌握又五的數詞序列，可以幫助學生先利用 5 個一數的方式點數 5 元硬幣，再透過又十及又一的數詞序列點數剩下的硬幣。例如，透過「5、10、15、25、35、45、46、47、48」，點數出上面的硬幣共有 48 元。如果學生無法進行 5 個一數，可以幫助學生將 5 元硬幣都換成 1 元硬幣後再點數。



N-1-5	<p>長度 (同 S-1-1): 以操作活動為主。初步認識、直接比較、間接比較 (含個別單位)。</p> <p>備註: 活動內容含直線與曲線。本條目教學無常用單位 (N-2-11)。</p>	n-I-7
-------	---	-------

基本學習內容

NC-1-5-1 認識直線與曲線，進行長度的直接比較，並用「長、短、高、矮」等描述比較的結果。

NC-1-5-2 利用間接比較 (含個別單位的方法) 比較兩物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行比較與加減計算。

基本學習表現

NCP-1-5-1-1 能認識直線、曲線。

NCP-1-5-1-2 能認識長度、高度，進行長度、高度的直接比較。

NCP-1-5-1-3 能用「長、短、高、矮」等描述長度或高度比較的結果。

NCP-1-5-2-1 能利用間接比較的方法比較兩物體的長短。

NCP-1-5-2-2 能比較直線、曲線的長短。

NCP-1-5-2-3 能在具體操作中，知道連接兩點的線，以直線為最短。

NCP-1-5-2-4 能利用個別單位實測，並描述實測的結果。

NCP-1-5-2-5 能利用個別單位實測的方法比較物體的長短。

NCP-1-5-2-6 能利用個別單位實測的結果進行加減計算。

◎ **基本學習內容 NC-1-5-1 幫助學生認識直線與曲線，進行長度的直接比較，並用「長、短、高、矮」等描述比較的結果。**

■ 本基本學習內容首次引入量與實測的感官量教材「長度」，比較兩個物件的長短，學生可以透過直接比較來判斷兩個物件誰比較長。

直接比較指的是不透過任何媒介物，利用直接比對來比較兩個物件的長短。

例如：將兩枝鉛筆的一端對齊，透過另一端來比較這兩根鉛筆的長短。

■ 長度和距離是兩種不同的概念。以 A、B 兩相異點為例，長度討論的是連接 A、B 兩點的線段有多長，距離討論的是 A、B 兩點距離多遠。對低年級學生而言，線段是具體可見的，可以測量出線段的長度，但兩點中間是空的，無法描述兩點離開多遠，因此學生不易掌握距離的概念。



- 長度是物件本身擁有的特性，直直的木條，彎曲的鋼筋，拉直或沒有拉直的繩子等，它們都有長度。

兩個相異點之間是空的，沒有物件可以量長度，因此必須以兩點為端點建立路徑，有了路徑以後，才能夠開始討論路徑的長度。

以 A、B 為端點，可以有很多不同的路徑。數學上，稱連接兩點最短路徑的長度為這兩點的距離。在這些連接 A、B 兩點的路徑中，連接 A、B 兩點直線段路徑的長度最短，因此，AB 線段的長度就是 A、B 這兩點的距離。

教師可以選定兩點，以這兩點為端點連接一些繩子，透過將繩子拉直後比較長短，幫助學生認識連接兩點繩子的長度，以直線為最短。

- 進行「直線與可以拉直的曲線」的長短比較活動時，因為可以將曲線拉直後，與直線進行直接比較，屬於直接比較的問題。

進行「直線與無法拉直的曲線」的長短比較活動時，因為要透過先用繩子複製曲線的長度，再與直線直接比較的過程，屬於間接比較的問題。

- 日常生活中常見的高度都是透過距離的概念來描述，例如：用傳統的身高計來量身高時，身高指的是兩個平行平面的距離。距離概念對一年級學生而言相當困難，因此評量高度的直接比較時，必須有輔助判斷的線。

- ◎ 基本學習內容 NC-1-5-2 為 NC-1-5-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識長度，並作直接比較。

本基本學習內容幫助學生利用間接比較或以個別單位實測的方法比較兩物件的長短，學生必須掌握長度的保留概念之後，才能進行本基本學習內容的教學活動。

- 一年級首次引入長度，教學的重點是長度的直接比較、間接比較與個別單位比較，不引入長度的常用單位，二年級才開始引入長度的常用單位「公分」及「公尺」。

- 長度間接比較的方法包含下列類型：

- (1) 透過先複製再直接比較的方法，比較兩物件的長短。

例如比較教室前面黑板和後面布告欄的長度時，可以先用繩子複製黑板的長度，再拿著複製的繩子和布告欄進行直接比較，就能判斷誰比較長。

- (2) 透過遞移的性質，比較物體的長短。

例如以竹竿為媒介，透過直接比較得到教室前面黑板比竹竿長，竹竿比後面布告欄長時，就能透過長度遞移的性質，得到教室前面黑板比後面布告欄長的結果。



- 長度保留概念指的是同一個物體的長度，不論誰來量的結果都一樣，而且物體的長度不會受到時間、空間與物體本身重組等影響而改變。學生必須有足夠測量或比較的經驗後，才能形成長度保留概念。

下面提出四種長度保留概念的特徵，前面兩種特徵比較早形成，後面兩種特徵比較晚形成。

第一種：物體的長度不會受到擺放位置的影響而改變。例如將一條木棍橫放、直放、斜放、移來移去，這條木棍的長度都不會改變。

第二種：物體的長度不會受到時間的影響而改變。例如昨天、今天、明天、後天、大後天、....，同一條木棍的長度都不會改變。

第三種：物體的長度不會受到形狀的影響而改變。例如同一條繩子，不論拉直，打結或彎曲成任意的形狀，繩子的長度都不會改變。

第四種：物體的長度不會受到本身分割或重組的影響而改變。例如將一條繩子切割成幾段，這幾段繩子接起來的長度，和原繩子一樣長。

- 學習長度個別單位比較的程序如下：

(1) 先學習利用個別單位，描述某物的長：

例如繩子和 5 個積木接起來一樣長，桌子和 20 個積木接起來一樣高。

(2) 再學習利用個別單位，比較兩物的長：

例如甲繩和 12 個積木接起來一樣長，乙繩和 13 個積木接起來一樣長，13 個比 12 個多，或 13 比 12 大，所以乙繩比甲繩長。

(3) 最後學習利用個別單位實測的結果，進行加減計算：

例如丙繩和 9 個積木接起來一樣長，丁繩和 5 個積木接起來一樣長，可以用 $9+5=14$ ，算出丙繩和丁繩接起來和 14 個積木一樣長；也可以用 $9-5=4$ ，算出丙繩比丁繩長了 4 個積木。

- 比較甲、乙兩條繩子長短時，有兩種提問的方法：

第一種：「甲、乙兩條繩子，誰比較長？」

第二種：「甲、乙兩條繩子，誰比誰長？」

第一種問法的答案是「甲繩比較長」，第二種問法的答案是「甲繩比乙繩長」，第二種問法是兩繩關係的問法，可以為引入長度的遞移性鋪路。長度遞移性「若甲繩比乙繩長、乙繩比丙繩長，則甲繩比丙繩長」中的描述，都是關係的描述。

- 比較兩個物件長短的問題是「誰比較長？」、「誰比較短？」。

比較三個以上(含三個)物件長短的問題是「誰最長？」、「誰最短？」。



- 透過問話「甲、乙兩枝鉛筆，誰比誰長？」，得到「甲鉛筆比乙鉛筆長」的答案後，教師應說明：
 - 「甲鉛筆比乙鉛筆長」也可以說成「乙鉛筆比甲鉛筆短」。
 - 「甲鉛筆比乙鉛筆長」也可以說成「甲鉛筆比較長」。
 - 「乙鉛筆比甲鉛筆短」也可以說成「乙鉛筆比較短」。
- 以「紅繩、黃繩、白繩三條繩子，哪一條繩子最長？」為例，進行紅、黃、白三條繩子長度比較活動，教師宜引導學生先看到紅繩最長的現象，再說明當紅繩比黃繩長、紅繩也比白繩長時，可以說紅繩、黃繩、白繩三條繩子中，紅繩最長。



N-1-6	<p>日常時間用語：以操作活動為主。簡單日期報讀「幾月幾日」；「明天」、「今天」、「昨天」；「上午」、「中午」、「下午」、「晚上」。簡單時刻報讀「整點」與「半點」。</p> <p>備註：活動以教師和學生在教室中溝通之時間用語為原則，非時間單位結構之教學（N-2-13、N-2-14）。簡單日期指日曆之「幾月幾日」，不含曆法結構。時刻需以鐘面教學。簡單鐘面時界限「整點」與「半點」。</p>	n-I-9
-------	--	-------

基本學習內容

- NC-1-6-1 認識常用時間用語。
- NC-1-6-2 查閱日曆、月曆和年曆。
- NC-1-6-3 認識鐘面上整點、半點的時刻。

基本學習表現

- NCP-1-6-1-1 能辨識事件發生的先後順序。
- NCP-1-6-1-2 能認識常用時間用語(上午、中午、下午)。
- NCP-1-6-1-3 能認識常用時間用語(今天、昨天、明天)。
- NCP-1-6-2-1 能查閱日曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
- NCP-1-6-2-2 能查閱月曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
- NCP-1-6-2-3 能查閱年曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
- NCP-1-6-3-1 能認識鐘面上整點及半點的時刻。

◎ **基本學習內容 NC-1-6-1、NC-1-6-2、NC-1-6-3 首次引入時間的教材，幫助學生認識時間用語，報讀日期與鐘面上整點、半點的時刻。**

■ **時間的特徵：**

流動性：時間不斷的在運行。

不可逆性：時間無法重回到過去，而且時間無法複製。

缺乏觀測的方式：時間看不到、聽不到、摸不到。

■ **時間的教學和長度等感官量的教學方式不同，必須依靠工具才能掌握量感，例如下課 20 分鐘，升旗 10 分鐘，學生感覺升旗的時間比較長。**

國小一年級時間的教學重點是建立時間的初步概念，並學會報讀時間的工具，鐘和表是報讀短時間的工具，日曆、月曆和年曆是報讀較長時間的工具。

- 時刻指的是某一事件發生的時候，概念上是時間數線上的一個點，可以透過事件發生的先後順序幫助學生學習時刻的概念。日常生活中常透過「現在是什麼時候（間）」，要求回答時刻。
時間指的是某一事件經過了多久，概念上是時間數線上的一段距離，可以透過事件發生的長短幫助學生學習時間的概念。日常生活中常問經過多久、花了多少時間，要求回答時間量。
- 本基本學習內容中所用的「上午」、「中午」、「下午」、「晚上」等時間用語為日常生活一般用語，「下午」和「晚上」未做嚴格區分，建議教師教學或評量時，儘量將天黑以前的時刻稱為下午，天黑以後的時刻才稱為晚上。
教學及評量時只能出現「上午」、「中午」、「下午」、「晚上」等用語，不宜出現「早上」、「清晨」、「傍晚」、「黃昏」等其他時間用語。
- 建議教師透過經常提問，例如升旗時是「上午」、放學時是「下午」，幫助學生熟悉「上午」、「中午」、「下午」等時間用語，為中年級將 12 時制改記成 24 時制的約定鋪路。
- 一年級月曆、日曆及年曆教學重點都是報讀今天、明天、昨天是幾年幾月幾日星期幾。
二年級月曆、日曆及年曆教學重點是認識時間單位「年、月、星期、日」，以及相鄰時間單位間的關係。
- 在給定今天日期的情境下，可以評量昨天或明天的日期。
但是在給定昨天（明天）日期的情境下，必須提供月曆，才能夠評量今天或明天（昨天）的日期。
- 一年級報讀時刻的教學重點是整點及半點的時刻。
二年級報讀時刻的教學重點是所有的時刻。
- 一年級不宜稱半點為 30 分，例如：不宜稱 9 點半為 9 點 30 分；
一年級也不宜引入電子鐘。



空間與形狀

S-1-1	<p>長度(同 N-1-5)：以操作活動為主。初步認識、直接比較、間接比較(含個別單位)。</p> <p>備註：活動內容含直線與曲線。本條目教學無常用單位(N-2-11)同 N-1-5。</p>	n-I-7
-------	---	-------

基本學習內容

- SC-1-1-1 認識直線與曲線，進行長度的直接比較，並用「長、短、高、矮等描述比較的結果。
- SC-1-1-2 利用間接比較（含個別單位的方法）比較兩物體的長短，並利個別單位實測的結果進行比較與加減計算。

基本學習表現

- SCP-1-1-1-1 能認識直線、曲線。
- SCP-1-1-1-2 能認識長度、高度，進行長度、高度的直接比較。
- SCP-1-1-1-3 能用「長、短、高、矮」等描述長度或高度比較的結果。
- SCP-1-1-2-1 能利用間接比較的方法比較兩物體的長短。
- SCP-1-1-2-2 能比較直線、曲線的長短。
- SCP-1-1-2-3 能在具體操作中，知道連接兩點的線，以直線為最短。
- SCP-1-1-2-4 能利用個別單位實測，並描述實測的結果。
- SCP-1-1-2-5 能利用個別單位實測的方法比較物體的長短。
- SCP-1-1-2-6 能利用個別單位實測的結果進行加減計算。

- ◎ 基本學習內容 SC-1-1-1 同 NC-1-5-1。
基本學習內容 SC-1-1-2 同 NC-1-5-2。



S-1-2	<p>形體的操作：以操作活動為主。描繪、複製、拼貼、堆疊。</p> <p>備註：應包含平面圖形、立體形體或兩者互動之活動，豐富學生之幾何操作經驗。</p>	s-I-1
-------	---	-------

基本學習內容

SC-1-2-1 描繪或複製簡單平面圖形，並能依給定圖示，將簡單形體作平面拼貼與立體堆疊。

基本學習表現

- SCP-1-2-1-1 能拓印立體形體的某一個面，描繪簡單平面圖形。
- SCP-1-2-1-2 能描繪出立體形體某一個面的邊，複製簡單平面圖形。
- SCP-1-2-1-3 能透過將圖形內部塗色的方式，複製簡單平面圖形。
- SCP-1-2-1-4 能依給定圖示，將簡單圖形作平面拼貼。
- SCP-1-2-1-5 能依給定圖示，將簡單形體作立體堆疊。
- SCP-1-2-1-6 能透過疊合判斷兩個圖形是否全等。

- ◎ **基本學習內容 SC-1-2-1 透過拓印立體形體的某一個面、描出立體形體某一個面的邊或將圖形內部塗色等方式，幫助學生描繪或仿製簡單平面圖形。也幫助學生依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊，幫助學生注意到平面圖形或立體形體的構成要素，並經驗空間感與全等操作。**
- 學生學習簡單平面圖形與立體形體正式或非正式的名稱，但不必瞭解其定義。
簡單平面圖形：圓形、三角形、正方形及長方形。
簡單立體形體：球體、正方體、長方體及圓柱體。
- 拓印立體形體的某一個面，得到的平面圖形包含圖形本身及其內部，例如將正方體一面塗上墨汁，拓印得到的圖形是正方形區域。
描出立體形體某一個面的邊得到的平面圖形是圖形本身，例如描出正方體某一面的四條邊，得到的圖形是正方形。
塗色是給定周界，在圖形內部塗上顏色。
- 一年級學生肌肉還不能做細膩的協調，不宜做精確的要求，學生只要在仿製活動中，經驗平面圖形的結構特徵。
- 低年級的幾何教學活動，應安排較多的感官操作活動，讓學生進行簡單的分類、造形、滾動、堆疊、描繪、著色、觸摸、複製等活動，例如透過七巧板等具體物，幫助學生察覺如何才能排出給定的圖形，逐步的注意到圖形的構成要素。

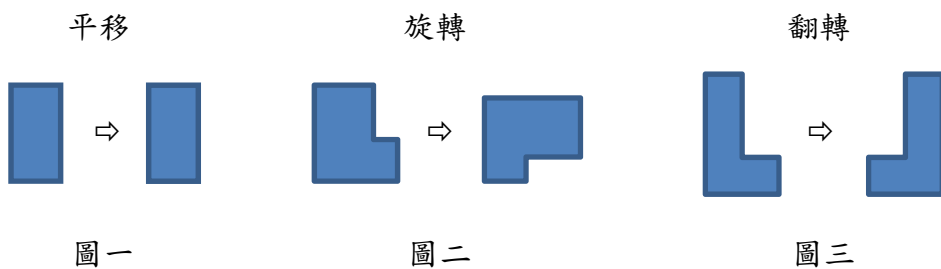


- 教師應區分圖形(例如三角形)、圖形內部(例如三角形內部)、圖形外部(例如三角形外部)、以及圖形區域(例如三角形及三角形內部合稱為三角形區域)的意義。但是在低年級教學時，不必嚴格的區分圖形和圖形區域，例如將三角形及三角形區域都稱之為三角形。
- 本基本學習內容透過疊合來判斷兩個圖形是否全等，但是不能出現「全等」的名詞，「全等」的名詞四年級才出現。
- 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。下面以圖一、圖二及圖三為例說明。

在圖一中，只要將左邊的圖形平移至右邊，就能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

在圖二中，必須先將左邊的圖形平移至右邊，再將左邊的圖形順時針方向旋轉 90 度，或逆時針方向旋轉 270 度，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

在圖三中，將左邊的圖形平移至右邊，不論如何旋轉，這兩個圖形都無法完全



疊合，必須將左邊的圖形翻轉，才能透過疊合知道這兩個圖形全等。

- 教師可以提供積木或實物組合等造形活動，幫助學生經驗空間幾何。
- 本基本學習內容活動重點在啟動或刺激學生的幾何直覺，不做構成要素的教學。做溝通時，應讓學童隨意發揮，啟發學童自己對形體結構的體驗。

關係

R-1-1	<p>算式與符號：含加減算式中的數、加號、減號、等號。以說、讀、聽、寫、做檢驗學生的理解。適用於後續階段。</p> <p>備註：此條目包括小學之後的學習，不再另列條目。本條目應在加減法單元中完成，不須另立獨立單元教學。</p>	r-I-1
-------	---	-------

基本學習內容

RC-1-1-1 理解加法與減法的意義，並用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。

RC-1-1-2 用加法與減法，解決生活中的問題。（和數或被減數小於 100）。

基本學習表現

RCP-1-1-1-1 能從合成、分解的活動中，理解加法與減法的意義。

RCP-1-1-1-2 能用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。

RCP-1-1-1-3 認識加法算式，加號、被加數、加數及和。

RCP-1-1-1-4 認識減法算式，減號、被減數、減數及差。

RCP-1-1-2-1 能用加法解決生活中添加型與併加型的問題。（和數小於 100）

RCP-1-1-2-2 能用減法解決生活中拿走型與比較型的問題。（被減數小於 100）

RCP-1-1-2-3 能進行加法與減法算式的擬題活動。

◎ 基本學習內容 RC-1-1-1 同 NC-1-2-1。

基本學習內容 RC-1-1-2 同 NC-1-2-2。



R-1-2	<p>兩數相加的順序不影響其和：加法交換律。可併入其他教學活動。</p> <p>備註：先用「併加型」(合成型)情境說明，再應用於其他情境。不出現「加法交換律」一詞。</p>	r-I-2
-------	--	-------

基本學習內容

RC-1-2-1 認識加法的交換律。

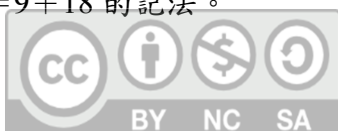
基本學習表現

RCP-1-2-1-1 能在併加型問題情境中，認識加法的交換律。

RCP-1-2-1-2 能在添加型問題情境中，認識加法的交換律。

◎ 基本學習內容 RC-1-2-1 在具體情境中，幫助學生認識加法交換律。

- 併加型問題的兩個數字沒有出現時間先後的順序，因此可以先利用併加型問題幫助學生認識加法交換律。例如在併加型問題「甲左手有 3 顆糖，右手有 4 顆糖，甲手上有幾顆糖？」中，幫助學生認識先算左手的糖「 $3+4$ 」，和先算右手的糖「 $4+3$ 」，它們的答案都相同。
- 添加型問題的兩個數字有出現時間先後的順序，因此可以利用添加型問題檢查學生是否理解加法交換律。以添加型問題「乙有 8 元，丙給乙 29 元後，乙有多少元？」為例，如果學生無法掌握加法交換律的意義，他會以先出現的數字 8 為起點，往上數 29 次得到答案，如果學生已經掌握加法交換律的意義，他會選擇比較有效率的方法來解題，改以 29 為起點，往上數 8 次得到答案。
- 教師不宜在數字情境中引入加法交換律，必須在生活情境中引入加法交換律，學生才能掌握加法交換律的意義。
以「甲有 18 元，乙有 9 元，兩人共有多少元？」為例，學生可能出現兩種解題的方法，第一種是 $18+9=27$ ，第二種是 $9+18=27$ ，教師應幫助學生認識這兩種解題方法的答案相同，如果學生只出現其中一種方法，教師必須提出另一種解題方法讓學生討論。
認識加法交換律有兩個層次，層次一是看到加法交換律的現象，學生必須算出 $18+9$ 和 $9+18$ 的答案，才知道這兩個算式相等；層次二是能預期加法交換律的結果，學生不必算出答案，就知道 $18+9$ 和 $9+18$ 的答案一定相等，教師應幫助層次一的學生進入層次二。
- 一年級尚未引入 $18+9=9+18$ 的記法。



資料與不確定性

D-1-1	<p>簡單分類：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現日常生活物品，報讀、說明已處理好之分類。觀察分類的模式，知道同一組資料可有不同的分類方式。</p> <p>備註：本條目活動中呈現之說明圖表皆出自學生的創意，並非正式表格（D-3-1）與統計圖表的教學（D-4-1 以後）。</p>	d-I-1
-------	--	-------

基本學習內容
DC-1-1-1 對生活中的事件或活動做初步的分類與記錄。

基本學習表現
D-1-1-1-1 能對生活中的事件或活動做初步的分類。
D-1-1-1-2 能記錄分類的結果。

◎ **基本學習內容 DC-1-1-1 首次引入統計的教材，幫助學生對生活中的事件或活動做初步的分類與記錄。**

- 對生活中的事件或活動做初步的分類與記錄包含下列活動：
 - (1)將生活中的事件或活動做初步的分類。
 - (2)能透過點數或劃記的方式做分類的記錄。
 - (3)能說明分類結果的記錄。
- 學生進行分類活動時可能有很多不成熟的想法，老師應強調下列這兩個重點並多做溝通：
 - (1) 一堆物件可以有很多不同分類的方法，分類前必須先溝通分類的標準，例如班上同學可以依性別、血型、星座、姓氏等標準來分類。
 - (2)確定分類標準後，分類必須滿足下面 2 個條件：
 - 第一：不同類之間不可以有交集，例如分成甲、乙二類時，每個物件只能恰屬於其中一類，也就是說，某物件不能屬於甲類、同時又屬於乙類。
 - 第二：每個物件必須屬於分類中的一類，例如分成甲、乙二類時，每個物件必須屬於某一類，也就是說，某物件不能不屬於甲類、同時也不屬於乙類。



- 以下列兩種情境為例，說明何種情境適合劃記的活動。

情境一：桌面上有紅、黃、藍、綠四種顏色的花片，統計這四種顏色花片的個數。

情境二：袋中有紅、黃、藍、綠四種顏色的花片，每次抽出一個花片後再放回袋中，抽很多次，統計這四種顏色花片出現的次數。

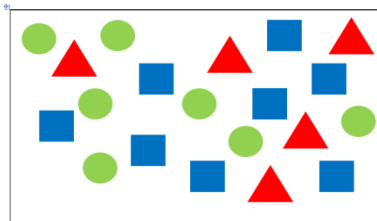
在情境一中，學生可以同時看到所有的花片，因此學生可以依序點數不同顏色花片的個數，並將點數的結果記錄在表格中；學生不須要透過拿一個花片劃記一次的方法，先在表格上劃記，再點數劃記的次數，最後再將點數劃記次數的結果記錄到表格中。

在情境二中，學生一次只能看到一個花片，而且拿出來的花片也不會保留下來讓學生點數，因此學生只能在抽出每一個花片時，先在表格中劃記，接著點數劃記的次數，並將點數的結果記錄在表格中。


本基本學習內容限制教師只能在第二種情境中進行劃記的活動。

- 以「將下圖中的圖形依形狀來分類」為例，下面的記法都可以接受

(1) 圓形：7個 三角形：5個 正方形：8個



(2) 用「○」記錄：一個「○」代表一個圖形

	○○○○○○○
	○○○○○
	○○○○○○○

- 不宜限制某種教師偏愛的記錄格式，應讓學生自由發揮，並接受多元的分類與記錄方式。

國民小學二年級數學基本學習內容

數與量

N-2-1	<p>一千以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「百」。</p> <p>位值單位換算。</p> <p>備註：教學可數到最後的「一千」，但不進行超過一千的教學。學生能局部從某數開始前後數數。須點數表示位值之積木，並熟練「十個一數」、「百個一數」的數數模式。</p>	n-I-1
-------	---	-------

基本學習內容

NC-2-1-1 1000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。

NC-2-1-2 認識「百位」的位名，並進行 1000 以內位值單位的換算。

基本學習表現

NC-2-1-1-1 能唱出及寫出 1000 以內的數詞序列(命名活動)。

NC-2-1-1-2 能唱出 1000 以內又一、又十及又百的數詞序列。

NC-2-1-1-3 能進行 1000 以內各數的說、讀、聽、寫。

NC-2-1-1-4 能用代表「100」、「10」和「1」的具體物或圖像表示 1000 以內的數字或數詞。

NC-2-1-2-1 能認識「百位」的位名。

NC-2-1-2-2 能比較 1000 以內兩數的大小。

NC-2-1-2-3 能將「幾百幾十幾」聚成「幾個百、幾個十和幾個一」。

NC-2-1-2-4 能將「幾個百、幾個十和幾個一」化成「幾百幾十幾」。

- ◎ 基本學習內容 NC-2-1-1 為 NC-1-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識 100 以內的數，能唱出 100 以內又一及又十的數詞序列。


本基本學習內容建立 1000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。

- 因為 100~200、200~300、300~400 等數詞序列命名的規律大致相同，建議教師先幫助學生建立 100~200 的數詞序列，當學生掌握 100~200 數詞序列命名的規律後，較能自行類比建立 200~999 的數詞序列。
- 建立 100~200 數詞序列時，教學重點是無法類比 1~100 命名規律的數詞序列，例如 101~109，109~110，199~200 等。




- 本基本學習內容建立 1000 以內又一、又十及又百的「往上數」及「往下數」的數詞序列，學生學會「往上數」及「往下數」的數詞序列之後，可以為以後透過點數策略解決加、減問題鋪路。

例如：透過

387、487、587、597、607、617、618、619、620、621

 又百 又百 又十 又十 又十 又一 又一 又一 又一

解決 $387 + 234 = 621$ 的加法問題。

例如：透過

723、623、523、513、503、493、492、491、490、489

 又百 又百 又十 又十 又十 又一 又一 又一 又一

解決 $723 - 234 = 489$ 的減法問題。

- 又一「往上數」的數詞序列：由給定的數往上數，例如 23、24、25、26。
- 又一「往下數」的數詞序列：由給定的數往下數，例如 26、25、24、23。
- 又十「往上數」的數詞序列：由給定的數往上數，例如 28、38、48、58。
- 又十「往下數」的數詞序列：由給定的數往下數，例如 58、48、38、28。
- 又百「往上數」的數詞序列：由給定的數往上數，例如 328、428、528、628。
- 又百「往下數」的數詞序列：由給定的數往下數，例如 752、652、552、452。

◎ 基本學習內容 NC-2-1-2 為 NC-1-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識「個位」、「十位」的位名，並進行 100 以內位值單位的換算。

本基本學習內容幫助學生認識「百位」的位名，並進行 1000 以內位值單位的換算。

- 基本學習內容 NC-2-1-1 教學的重點是「一個單位(一)的解讀方法」，例如將 358 解讀成 300、50 和 8 的合成。
- 基本學習內容 NC-2-1-2 教學的重點是「三個單位(一、十和百)的解讀方法」，例如將 358 解讀成 3 個百 5 個十和 8 個一的合成。
- 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是能將「幾百幾十幾」聚成「幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「357」聚成「3 個百、5 個十、7 個一」，以及將「幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾百幾十幾」，例如將「3 個百、5 個十、7 個一」化成「357」的的雙向化聚。
- 先處理「一」和「十」單位，以及「一」和「百」單位的換算，再處理「十」和「百」單位的換算。



- 以比較 532 和 527 兩數的大小為例，有兩種幫助學生解題的方法。

方法一：透過位值說明十位數字比較大的數比較大

532 可以換成 5 個百 3 個十和 2 個一，527 可以換成 5 個百 2 個十和 7 個一，5 個百和 5 個百一樣多，3 個「十」比 2 個「十」多 1 個「十」，也就是多 10，10 一定比 7 大，所以當 532 的十位數字比 27 的十位數字大時，32 就比 27 大。這種方法對低年級學生而言相當抽象。

方法二：先唸出的數字比較小，對應到的物件比較少，後唸出的數字比較大，對應到的物件比較多。

二年級學生已熟悉數詞序列 1、2、...、1000，應知道愈後面唸到的數字愈大，教師可以透過先唸出的數字比較小，後唸出的數字比較大，說明 532 和 527 的百位數字一樣大，532 的十位數字比 527 的十位數字大，十位數字比較大的數比較後唸到，所以 532 比 527 大。

- 國小二年級常透過下面二組教具，幫助學生進行位值單位的換算。

積木：白色積木、橘色積木、百格板

10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，10 個白色積木可以換成 1 條橘色積木，1 條橘色積木可以換成 10 個白色積木。

100 個白色積木和 1 張百格板一樣大，100 個白色積木可以換成 1 張百格板，1 張百格板可以換成 100 個白色積木。

10 條橘色積木和 1 張百格板一樣大，10 條橘色積木可以換成 1 張百格板，1 張百格板可以換成 10 條橘色積木。

圖像：①、⑩、100

透過約定，10 個①可以換 1 個⑩，1 個⑩可以換 10 個①。

100 個①可以換 1 個 100，1 個 100 可以換 100 個①。

10 個⑩可以換 1 個 100，1 個 100 可以換 10 個⑩

- 一年級已透過 1 條橘色積木和 10 個白色積木接起來一樣長的關係，拿 1 條橘色積木換 10 個白色積木，或拿 10 個白色積木換 1 條橘色積木。

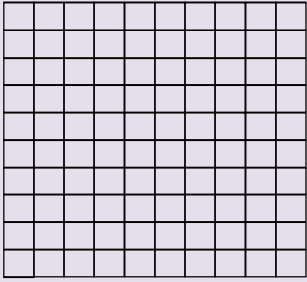


但是 10 條橘色積接起來和 1 張百格板的長度不相同，必須透過 10 條橘色積木拼起來和 1 張百格板面積一樣大的關係，才能拿 1 張百格板換 10 條橘色積木，或拿 10 條橘色積木換 1 張百格板。也就是說，橘色積木和白色積木是透過長度來轉換，而橘色積木和百格板是透過面積來轉換，兩者轉換關係並不相同。

引入橘色積木和白色積木的目的是溝通「十」和「一」兩單位的化聚關係，二年級學生應該已將注意力放在 1 個「十」和 10 個「一」的化聚關係上。建議教師透過面積溝通橘色積木和百格板的關係後，應幫助學生將注意力放在 1 個「百」和 10 個「十」，以及 1 個「百」和 100 個「一」的化聚關係。

- 「個位」、「十位」及「百位」比較抽象，剛開始引入定位板時，可以在個位及十位上加入白色積木、橘色積木、百格板，或①、⑩、100的圖像，幫助學生掌握不同單位計數的意義。

例如：2 個百、5 個十和 3 個一在定位板上的記法如下。

百位	十位	個位
100	⑩	①
2	5	3

百位	十位	個位
100	⑩	①
		
2	5	3

等待學生掌握定位板的意義後，可以刪除白色積木、橘色積木、百格板的記法，只留下「個位」、「十位」及「百位」，以及①、⑩、100圖像的記法。

N-2-2	<p>加減算式與直式計算：用位值理解多位數加減計算的原理與方法。初期可操作、橫式、直式等方法並陳，二年級最後歸結於直式計算，做為後續更大位數計算之基礎。直式計算的基礎為位值概念與基本加減法，教師須說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：不論橫式或直式，加法含二次進位，減法限一次退位。須處理數字中有0的題型。為了熟悉位值與直式計算的關係，應先在有位值的表格中學習記錄與計算。</p>	n-I-2
-------	---	-------

基本學習內容

NC-2-2-1 熟練二位數加減直式計算。

NC-2-2-2 熟練三位數加減直式計算(不含兩次退位)。

基本學習表現

NCP-2-2-1-1 能熟練沒有進退位的二位數加減直式計算。

NCP-2-2-1-2 能熟練有進退位的二位數加減直式計算。

NCP-2-2-2-1 能熟練沒有進退位的三位數加減直式計算。

NCP-2-2-2-2 能熟練一次進退位的三位數加減直式計算。

NCP-2-2-2-3 能熟練兩次進位的三位數加法直式計算。

NCP-2-2-2-4 能熟練 100 減一位數或二位數減法直式計算。

◎ 基本學習內容 NC-2-2-1 為 NC-1-2-2 及 N-1-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經能用加法與減法解決生活中的問題，也應該已經熟練基本加法與減法。本基本學習內容幫助學生熟練二位數加減直式計算。

■ 本基本學習內容建議使用吸管、積木、錢幣或圖像等具體物，透過同構教導加減直式計算。同構表示兩個體系或運算間有相同的結構，例如將 10 根吸管綁成 1 網，10 個白色積木換成 1 條橘色積木，以及將 10 個一元硬幣換成 1 枚十元硬幣的過程都和 10 個一換成 1 個十相同，滿足同構的關係。

下面以加法問題「 $38+25$ 」為例，說明如何透過逐一比對吸管的操作過程和直式的算式，幫助學生發現操作吸管和直式加法算則的步驟是相同的。



步驟一：拿出 38 根吸管，每 10 根綁成 1 捆，可以綁成 3 捆 8 根，再拿出 25 根吸管，每 10 根綁成 1 捆，可以綁成 2 捆 5 根。

將 38 解讀為 3 個十、8 個一，25 解讀為 2 個十、5 個一。

兩者操作的步驟相同。

步驟二：先算零散的吸管，8 根和 5 根合起來有 13 根，每 10 根綁成 1 捆，可以綁成 1 捆 3 根。

8 個一加 5 個一是 13 個一，13 個一可以換成 1 個十和 3 個一。

兩者操作的步驟相同。

步驟三：再算整捆的吸管，3 捆和 2 捆合起來是 5 捆，加上多出來的 1 捆，一共有 6 捆。

3 個十加 2 個十是 5 個十，再加上換成的 1 個十是 6 個十。

兩者操作的步驟相同。

步驟四：全部合起來是 6 捆和 3 根，也就是合起來是 63 根。

6 個十和 3 個一，合起來是 63 個一，也就是 63。

兩者操作的步驟相同。

希望學生利用直式加法算則解題時，能將操作吸管的步驟，改記成直式。

- 應避免讓直式算則變成唯一壟斷的解題策略，例如在計算 $89+3$ 、 $51-3$ 時，點數策略或合成與分解策略可能更簡便。

點數策略：先唸出 89，接著伸出 1 根手指頭唸出 90，再伸出 1 根手指頭唸出 91，再伸出 1 根手指頭唸出 92，當發現伸出的手指頭是 3 根時就停止點數，得到 $89+3=92$ 的答案。

先唸出 51，接著伸出 1 根手指頭唸出 50，再伸出 1 根手指頭唸出 49，再伸出 1 根手指頭唸出 48，當發現伸出的手指頭是 3 根時就停止點數，得到 $51-3=48$ 的答案。

合成與分解策略：先將 89 分解成 $80+9$ ，先算 $9+3=12$ ，

再算 $80+12=92$ ，得到 $89+3=92$ 的答案。

先將 51 分解成 $40+11$ ，先算 $11-3=8$ ，

再算 $40+8=48$ ，得到 $51-3=48$ 的答案。

- 以退位減法計算問題「 $35-8$ 」為例，5 減 8 不夠減，拿 1 個十換 10 個一之後，有兩種解題的方法，第一種是利用基本加減事實來解題，直接利用 $15-8=7$ ，算出答案是 27，第二種是利用拆十來解題，透過 $10-8=2$ ， $2+5=7$ ，算出答案是 27。二年級學生應該已熟記基本加減事實，建議教師幫助學生利用第一種方法來解題。



- 以退位減法計算問題「 $32-15$ 」為例，在說明減法退位計算時，教師常用「向十位借1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來；建議教師改用「拿1個十換10個一」的說法。
- 有兩種引入定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算，在直式計算時教師應說明下面三個限制。

(1) 一個位置只能記錄1個數碼。

以將3個百，15個十，2個一記在定位板上為例，百位記3，十位記15，個位記2，如下圖。

百位	十位	個位
100	⑩	①
3	15	2

當定位板存在時，可以清楚的溝通有3個百，15個十，2個一，但是脫離定位板記成3152後，會和三千一百五十二混淆，因此數學上限制一個位置只能記錄1個數碼，必須將3個百，15個十，2個一改記成4個百，5個十，2個一。

(2) 某位值的個數是0時，必須記0。

以將5個百記在定位板上為例，在百位記5，如下圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有5個百，但是脫離定位板記成5後，會和5個一混淆，因此數學上限制當十位數字與個位數字是0時，必須在十位與個位上記0。

百位	十位	個位
100	⑩	①
5	0	0

(3) 記錄「幾」個百的時候，只能將「幾」記錄在百位，記錄「幾」個十時，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。以將6個百，3個十，5個一記在定位板上為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將6記在百位，3記在十位，5記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。

百位	十位	個位
100	⑩	①
6	3	5

- ◎ 基本學習內容 NC-2-2-2 為 NC-2-2-1 之後續學習概念，學生應該已經熟練二位數加減直式計算。本基本學習內容幫助學生熟練三位數加減直式計算(不含兩

次退位)。

- 為了溝通上的方便，建議說明位值或位名時，定位板上的記法是個位、十位和百位【圖一】，說明直式計算時，定位板上的記法是①、⑩和 $\boxed{100}$ 【圖二】。

百位	十位	個位
6	3	5

【圖一】

$\boxed{100}$	⑩	①
1	2	3
+ 6	3	5

【圖二】

- 加法計算可以引入兩次進位的問題。
減法計算不宜引入兩次退位的問題，但是應引入「100 減一位數或二位數」的減法問題，例如「 $100-23$ 」或「 $100-7$ 」，而不宜引入「其它整百減一位數或二位數」的減法問題，例如「 $200-23$ 」或「 $300-7$ 」。
「100 減一位數或二位數」是三年級引入兩次退位減法問題的前置經驗。
- 在布題時，應注意題型的完備，一次進退位的加減問題應包含個位進十位、十位退個位，以及十位進百位、百位退十位。

$\boxed{100}$	⑩	①
1	2	3

- 建議教師幫助學生將 1 個 $\boxed{100}$ 改記成 10 個⑩，再將 10 個⑩改記成 9 個⑩和 10 個①，也就是將 1 個 $\boxed{100}$ 改記成 9 個⑩和 10 個①，為進行「100 減一位數或二位數」的直式計算鋪路。
- 一年級加減法教學重點：基本加減法。
二年級加減法教學重點：二位數的加減直式計算(含進位及退位)；
三位數的加減直式計算(不含兩次退位)。
三年級加減法教學重點：四位數以內的加減直式計算；
並總結整數的加減直式計算。



N-2-3	<p>解題：加減應用問題。加數、被加數、減數、被減數未知之應用解題。連結加與減的關係 (R-2-4)。</p> <p>備註：教師使用解題策略協助學生理解與轉化問題 (花片模型、線段圖、空格算式或加減互逆等)，但不發展成學生答題之固定格式。本條目不須另立單元教學。</p>	n-I-3
-------	---	-------

基本學習內容

NC-2-3-1 理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

基本學習表現

NCP-2-3-1-1 能在添加型、併加型與拿走型的問題情境中，理解加減互逆。

NCP-2-3-1-2 能在比較型的問題情境中，認識加減互逆。

NCP-2-3-1-3 能在計算題情境中，認識加減互逆。

NCP-2-3-1-4 能在加減問題情境中，認識加減互逆，並運用於驗算與解題。

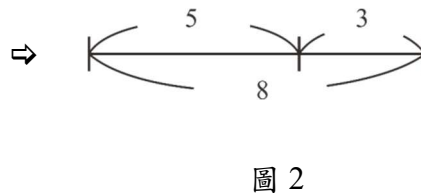
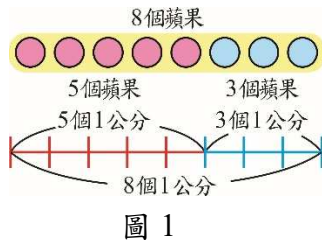
- ◎ **基本學習內容 NC-2-3-1 是 NC-1-2-2 及 NC-2-2-2 的後續學習概念，故學生應該能用加法與減法，解決生活中的問題；也熟練三位數加減直式計算(不含兩次退位)。**

本基本學習內容在具體情境中，幫助學生理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

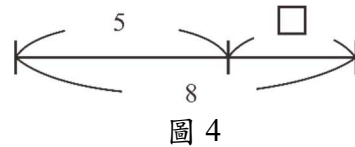
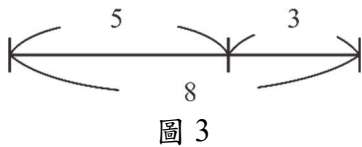
- 加數未知問題「甲有 5 元，乙有多少元時，兩個人合起來有 8 元？」是加法語意的問題，當學生尚未掌握加減互逆時，會利用加的想法來解題，例如透過往上數或嘗試錯誤等方式，算出乙有 3 元的答案。
當數字變大時，利用往上數的方法來解題沒有效率，加減互逆的教學重點是幫助學生將被加數未知、以及加數未知的問題改用差未知的減法來解題；將被減數未知的問題改用和未知的加法來解題、將減數未知的問題改用差未知的減法來解題。
- 教師可以布置「桌上有 5 個紅蘋果和 3 個青蘋果，合起來有 8 個蘋果」的情境，幫助學生理解該情境同時可以解讀成「5 個紅蘋果和 3 個青蘋果合起來有 8 個蘋果，可以記成 $5+3=8$ 」，「8 個蘋果中拿走 5 個紅蘋果會剩下 3 個青蘋果，可以記成 $8-5=3$ 」，「8 個蘋果中拿走 3 個青蘋果會剩下 5 個紅蘋果，可以記成 $8-3=5$ 」，幫助學生認識加減互逆。



- 如下圖，教師也可以用 1 公分的線段表徵 1 個蘋果，先將圖 1 中 5 個紅蘋果和 3 個青蘋果，合起來有 8 個蘋果的情境，改記成 5 個 1 公分和 3 個 1 公分，合起來是 8 個 1 公分的情境，再省略標示 1 公分的劃記，改記成圖 2。
圖 2 是國小課本中常見的線段圖，在圖 2 中，也可以同時看到「 $5+3=8$ 」、「 $8-3=5$ 」及「 $8-5=3$ 」。



- 教師應先幫助學生學習閱讀資訊完整的線段圖，如圖 3，當學生掌握線段圖所代表的意義後，才能引入含有未知數的線段圖，如圖 4。



- 線段圖只是幫助學生理解加減互逆的一種工具，教師可透過圖像表徵或線段圖表徵幫助學生理解加減互逆，教學時教師應主動提供線段圖，不宜要求學生自行繪製線段圖。
- 建議教師先在添加型、併加型情境的被加數及加數未知問題，以及拿走型情境的被減數和減數未知問題中，幫助學生認識加減互逆，再幫助學生在比較型問題情境中認識加減互逆，最後才能在算式填充題樣式的計算題情境中認識加減互逆，並進行驗算。
加減互逆建立在部份-全體的情境，添加型、併加型及拿走型問題都是部份-全體的情境，而比較型問題不是部份-全體的情境，因此必須先將比較型問題轉換成拿走型問題後，才能在部份-全體的情境下，利用加減互逆的關係來解題。
- 下面以「甲有 8 元，乙有多少元時，兩個人合起來有 13 元？」為例，說明如何幫助學生利用加減互逆的關係來解題。

本基本學習內容提供兩種幫助學生利用加減互逆關係解題的方法：

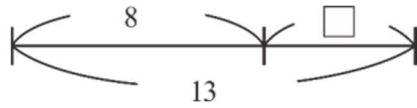
第一種：透過文字題的情境

8 元和乙的錢合起來有 13 元，和 13 元拿走 8 元剩下乙的錢的意思相同，因此可以透過 13 元拿走 8 元剩下多少元的想法，利用 $13-8=5$ 算出乙有 5 元。



第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $8 + \square = 13$ 和 $13 - 8 = \square$ 的意思相同，可以利用 $13 - 8 = 5$ 算出乙有 5 元。

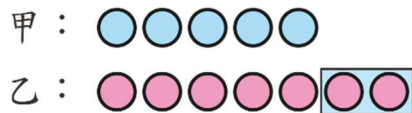


- 基準量已知、比較量未知的比較型問題：「甲有 5 元，乙比甲多 2 元，乙有多少元？」，建議教師透過下列步驟幫助學生解題。

步驟一：先畫出甲的 5 元。

步驟二：再畫出乙和甲一樣多的 5 元。

步驟三：乙比甲多 2 元，在乙的部份加上 2 元， $5 + 2 = 7$ ，得到乙有 7 元。

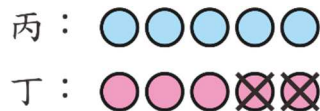


- 比較量已知、基準量未知的比較型問題：「丙有 5 元，丙比丁多 2 元，丁有多少元？」，建議教師透過下列步驟幫助學生解題。

步驟一：先畫出丙的 5 元。

步驟二：再畫出丁和丙一樣多的 5 元。

步驟三：丙比丁多 2 元，在丁的部份拿走 2 元， $5 - 2 = 3$ ，得到丁有 3 元。



- 本基本學習內容將「驗算」看成專有名詞。

當學生利用 $8 - 5 = 3$ 算出 $5 + () = 8$ 、 $() + 5 = 8$ 或 $8 - () = 5$ 問題的答案，以及利用加法 $5 + 3 = 8$ 算出 $() - 3 = 5$ 問題的答案後，驗算指的是將算出的答案代入原問題中，檢查算出的答案是否正確。

- 「加減互逆」的名詞不宜出現在教學與評量中，學生只需讀懂「線段圖表徵」，也不宜要求學生自行繪製線段圖。

N-2-4	<p>解題：簡單加減估算。具體生活情境。以百位數估算為主。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。</p>	n-I-3
-------	---	-------

基本學習內容

NC-2-4-1 簡單的二位數及三位數的加減估算，並檢驗答案的合理性。

基本學習表現

NCP-2-4-1-1 能做簡單的二位數加減估算。

NCP-2-4-1-2 能做簡單的三位數加減估算。

NCP-2-4-1-3 用估算結果檢驗二位數加、減答案的合理性。

NCP-2-4-1-4 用估算結果檢驗三位數加、減答案的合理性。

- ◎ **基本學習內容 NC-2-4-1 為 NC-2-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經熟練三位數加減直式計算。**
本基本學習內容幫助學生學習簡單的二位數及三位數加減估算。
- 本基本學習內容先引入簡單的二位數加減估算，再引入簡單的三位數加減估算。「簡單」指的是被加數、加數，以及被減數、減數都是靠近整十或整百的數。本基本學習內容限制二位數加減估算問題的個位數字限於 8、9、1、2，例如 51、32、48、69 等。
限制三位數加減估算問題的十位數字限於 8、9、0、1，例如 188、391、613、507 等。
- 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。
估算是計算的問題，例如「 $402+299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300， $400+300=700$ ，所以「 $402+299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。
概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $302+299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402+299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。
- 本基本學習內容為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。例如：「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。
「甲=399，乙=401，甲+乙的和最接近幾個百？」也是取概數的問題。



- 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $312+299$ 的答案大約是多少？」，因為 600 和 610 都是合理的答案。
教師只能布下列的問題：
例： $32+49=()$ ，答案最接近 70、80、90 中的哪一個數字？
 $71-29=()$ ，答案最接近 30、40、50 中的哪一個數字？
 $302+299=()$ ，答案最接近 400、500、600 中的哪一個數字？
 $701-599=()$ ，答案最接近 100、200、300 中的哪一個數字？
- 當學生計算發生錯誤時，例如得到「 $387+276=6163$ 」的結果，教師可以透過問話「 $387+276$ 很接近 $400+300$ ， $400+300=700$ ， $387+276=6163$ 是否合理？」，幫助學生檢驗答案的合理性。



N-2-5	<p>解題：100 元、500 元、1000 元。以操作活動為主兼及計算。容許多元策略，協助建立數感。包含已學習之更小幣值。</p> <p>備註：本單元的進行可與估算連結（N-2-4）</p>	n-I-3
-------	--	-------

基本學習內容

NC-2-5-1 認識 100 元、500 元、1000 元等錢幣，並能用 1000 元以內的錢來數錢、換錢、付錢、找錢。

基本學習表現

NCP-2-5-1-1 能認識 500 元與 1000 元等錢幣。
 NCP-2-5-1-2 能做 100 元與 500 元、1000 元錢幣的換算。
 NCP-2-5-1-3 能做 500 元與 1000 元錢幣的換算。
 NCP-2-5-1-4 能點數給定 1 元、5 元、10 元、50 元、100 元、500 元等錢幣合起來是多少元。
 NCP-2-5-1-5 能用 1 元、5 元、10 元、50 元、100 元、500 元等錢幣來換錢、付錢、找錢。
 NCP-2-5-1-6 能解決日常生活中付錢、找錢等問題。
 NCP-2-5-1-7 能做日常生活中付錢、找錢的估算。
 NCP-2-5-1-8 能用估算結果檢驗日常生活中付錢、找錢結果的合理性。

- ◎ **基本學習內容 NC-2-5-1 為 NC-1-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識 1 元、5 元、10 元、50 元、100 元等錢幣，並能用這些錢幣來數錢、換錢、付錢、找錢。**

本基本學習內容幫助學生認識 500 元與 1000 元等錢幣，並做 100 元與 500 元錢幣、100 元與 1000 元錢幣及 500 元與 1000 元錢幣的換算。

- 本基本學習內容應與 NC-2-4-1 估算的學習相互連結加強。透過操作錢幣，學生能知道為什麼幣值較大的錢幣在加減估算時比較重要。
- 進行換錢、付錢、找錢教學時，解題以數數為主，不應視為加減問題，也不宜要求學生用加減算式來記錄。以付 326 元為例，透過點數錢幣，100 個一數，100、200、300，10 一數，310、320，及一個一數，321、322、323、324、325、326，就能拿出或圈出要付的錢。



- 給定金額讓學生付款時，教師可以提供數種不同的付款方法，但只要要求學生掌握一種錢幣的付款方式即可，不必要求學生窮盡所有的付款方式。
- 以「拿1張500元紙鈔，購買368元的物品後，要找多少元？」為例，教師可以幫助學生利用往上數的方法來找錢。
先唸出368元，找1張百元紙鈔唸468元，再找1枚十元硬幣唸478元，再找1枚十元硬幣唸488元，再找1枚十元硬幣唸498元，再找1個一元硬幣唸499元，再找1枚一個硬幣唸500元。
一共找了2張百元紙鈔、3枚十元硬幣和2個一元硬幣，也就是找了232元。
- 建議教師多使用錢幣進行數數活動，並透過簡單的買賣活動，讓學生練習數錢、換錢、付錢、找錢，以助其提高加、減計算及位值換算的興趣。



N-2-6	<p>乘法：乘法的意義與應用。在學習乘法過程，逐步發展「倍」的概念，做為統整乘法應用情境的語言。</p> <p>備註：可在乘法解題脈絡中，自然使用連加算式，不限步驟。最後能以行列模型理解乘法交換律（R-2-3）。</p>	n-I-4
-------	--	-------

基本學習內容

NC-2-6-1 理解乘法的意義，並用乘法算式記錄連加活動的結果。

NC-2-6-2 用乘法解決生活中的問題。

基本學習內容

NCP-2-6-1-1 能從連加的活動中，理解乘法的意義。

NCP-2-6-1-2 能用乘法算式記錄連加活動的結果。

NCP-2-6-1-3 認識乘法、乘號、被乘數、乘數及積。

NCP-2-6-2-1 能用乘法解決生活中的問題。

NCP-2-6-2-2 能進行乘法算式的擬題活動。

- ◎ **基本學習內容 NC-2-6-1 為 NC-1-1-5 之後續學習概念，學生應該已能進行 2 個一數、5 個一數及 10 個一數等活動。**

本基本學習內容幫助學生從連加的活動中，理解乘法的意義，用乘法算式記錄連加活動的結果。

- 教師應檢查學生乘法算式的角色是解題的記錄或是解題的工具。
當學生有足夠利用連加解決乘法問題的經驗後，教師可以幫助學生利用乘法算式記錄解題過程，此時乘法算式是解題的記錄，因為學生並不是利用乘法算式來解題；當學生熟練九九乘法，能直接利用乘法解決問題，此時乘法算式角色由解題的記錄轉換成解題的工具。
以「一盒蘋果有 5 顆，3 盒有多少顆蘋果？」為例，當學生利用連加解題成功，得到「 $5+5+5=15$ 」的答案後，教師應幫助學生利用乘法算式「 $5\times 3=15$ 」把題目、算法和答案記下來，此時乘法算式的角色是解題的記錄；如果學生直接利用乘法算式「 $5\times 3=15$ 」算出答案是 15 顆蘋果，此時乘法算式的角色是解題的工具。
- 首次引入的乘法算式都是橫式記錄，直式記錄是直式算則的前置經驗，可以較晚引入。



- 建議教師先幫助學生使用連加的方法來解題，再將連加的算式改記成乘法算式，幫助學生了解乘法算式的意義。

以「一盒蘋果有 3 顆，4 盒有多少顆蘋果？」為例，學生在還沒有記憶九九乘法之前，會利用連加「 $3+3+3+3=12$ 」來解題，此時可以透過語言轉換，將連加的算式說成「3 加 4 次合起來是 12」，也可以說是「3 的 4 倍是 12」，記成「 $3\times 4=12$ 」。

先背九九乘法的學生，可能不知道乘法是連加的另一種記法，因此面對問題「一盒蘋果有 3 顆，4 盒有多少顆蘋果？」時，可能隨意的使用「 $3\times 4=12$ 」或「 $4\times 3=12$ 」來解題。

如果學生能夠先利用連加來解題，再將連加「 $3+3+3+3=12$ 」的算式改記成「 3×4 」，將連加「 $4+4+4=12$ 」的算式改記成「 4×3 」，將有助於學生澄清乘法算式「 3×4 」和「 4×3 」的意義。

- 教師應區分「乘法算式記錄」和「乘法交換律」的意義。

以右圖中有幾個圓圈為例：○○○○

○○○○

○○○○

「乘法算式記錄」討論的是記錄的問題：如果學生利用「 $3+3+3+3=12$ 」來解題，只能用「 $3\times 4=12$ 」來記錄；如果學生利用「 $4+4+4=12$ 」來解題，只能用「 $4\times 3=12$ 」來記錄，「 $3\times 4=12$ 」和「 $4\times 3=12$ 」是兩種不同的記法。

「乘法交換律」討論的是運算的問題：乘法問題一定有兩種不同的解題的方法，一種是以 3 個圈為單位，可以利用「 $3+3+3+3=3\times 4$ 」算出答案，另一種是以 4 個圈為單位，可以利用「 $4+4+4=4\times 3$ 」算出答案，這兩種算法都是合理的算法，所以「 $3\times 4=4\times 3$ 」。

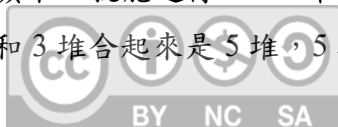
- 學生面對「5 個 7 和 3 個 7，合起來是多少個 7？」、「8 個 7 拿走 3 個 7 後，剩下多少個 7？」這類問題，解題時常發生困難；但是面對「5 個十和 3 個十，合起來是多少個十？」、「8 個十拿走 3 個十後，剩下多少個十？」這類問題，解題時並沒困難。

原因是教師常進行以十為單位的點數及加減運算，但是並沒有進行以 7 為單位的點數及運算。

建議依下列步驟，先幫助學生將 7 看成可以計數的單位後，再幫助學生解題。

步驟一：以 7 個蘋果為單位，做出 8 個單位的蘋果。

先稱「7 個蘋果」為「1 堆」，幫助學生類比點數幾個蘋果的方式，透過 1 堆、2 堆、3 堆、...、8 堆，點數出共有 8 堆蘋果。學生能點數共有幾堆蘋果，就能進行以「1 堆」為單位的合成與分解的活動，例如 2 堆和 3 堆合起來是 5 堆，5 堆拿走 2 堆後剩下 3 堆。



步驟二：將「1 堆蘋果」改稱為「1 個 7」，幫助學生類比點數幾堆蘋果的方式，透過 1 個 7、2 個 7、...、8 個 7，點數出共有 8 個 7。學生能點數共有幾個 7，就能進行以 7 為單位的合成與分解的活動，例如 5 個 7 和 3 個 7 合起來是 8 個 7，8 個 7 拿走 3 個 7 後剩下 5 個 7。

- 以「一盒蘋果有 3 顆，4 盒有多少顆蘋果？」為例，乘法問題中同時出現「顆」和「盒」兩個不同的單位，其中的「3 顆」是被計數的單位，而「4 盒」被解讀成連加 4 次或 4 倍的意義。

如果教師想確定學生是否理解題意，可以暫時要求學生在乘法算式加上計數的單位名稱，例如加上名數「 $3(\text{顆}) \times 4 = 12(\text{顆})$ 」，等待學生熟練後，再移除名數，直接記成「 $3 \times 4 = 12$ 」。

- ◎ 基本學習內容 NC-2-6-2 為 NC-2-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經能夠從連加活動中，理解乘法的意義，並用乘法算式記錄連加活動的結果。本學習內容幫助學生用乘法解決生活中的問題。

- NC-2-6-1 引入的乘法算式是解題的記錄。
NC-2-6-2 使用的乘法算式是解題的工具。

- 二年級乘法計算教學的重點是一位數乘以一位數，教師也可以引入二位數乘以一位數的問題，例如引入「 $23 \times 3 = ?$ 」，學生可以透過連加來解題，透過「 $23 + 23 + 23 = 69$ 」，得到「 23×3 」的答案是 69，為了不要讓計算的負擔太大，建議乘數最大為 3。

- 問題 1：一盒蘋果有 5 個，3 盒有多少個？

問題 2：3 件上衣，5 條長褲，有幾種搭配穿衣服的方法？

問題 2 比問題 1 困難，主要的原因是學生較容易將問題 1 的情境改記成連加的法算式「 $5 + 5 + 5 = 15$ 」，再將加法算式改記成乘法算式「 $5 \times 3 = 15$ 」。

而學生不容易將問題 2 的情境改記成連加的算式，建議教師依下列步驟幫助學生解決問題 2。

步驟一：說明第 1 件上衣可以有 5 種搭配長褲的方法，第 2 件上衣也可以有 5 種搭配長褲的方法，第 3 件上衣也可以有 5 種搭配長褲的方法。

步驟二：利用加法算式「 $5 + 5 + 5 = 15$ 」記錄共有 15 種搭配長褲的方法。

步驟三：將加法算式「 $5 + 5 + 5 = 15$ 」改記成乘法算式「 $5 \times 3 = 15$ 」。

此時的加法算式是解題的工具，乘法算式是解題的記錄。

步驟四：多舉一些例子，期望學生熟練後，直接利用乘法來解題。

教師在課堂活動中可以討論問題 2 這類問題，但是不宜過度評量。

- 以「一枝筆 3 元, 24 枝筆要多少元」為例, 學生應該依題意列出「 $3 \times 24 = ()$ 」; 若學生理解乘法交換律, 在計算時將問題改用「 24×3 」來簡化計算, 教師應該接受, 這比讓學生將 3 連加 24 次, 更值得鼓勵。
- 以「1 隻青蛙有 4 條腿, 3 隻青蛙有多少條腿?」為例, 如果學生用乘法算式 $3 \times 4 = 12$, 算出 3 隻青蛙有 12 條腿時, 教師常爭論是否要給分。
本基本學習內容建議教師上課從嚴, 評量從寬。
在課堂活動中, 要求學生先列出加法算式, 再說明如何將加法算式改記成乘法算式。
在評量時, 接受 $3 \times 4 = 12$, 和 $4 \times 3 = 12$ 這兩種記法, 因為乘法滿足交換律。
- 學習扶助學生的語彙使用有限, 建議教師列出加、減、乘等不同情境的文字題, 讓學生判斷要用什麼方法解題即可。當學生有足夠判斷的經驗後, 才能進行擬題的活動。



N-2-7	<p>十十乘法：乘除直式計算的基礎，以熟練為目標。</p> <p>備註：本單元應和乘法概念的學習同時進行，不可要求學生死背乘法表。本條目的學習可協助在除法情境（如 N-2-9）中察覺乘與除的關係。</p>	n-I-4
-------	--	-------

基本學習內容
NC-2-7-1 理解十十乘法。

基本學習表現
NCP-2-7-1-1 能理解九九乘法中，前、後項乘法算式的關係。
NCP-2-7-1-2 能熟練九九乘法。
NCP-2-7-1-3 能熟練被乘數為 10、乘數是一位數的乘法。
NCP-2-7-1-4 能熟練被乘數是一位數、乘數為 10 的乘法。

- ◎ 基本學習內容 NC-2-7-1 為 NC-2-6-1 及 NC-2-6-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解乘法的意義，並用乘法算式記錄連加活動的結果；也能用乘法解決生活中的問題。

本基本學習內容要求學生能熟練十十乘法。

- 基本乘法事實是直式乘法算則的先備知識。

基本乘法事實：一位數乘一位數的乘法(見表一)。

0×0	1×0	2×0	3×0	4×0	5×0	6×0	7×0	8×0	9×0
0×1	1×1	2×1	3×1	4×1	5×1	6×1	7×1	8×1	9×1
0×2	1×2	2×2	3×2	4×2	5×2	6×2	7×2	8×2	9×2
0×3	1×3	2×3	3×3	4×3	5×3	6×3	7×3	8×3	9×3
0×4	1×4	2×4	3×4	4×4	5×4	6×4	7×4	8×4	9×4
0×5	1×5	2×5	3×5	4×5	5×5	6×5	7×5	8×5	9×5
0×6	1×6	2×6	3×6	4×6	5×6	6×6	7×6	8×6	9×6
0×7	1×7	2×7	3×7	4×7	5×7	6×7	7×7	8×7	9×7
0×8	1×8	2×8	3×8	4×8	5×8	6×8	7×8	8×8	9×8
0×9	1×9	2×9	3×9	4×9	5×9	6×9	7×9	8×9	9×9

表一：基本乘法事實



- 本基本學習內容所指的十十乘法如下：
 - (1)基本乘法事實：一位數乘以一位數的乘法(見表一)
 - (2)被乘數為 10、乘數是一位數的乘法，以及被乘數是一位數、乘數為 10 的乘法。
- 學生在一年級已有 2 個一數及 5 個一數的解題經驗，本基本學習內容建議教師依「2、5」，「4、8」，「3、6」，「7、9」，「0、1」的順序，幫助學生熟記基本乘法事實。
- 以下面的直式乘法為例，我們只要記憶「 4×7 、 2×7 、 0×7 、 1×7 」等基本乘法事實，加上位值及單位化聚等解題技巧，就能夠解決所有數字的乘法計算問題，因此本基本學習內容要求學生熟練基本乘法事實。

	千	百	十	個	
	1000	100	10	1	
	1	0	2	4	
×				7	
<hr/>					

- 許多教師認為學生只要熟練加法，就可以開始背九九乘法，其實不然，九九乘法表中呈現的是乘數逐一增加的乘法算式，因此學生除了熟練加法之外，還必須理解乘法算式的意義，例如知道「 $3 \times 4 = 12$ 」指的是「3 加 4 次的結果是 12」，以及前、後項乘法算式的關係，例如 3×5 比 3×4 多加了一個 3，因此知道 $3 \times 4 = 12$ ，就可以利用 $12 + 3 = 15$ ，得到 $3 \times 5 = 15$ 的結果。
- 下面提供一種幫助學生熟記九九乘法的教學策略，使用這種策略前必須具備兩個先備知識，第一個是理解乘法算式的意義；第二個是已經熟練加法計算。以乘法問題「一枝鉛筆賣 3 元，9 枝鉛筆賣多少元？」為例，學生可以透過「 $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27$ 」算出 9 枝鉛筆賣 27 元的答案，並用乘法算式「 $3 \times 9 = 27$ 」記錄解題過程，但是只記憶單獨的乘法算式對熟記九九乘法並沒有幫助，必須透過經常寫出部份九九乘法的算式，才能夠幫助學生熟記九九乘法。

學生不會背九九乘法，只能用加法來解決問題，教師可以先使用圖一左邊的加法算式，把解題過程記錄下來，接著在教師的幫助下，透過 $3 + 3 = 6$ ，2 個 3 合起來是 6，可以記成 $3 \times 2 = 6$ ； $6 + 3 = 9$ ，2 個 3 再加 1 個 3 合起來是 3 個 3，3 個 3 合起來是 9，可以記成 $3 \times 3 = 9$ ； $9 + 3 = 12$ ，3 個 3 再加 1 個 3 合起來是 4 個 3，4 個 3 合起來是 12，可以記成 $3 \times 4 = 12$ ； $12 + 3 = 15$ ，4 個 3 再加 1 個 3 合起來是 5 個 3，5 個 3 合起來是 15，可以記成 $3 \times 5 = 15$ ； $15 + 3 = 18$ ，5 個 3 再加 1 個 3 合起來是 6 個 3，6 個 3 合起來是 18，可以記成 $3 \times 6 = 18$ ； $18 + 3 = 21$ ，6 個 3 再加 1 個 3 合起來是 7 個 3，7 個 3 合起來是 21，可以記成 $3 \times 7 = 21$ ； $21 + 3 = 24$ ，7 個 3 再加 1 個 3 合起來是 8 個 3，8 個 3 合起來是 24，可以記成 $3 \times 8 = 24$ ； $24 + 3 = 27$ ，8 個 3 再加 1 個 3 合起來是 9 個 3，9 個 3 合起來是 27，可以記成 $3 \times 9 = 27$ 。



加 1 個 3 合起來是 9 個 3，可以記成 $3 \times 9 = 27$ ，幫助學生把左邊的加法算式改記成右邊的乘法算式，並要求學生以後解決乘法問題時，都改用右邊的算式來記錄。請注意，右邊的乘法算式是替代左邊的加法算式，幫助學生透過經常記錄，熟記九九乘法，學生雖然使用右邊的乘法算式來記錄，但是學生還是透過加法解決問題。

$3+3=6$	$3 \times 2=6$
$6+3=9$	$3 \times 3=9$
$9+3=12$	$3 \times 4=12$
$12+3=15$	$3 \times 5=15$
$15+3=18$	$3 \times 6=18$
$18+3=21$	$3 \times 7=21$
$21+3=24$	$3 \times 8=24$
$24+3=27$	$3 \times 9=27$

圖一

當學生熟記「 $3 \times 7 = 21$ 」時，學生不必再記錄 $3 \times 2 = 6$ ， $3 \times 3 = 9$ ， $3 \times 4 = 12$ ， $3 \times 5 = 15$ ， $3 \times 6 = 18$ 這些算式，只要直接記錄「 $3 \times 7 = 21$ 」即可，但是學生可能還無法熟記「 3×8 」和「 3×9 」的答案是多少，因此學生可以將圖一右邊的乘法算式，省略的記成圖二左邊的乘法算式，其中算式「 $3 \times 7 = 21$ 」是學生記憶的結果，「 3×8 」和「 3×9 」是透過加法解決問題。

當學生熟記「 $3 \times 9 = 27$ 」時，代表學生可以使用乘法算式「 $3 \times 9 = 27$ 」替代加法解決問題，因此學童可以將圖二左邊的乘法算式，省略的記成圖二右邊的乘法算式。

$3 \times 7 = 21$	$3 \times 9 = 27$
$3 \times 8 = 24$	
$3 \times 9 = 27$	

圖二

- 教師可透過有規律的算式幫助學生發現「乘以 10 後會多 1 個 0」的現象。
例如： $3 \times 1 = 3 \Rightarrow 3 \times 10 = 30$ 。

$$4 \times 1 = 4 \Rightarrow 4 \times 10 = 40。$$

$$5 \times 1 = 5 \Rightarrow 5 \times 10 = 50。$$



- 教師可以透過擷取九九乘法表部分算式，在被乘數不變的限制下，幫助學生發現乘數變化和答案變化之間的關係，例如： 2×8 比 2×6 多加了 2 個 2，答案 16 比 12 也多了 2 個 2， 2×6 比 2×8 少加了 2 個 2，答案 12 比 16 也少了 2 個 2。

$$\begin{array}{l} 2 \times 6 = 12 \\ 2 \times 7 = 14 \\ 2 \times 8 = 16 \end{array}$$

- 教師可以透過「 6×12 」等問題，檢查學生是否掌握九九乘法前後算式的關係，學生可以利用「 $6 \times 9 = 54$ ， $54 + 6 = 60$ ， $60 + 6 = 66$ ， $66 + 6 = 72$ 」算出「 6×12 」的答案。
- 基本乘法事實只包含 0 到 9 的乘法，並沒有包含 10 的乘法，本基本學習內容引入 10 的乘法的目的，是幫助學生脫離連加的解題策略，改用乘法對加法分配律的想法來解題。

以 17×6 的問題為例，學生可以透過連加 $17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 102$ 算出答案，這種算法比較沒有效率，教師可以透過具體物將 17 分解成 10 和 7，先算出 $10 \times 6 = 60$ ，再算出 $7 \times 6 = 42$ ，最後將兩數相加就能算出答案 102，這種算法中會利用到 10 的乘法，可以為三年級引入的乘法直式算則鋪路。

N-2-8	<p>解題：兩步驟應用問題（加、減、乘）。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。</p> <p>備註：連乘在三年級(N-3-7)。</p>	n-I-5
-------	--	-------

基本學習內容

NC-2-8-1 加與減兩步驟問題（不含併式）。

NC-2-8-2 先乘後加(減)兩步驟問題（不含併式）。

NC-2-8-3 先加(減)後乘兩步驟問題（不含併式）。

基本學習表現

NCP-2-8-1-1 能在具體情境中，解決連加的兩步驟問題，並用加法算式記錄解題活動。

NCP-2-8-1-2 能在具體情境中，解決連減的兩步驟問題，並用減法算式記錄解題活動。

NCP-2-8-1-3 能在具體情境中，解決先加後減或先減後加的兩步驟問題，並用加法及減法算式記錄解題活動。

NCP-2-8-2-1 能在具體情境中，解決先乘後加兩步驟問題，並用乘法及加法算式記錄解題活動。

NCP-2-8-2-2 能在具體情境中，解決先乘後減兩步驟問題，並用乘法及減法算式記錄解題活動。

NCP-2-8-3-1 能在具體情境中，解決先加後乘兩步驟問題，並用加法及乘法算式記錄解題活動。

NCP-2-8-3-2 能在具體情境中，解決先減後乘兩步驟問題，並用減法及乘法算式記錄解題活動。

◎ 基本學習內容 NC-2-8-1 為 NC-1-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能夠解決生活中單步驟的加法與減法問題。

本基本學習內容延伸學生加法與減法單步驟問題的解題經驗，首次引入加、減兩步驟問題。

■ 二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；五年級引入三步驟問題。

二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的多步驟問題。



- 單步驟問題是包含一個運算的文字題，兩步驟問題是包含兩個運算的文字題，三步驟問題是包含三個運算的文字題。
 - 以先減後加兩步驟問題「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車後，有 13 位乘客上車，車上現在有幾位乘客？」為例，學生解題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $25 - 17 = 8$ 」算出「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車，車上還有 8 位乘客」後，所得到的「8」還可以繼續運算，誤以為「8」就是答案。建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。
 - 步驟一：先布問題「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車，車上還有幾位乘客？」用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $25 - 17 = 8$ 」把做法記下來。
 - 步驟二：再布問題「車上有 8 位乘客，有 13 位乘客上車，車上現在有幾位乘客？」用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $8 + 13 = 21$ 」把做法記下來。
 - 步驟三：最後再回到原問題「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車後，有 13 位乘客上車，車上現在有幾位乘客？」用兩個算式把先算什麼、再算什麼的算法記下來。限制學生用兩個算式「 $25 - 17 = 8$ 、 $8 + 13 = 21$ 」把做法記下來。
 - 教師應要求學生用兩個橫式記錄兩步驟問題的解題過程，不可用兩個直式記錄解題過程（可以在旁邊用直式來計算），為四年級引入併式記錄鋪路。
- ◎ 基本學習內容 NC-2-8-2、NC-2-8-3 為 NC-2-6-2 及 NC-2-8-1 之後續學習概念，故學生應該已經能夠解決生活中單步驟的乘法問題，也能解決生活中加、減兩步驟問題。
- 基本學習內容 NC-2-8-2 引入先乘後加及先乘後減的兩步驟問題。
- 基本學習內容 NC-2-8-3 引入先加後乘及先減後乘的兩步驟問題。
- 加(減)與乘兩步驟問題包含「先乘後加(減)」與「先加(減)後乘」兩類問題。「先乘後加(減)」問題，一定是兩步驟的問題；「先加(減)後乘」問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。
 - 以先加後乘的兩步驟問題「一枝鉛筆賣 5 元，一枝原子筆賣 8 元，各買 3 枝要付多少元？」為例，學生可用兩個算式「 $5 + 8 = 13$ ， $13 \times 3 = 39$ ，答：要付 39 元」記錄解題活動；也可用三個算式「 $5 \times 3 = 15$ ， $8 \times 3 = 24$ ， $15 + 24 = 39$ ，答：要付 39 元」記錄解題活動。
 - 剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式紀錄及列式鋪路。



- 二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題。限制學生用兩個算式記錄解題過程。
- 以先乘後加的兩步驟問題「撲滿裡原有 8 元，姐姐每天存入 5 元，存了 9 天後，撲滿裡共有多少元？」為例，學生進行兩步驟問題解題時，最常遇到的困難是不知道以算式「 $5 \times 9 = 45$ 」算出「姐姐每天存 5 元，存了 9 天，一共存了 45 元」後，所得到的「45」還可以繼續運算，誤以為「45」就是答案。建議教師可以透過分段布題的方式幫助學生解題。
 - 步驟一：先布問題「姐姐每天存 5 元，存了 9 天，一共存了多少元？」用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $5 \times 9 = 45$ 」把做法記下來。
 - 步驟二：再布問題「撲滿裡原有 8 元，姐姐存入 45 元後，撲滿裡共有多少元？」用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $45 + 8 = 53$ 」把做法記下來。
 - 步驟三：最後再回到原問題「撲滿裡原有 8 元，姐姐每天存入 5 元，存了 9 天後，撲滿裡共有多少元？」用兩個算式把先算什麼、再算什麼的算法記下來。限制學生用兩個算式「 $5 \times 9 = 45$ ， $45 + 8 = 53$ 」把做法記下來。
- 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。
 - (1) 用兩個算式記錄解題活動

$15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝
 - (2) 將兩個算式改記成併式的記法

將「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ 」改記成「 $(15 + 25) \div 5 = 8$ 」
 - (3) 用併式記錄解題活動

$(15 + 25) \div 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝
 - (4) 用算式填充題來列式

$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$
 - (5) 先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$

$(15 + 25) \div 5 = 40 \div 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝

二年級處理的是第(1)部份，其它部份是四年級的教學重點。



N-2-9	<p>解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。</p> <p>備註：本條目非除法教學，不列除式，不用「除」的名稱(N-3-4)。限相當於整除的問題。數學應在「十十乘法」範圍中進行。可用幾個一數或連減協助，但不可成為答題格式。</p>	n-I-4
-------	---	-------

基本學習內容

NC-2-9-1 理解分裝問題。

NC-2-9-2 理解平分問題。

基本學習表現

NCP-2-9-1-1 能在具體情境中，進行分裝的活動。

NCP-2-9-1-2 能在具體情境中，解決分裝的問題。

NCP-2-9-2-1 能在具體情境中，進行平分的活動。

NCP-2-9-2-2 能在具體情境中，解決平分的問題。

- ◎ 基本學習內容 NC-2-9-1 及 NC-2-9-2 都是 NC-1-2-2 及 NC-2-6-2 之後續學習概念，故學生應該已經能夠解決生活中單步驟的加、減問題；能夠解決生活中單步驟的乘法問題。

基本學習內容 NC-2-9-1 幫助學生在具體情境中，進行分裝的活動，並用加法、減法或乘法算式記錄解題過程。基本學習內容 NC-2-9-2 幫助學生在具體情境中，進行平分的活動，並用加法、減法或乘法算式記錄解題過程。

- 二年級「分裝活動」和「平分活動」只處理能分盡的情形，不能分盡的情形在三年級才引入。

分裝活動：12 個杯子，3 個杯子裝一盒，最多可裝滿幾盒？

平分活動：將 12 個杯子平分成 3 堆，一堆有幾個杯子？

分裝活動是三年級解包含除問題的先備知識；平分活動是三年級解等分除問題的先備知識。

- 因為「分裝活動」給定兩個數字的單位相同，而「平分活動」給定兩個數字的單位不相同，前者較容易使用加法或減法來解題，因此本基本學習內容限制先引入「分裝活動」的教學，再引入「平分活動」的教學。



- 進行「分裝活動」和「平分活動」時，教師可以將乘法和除法的關係連結起來，為三年級引入的乘除互逆鋪路。

例如同時提問包含除問題「12 個人搭車，1 輛車最多坐 4 人，可以坐滿幾車？」以及乘法問題「1 輛車最多坐 4 人，3 輛可以坐滿幾人？」；或同時提問等分除問題「12 個人平分坐 3 輛車，1 輛車可以坐幾人？」以及乘法問題「有 3 輛車，1 輛車坐 4 人，共有多少人坐車？」，這是乘除互逆的先備知識。

- 以分裝問題「12 個杯子，3 個杯子裝一盒，最多可裝滿幾盒？」為例，學生可能有下列三種解題的方法。

方法一：利用加法來解題

由部份往全體累，是學生比較容易掌握的方法，多數學生能自行利用加法來解題。

$$3+3=6, 6+3=9, 9+3=12。$$

學生透過點數算式中有 4 個 3，得到最多可裝滿 4 盒。

方法二：利用減法來解題

由全體往部份截割，是學生比較不容易掌握的方法，學生不易自行利用減法來解題，必須透過教師引導才能利用減法來解題。

$$12-3=9, 9-3=6, 6-3=3, 3-3=0，$$

學生透過點數算式中有 4 個 3，得到最多可裝滿 4 盒。

教師必須引入方法二，為三年級引入除法算式鋪路。

方法三：嘗試錯誤

二年級學生可能已熟記十十乘法，可以自行利用乘法來解題，

$$3 \times 4 = 12，得到最多可裝滿 4 盒。$$

- 本基本學習內容將「平分」看成專有名詞，以「將 12 顆蘋果平分給 3 個人，一人分到幾顆蘋果？」為例，教師應強調「平分」的兩個重點。

(1) 每個人分到的蘋果一樣多。

(2) 全部的蘋果都要分完，沒有剩下。

- 「平分活動」的對象是離散量情境，例如「將 12 個蘋果平分給 3 個人，一人分到幾個蘋果？」。二年級開始引入分數時，分割的對象是連續量情境，例如「將 1 個披薩平分成 8 份，其中的 1 份是多少個披薩？」。
- 本基本學習內容是除法的前置活動，學生可以操作具體物，或利用連減、連加或乘法(十十乘法範圍)來解題，但是不引入除法算式。

- 以平分問題「將 12 個杯子平分成 3 堆，一堆有幾個杯子？」為例，學生可能



有下列二種解題的方法。

方法一：嘗試錯誤

二年級學生可能已熟記十十乘法，可以利用 $4 \times 3 = 12$ ，
得到一堆有 4 個杯子。

方法二：利用「一次一堆分 1 個杯子」來解題

步驟一：教師先做出 3 堆的位置，說明一次一堆分 1 個杯子，有 3 堆，所以一次可以分掉 3 個杯子。

步驟二：第一次分掉 3 個杯子，每一堆分到 1 個杯子，還剩下 9 個杯子，可以用減法算式 $12 - 3 = 9$ 把做法記下來。

第二次也分掉 3 個杯子，每一堆再分到 1 個杯子，還剩下 6 個杯子，可以用減法算式 $9 - 3 = 6$ 把做法記下來。

第三次也分掉 3 個杯子，每一堆再分到 1 個杯子，還剩下 3 個杯子，可以用減法算式 $6 - 3 = 3$ 把做法記下來。

第四次也分掉 3 個杯子，每一堆再分到 1 個杯子，杯子全部分完，沒有剩下，用減法算式 $3 - 3 = 0$ 把做法記下來。

步驟三：每次一堆分到 1 個杯子，一共分了 4 次，所以一堆共分到 4 個杯子，得到一堆有 4 個杯子的答案。

- 以「將 15 顆蘋果平分給 5 個人，一人分到幾顆蘋果？」為例，國小課本都引入「一人一次分 1 顆」的解題策略，並用減法算式記錄解題過程。

課本引入「一人一次分 1 顆」方法的目的，是幫助學生認識分裝和平分問題都可以用連減的方法來解題。是相同解題的方法，所以可以用相同的算式來記錄，為三年級將包含除和等分除問題都能利用除法算式來記錄鋪路。

多數學生無法察覺這種解題方法是為了引入除法算式鋪路的意涵，建議教師只要提供這種解題的方法，不必要求學生熟練。

如果學生無法掌握 5 個人轉換成 5 顆蘋果，以及分了 3 次、所以每個人分到 3 顆蘋果的意義，教師也不必強求學生理解。



N-2-10	<p>單位分數的認識：從等分配的活動（如摺紙）認識單部分為全部的「幾分之一」。知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、「的四分之一」的溝通意義。在已等分割之格圖中，能說明一格為全部的「幾分之一」。</p> <p>備註：學生應知道等分配活動之目的。二年級之分數活動與教學限連續量，不處理離散量，避免和 N-2-9 混淆。摺紙限「摺半」操作：例如用長方形摺出分母 2、4、8 的單位分數；用圓摺出分母 2 或 4 之單位分數。已等分割之格圖，應呼應等分割活動，以長方形或圓形為主。「的幾分之一」的用語僅限於活動與溝通，不是分數乘法問題。</p>	n-I-6
--------	--	-------

基本學習內容

NC-2-10-1 單位分數的命名及說、讀、聽、寫、做。

基本學習表現

NCP-2-10-1-1 能進行單位分數的命名。

NCP-2-10-1-2 能進行單位分數的說、讀、聽、寫。

NCP-2-10-1-3 能用具體物或圖象表示單位分數的數字或數詞。

NCP-2-10-1-4 能比較兩個單位分數的大小。

- ◎ **基本學習內容 NC-2-10-1 首次引入分數，幫助學生在具體情境中理解單位分數的意義。**
 - 本基本學習內容限制分母不大於 12。
 - 分數問題中被分割的對象必須密度均勻，例如一張色紙、一條繩子、一杯水等的密度都均勻。教師在課堂活動中不宜分割蘋果或披薩等密度不均勻的物件，例如蘋果的某部份比較鮮紅，或披薩上面有蝦仁等，避免學生將注意力轉移至誰分到比較鮮紅的蘋果，或誰分到比較多的蝦仁。
 - 單位分數的命名是一個重新命名的活動，將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的「1 份」是學生熟悉的名字，但是 1 份無法溝通 1 塊和 1 份蛋糕間部份與全體的分割關係，因此改命分出來的「1 份」蛋糕為「 $\frac{1}{4}$ 塊」蛋糕。

- 以「將1塊蛋糕平分切成4份，其中的1份是多少塊蛋糕？」為例，有兩種命名1份蛋糕的方法：

第一種：透過1份蛋糕和4份蛋糕的關係來命名，將4份蛋糕看成全體，1份

蛋糕是4份裡面的1份，稱1份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第二種：透過1份蛋糕和1塊蛋糕的關係來命名，1份蛋糕是從1塊蛋糕分出

來的，而且是平分成4份中的1份，稱1份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第一種命名的方法是比率的關係，將4份看成基準量1，其中的1份是 $\frac{1}{4}$ ，不

是 $\frac{1}{4}$ 塊。五年級才引入比率問題，教師應透過第二種方法來命名。

- 分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部份：

連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。

「將1條繩子平分剪成5段，其中的1段是 $\frac{1}{5}$ 條」是連續量情境

單位分數的命名活動。

離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果有6個、一袋水餃有10顆等。

「一袋糖果有10顆，將1袋糖果平分成10份，其中的1份是 $\frac{1}{10}$

袋」是離散量情境真分數的命名活動。

本基本學習內容只處理連續量情境的問題，不處理離散量情境的問題。

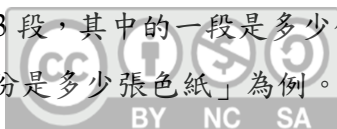
- 分數教學時應強調分割的對象是什麼，相同的分割對象才能比較分割後兩分數的大小。

以「有兩個大小不一樣的披薩，一個是海鮮口味，另一個是燒肉口味。哥哥拿了 $\frac{1}{3}$ 個海鮮口味的披薩，弟弟拿了 $\frac{1}{4}$ 個燒肉口味的披薩。誰拿的披薩比較大？」

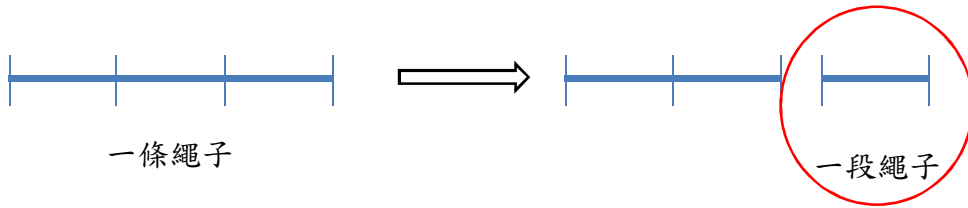
為例，因為兩個披薩不一樣大，所以無法比較 $\frac{1}{3}$ 個海鮮口味的披薩和 $\frac{1}{4}$ 個燒肉口味的披薩誰比較大。

- 連續量情境常見「圓形模型(披薩或圓餅)」及「線形模型(繩子或緞帶)」，「圓形模型」比較沒有溝通的干擾，適合先教學，但兩種模型都要引入。

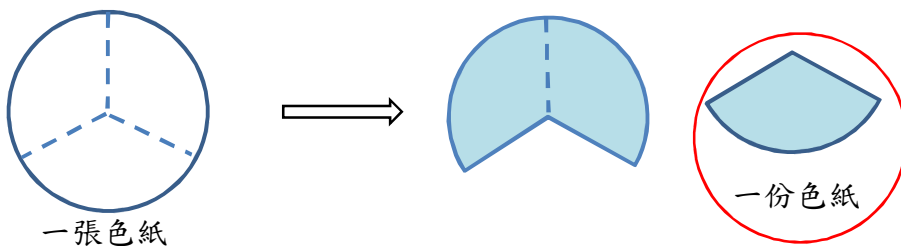
以「將1條繩子平分成3段，其中的一段是多少條繩子」及「將1張圓形色紙平分成3份，其中的一份是多少張色紙」為例。



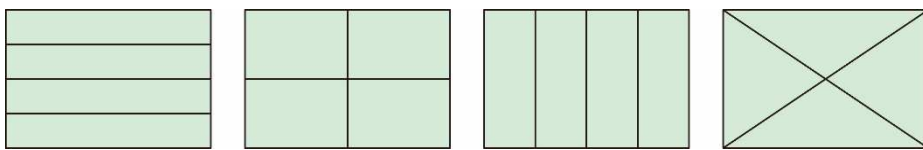
將 1 條繩子平分成 3 段，剪下其中 1 段，學生不易察覺剪下的 1 段和原來 1 條繩子間的部份與全體關係。



但是將 1 張圓形色紙平分成 3 份，剪下其中 1 份，多數學生還是能夠察覺剪下的 1 份和原來 1 張色紙間的部份與全體關係。



- 另一常見的連續量情境是「長方形模型(圖畫紙或色紙)」，長方形模型對學生容易產生等積異形的干擾，不適合作為分數概念啟蒙學習的模型。



- 進行連續量情境分數做數活動時，只能要求學生做出分母是 2、4 或 8 的單位分數，例如給定一條繩子或一塊披薩，要求做出 $\frac{1}{4}$ 條繩子或 $\frac{1}{4}$ 塊披薩。

- 進行單位分數比大小時，宜從量的情境到數的情境。教師在描述時，應強調被分割的物件要相同。以比較 $\frac{1}{4}$ 塊和 $\frac{1}{3}$ 塊披薩大小的情境為例，建議教師依下列步驟幫助學生解題。

步驟一：拿出 2 塊一模一樣的披薩，教師將其中 1 塊平分成 3 片，另一塊平分成 4 份。

步驟二：透過直接比較，先幫助學生認識 1 片披薩比 1 份披薩大，再說明平分的份數比較少時，分出來的披薩比較大。

步驟三：1 片披薩比 1 份披薩大，也就是 $\frac{1}{3}$ 塊披薩比 $\frac{1}{4}$ 塊披薩大。

步驟四： $\frac{1}{3}$ 塊披薩比 $\frac{1}{4}$ 塊披薩大，也可以說 $\frac{1}{3}$ 比 $\frac{1}{4}$ 大。



N-2-11	<p>長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>備註：基於 N-2-1 的限制，單位換算時公尺數限個位數。長度的加減問題必須包含和數線加減可以連結之題材（N-3-11）</p>	n-I-7
--------	---	-------

基本學習內容

NC-2-11-1 認識用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。
 NC-2-11-2 認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並作相關的實測、估測與計算；公尺、公分單位間的化聚。

基本學習表現

NCP-2-11-1-1 能認識用不同個別單位測量同一物件長度時，其數值不同，並能說明原因。
 NCP-2-11-2-1 能認識長度單位「公分」，並能以公分為單位作相關的實測、量感與估測。
 NCP-2-11-2-2 能以公分為單位作加、減及整數倍乘法計算。
 NCP-2-11-2-3 能認識長度單位「公尺」，並能以公尺為單位作相關的實測、量感與估測。
 NCP-2-11-2-4 能以公尺為單位作加、減及整數倍乘法計算。
 NCP-2-11-2-5 能認識 1 公尺 = 100 公分。
 NCP-2-11-2-6 能認識複名數幾公尺幾公分，並能做幾公尺幾公分是多少公分，及幾公分是多少公尺多少公分的化聚。
 NCP-2-11-2-7 能使用直尺測量物長，並報讀物長大約幾公分。
 NCP-2-11-2-8 能使用沒有 0 刻度的斷尺測量物長，並報讀物長大約幾公分。
 NCP-2-11-2-9 能選擇恰當的單位描述物體的長短。

◎ 基本學習內容 NC-2-11-1 為 NC-1-5-2(同 SC-1-1-2)之後續學習概念，故學生應該已經能以個別單位實測的方法比較物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行加、減計算。

本基本學習內容延伸個別單位解題的經驗，幫助學生理解用不同個別單位測量同一物件的長度時，其數值不同，並能說明原因。

■ 本基本學習內容是兩單位間化聚活動的前置經驗。

化聚是兩個不同單位間轉換的問題，將大單位換成小單位稱為「化」，例如將 3 公尺化成 300 公分；將小單位換成大單位稱為「聚」，例如將 300 公分聚成 3 公尺。



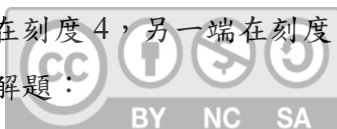
- 教師宜先利用差異量較大的個別單位，幫助學生看到用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同的現象，例如 1 條繩子和 3 條橘色積木接起來一樣長，也和 30 個白色積木接起來一樣長，因為橘色積木比白色積木長很多，所以橘色積木的個數比白色積木少；再利用差異量較小的個別單位，例如利用橡皮擦和迴紋針來測量，檢查學生是否掌握其意義。
- 教師應提供學生豐富的解題經驗，幫助學生理解用不同個別單位測量同一物件的長度時，其數值不同的理由。例如甲繩和 8 枝紅色鉛筆接起來一樣長，甲繩也和 6 枝灰色鉛筆接起來一樣長，個數 6 之所以小於個數 8 的原因，是灰色鉛筆比紅色鉛筆長。
- 不宜評量用不同單位長度測量不同物件時，兩物件的長短關係。例如：用鉛筆為單位測量甲冰箱高度，用筷子為單位測量乙冰箱高度，問哪個冰箱比較高。
- 當學生有足夠的解題經驗後，教師也可以布置重量或面積等情境的問題，例如甲地和 16 塊一樣大的紅色地磚鋪起來一樣大，也和 25 塊一樣大的藍色地磚鋪起來一樣大，問紅色地磚和藍色地磚誰比誰大，檢查學生是否能類推出用不同個別單位測量同一快土地的面積時，其數值不同，並能說明原因。

◎ 基本學習內容 NC-2-11-2 為 NC-1-5-2(同 SC-1-1-2)之後續學習概念，故學生應該已經能以個別單位實測的方法比較物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行加、減計算。

本基本學習內容開始引入長度的常用單位「公分」及「公尺」，幫助學生認識長度單位「公分」及「公尺」，並作相關的實測、估測與計算；以及公尺、公分單位間的整數倍化聚。

- 本基本學習內容第一次引入感官量的常用單位，建議先引入「公分」單位，待學生能進行以 1 公分為單位的實測、估測，能從實測活動中培養量感，並進行加減計算後，再引入「公尺」單位。
- 教師應多提供學生以「1 公分」及「1 公尺」為單位的實測活動。例如以「1 公分」為單位來測量，知道鉛筆大約和 8 個「1 公分」接起來一樣長，所以鉛筆的長度是 8 公分；例如以「1 公尺」為單位來測量，教室外走廊的長大約和 12 個「1 公尺」接起來一樣長，所以教室外走廊的長是 12 公尺。教師不宜只要求學生用直尺測量物長，用直尺測量物長時，學生會將注意力放在被測量物兩邊端點在直尺上的刻度，不易建立長度的量感。
- 教師可以要求學生利用沒有刻度 0 的斷尺來測量物長，檢查學生是否掌握以「1 公分」為單位計數的能力。

下面以「橡皮擦的一端在刻度 4，另一端在刻度 7，問橡皮擦長幾公分？」為例，說明如何幫助學生解題：



- (1) 如下圖，先複習「湯匙和幾個迴紋針接起來一樣長？」，圖中的迴紋針是離散的，學生很容易透過點數迴紋針的個數，得到湯匙和 6 個迴紋針接起來一樣長的答案。



- (2) 直尺上溝通 1 公分長的刻度是連續的，教師可以先說明直尺相鄰兩刻度的距離都是 1 公分，要求學生利用點數有幾個 1 公分的方式來解題，刻度 4 到刻度 5、刻度 5 到刻度 6、刻度 6 到刻度 7 的長度都是 1 公分，得到橡皮擦和 3 個 1 公分接起來一樣長，也就是橡皮擦的長度是 3 公分的答案。
- (3) 教師不宜限制學生利用減法算式「 $7 - 4 = 3$ 」算出橡皮擦的長度是 3 公分，二年級學生可能無法理解減法算式解題的意義。

- 測量是將單位量數值化的結果，因此學生能掌握的單位量愈多，愈容易描述測量的結果。

例如當我們能夠掌握 1 公分的量感，就能透過「1 公分」累積的次數，描述鉛筆大約長多少公分。透過 1 公分的累積次數描述走廊有多長很困難，因為累積的次數太多，如果我們能夠掌握 1 公尺的量感，就能透過「1 公尺」累積的次數，描述走廊大約長幾公尺。

當學生知道拇指和食指間的寬度是 7 公分(1 吋)，就能以 1 吋為單位量，測量黑板的長度，例如 40 個 1 吋接起來和黑板一樣長，黑板的長度就是 40 個 1 吋，也就是 $7 \times 40 = 280$ 公分。用 1 吋為單位量測量教室的周長太麻煩，當學生也知道伸直雙手的長度是 1.5 公尺，就能以伸直雙手的長度為單位量，測量教室的周長，例如 30 個伸直雙手的長度接起來和教室的周長一樣長，教室的周長就是 $1.5 \times 30 = 45$ 公尺。

- 教師應幫助學生進行複名數的命名活動，當學生認識公尺及公分單位後，例如認識 3 公尺和 50 公分的意義後，就可以透過下列問話「我們已認識 3 公尺，也認識 50 公分，我們如何稱呼 3 公尺和 50 公分合起來的長度？名稱中要看到 3 公尺和 50 公分，還要看到 3 公尺和 50 公分合起來」，幫助學生將 3 公尺和 50 公分合起來的長度稱為 3 公尺 50 公分。再透過下列問話「3 公尺和 50 公分中，是否看到 3 公尺和 50 公分，是否看到 3 公尺和 50 公分合起來」，幫助學生澄清 3 公尺 50 公分指的是 3 公尺和 50 公分合起來的長度。



- 本基本學習內容幫助學生認識 1 公尺 = 100 公分，並處理公尺和公分單名數的整數倍化聚，以及公尺和公分複名數的整數倍化聚。

單名數整數倍化聚：3 公尺 = () 公分

$$300 \text{ 公分} = () \text{ 公尺}$$

複名數整數倍化聚：3 公尺 25 公分 = () 公分

$$325 \text{ 公分} = () \text{ 公尺} () \text{ 公分}$$

建議教師先進行單名數整數倍化聚，再進行複名數整數倍化聚。

- 以單名數聚成複名數問題「325 公分 = () 公尺 () 公分」為例，說明如何透過下列步驟幫助學生解題。

步驟一：先複習 1 公尺 = 100 公分，100 公分 = 1 公尺

步驟二：325 公分中，一次拿 100 公分換成 1 公尺。

$$325 - 100 = 225 (\text{拿 } 100 \text{ 公分換 } 1 \text{ 公尺})$$

$$225 - 100 = 125 (\text{拿 } 100 \text{ 公分換 } 1 \text{ 公尺})$$

$$125 - 100 = 25 (\text{拿 } 100 \text{ 公分換 } 1 \text{ 公尺})$$

步驟三：拿了 3 次 100 公分換成 3 個 1 公尺，還剩下 25 公分，所以

$$325 \text{ 公分} = 3 \text{ 公尺 } 25 \text{ 公分}。$$

- 本基本學習內容不進行公尺及公分複名數的加減計算。
- 量的估測活動不是實測的近似值，而是培養量感的活動(被測量物件和幾個單位長度接起來一樣長)，估測活動不宜過度評量。



N-2-12	<p>容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學應包含初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。不同的量應分不同的單元學習。</p> <p>備註：雖然重量部分的教學主要使用天平，但學生仍須實際體驗重量的量感。本條目教學無常用單位（N-3-14、N-3-15、N-3-16）。</p>	n-I-8
--------	---	-------

基本學習內容

- NC-2-12-1 認識容量並進行容量的直接、間接與個別單位比較。
- NC-2-12-2 認識重量並進行重量的直接、間接與個別單位比較。
- NC-2-12-3 認識面積並進行面積的直接、間接與個別單位比較。

基本學習表現

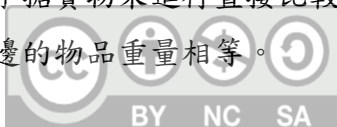
- NCP-2-12-1-1 能認識容量。
- NCP-2-12-1-2 能進行容量的直接比較。
- NCP-2-12-1-3 能進行容量的間接比較。
- NCP-2-12-1-4 能進行容量的個別單位比較。
- NCP-2-12-1-5 能在具體情境中，認識容量的遞移關係。
- NCP-2-12-2-1 能認識重量。
- NCP-2-12-2-2 能利用天平進行重量的直接比較。
- NCP-2-12-2-3 能透過遞移關係，進行重量的間接比較。
- NCP-2-12-2-4 能進行重量的個別單位比較。
- NCP-2-12-2-5 能在具體情境中，認識重量的遞移關係。
- NCP-2-12-3-1 能認識面積。
- NCP-2-12-3-2 能進行面積的直接比較。
- NCP-2-12-3-3 能進行面積的間接比較。
- NCP-2-12-3-4 能進行面積的個別單位比較(限制以正方形或長方形為個別單位)。
- NCP-2-12-3-5 能在具體情境中，認識面積的遞移關係。

- ◎ **基本學習內容 NC-2-12-1 首次引入容量的教材，學生可以透過直接比較、間接比較或個別單位比較，來判斷兩個容器中誰的液量比較多，並認識容量的意義。**
- 本基本學習內容的教學重點是容量的直接比較、間接比較及個別單位比較，並沒有引入常用單位，三年級才開始引入容量的常用單位「公升」及「毫升」。

- 固體的周界是固定的，因此比較容易測量出固體的體積，但是液體的周界不固定，例如地上的一灘水，水會流動，隨時會改變形體，因此無法直接測量液體的體積，必須先用容器將液體的體積固定後，才能測量出液體的體積。當我們將容器裝滿液體時，液體的體積稱為該容器的容量。
- 教師可以透過將水倒入容器的活動，幫助學生掌握液量的多寡，為進行液量的直接比較鋪路，學生很容易發現，將液體倒入容器時，液體在容器中的水位愈來愈高，將液體倒出容器時，液體在容器中的水位愈來愈低。學生必須先學會描述容器中有多少液量，才知道容器中最多裝了多少液體，當容器中裝滿液體時，稱容器中所裝的液體為容器的容量。
- 教師也可以透過倒水活動，幫助學生形成液量保留概念，例如將水先倒出後再倒回容器，水量還是一樣多，或幫助學生理解等量的水，倒入不同的容器中，水量還是一樣多。

◎ 基本學習內容 NC-2-12-2 首次引入重量的教材，學生可以透過直接比較、間接比較或個別單位比較，來判斷兩個物體誰比較重。

- 本基本學習內容教學的重點是重量的直接比較、間接比較及個別單位比較，並沒有引入常用單位，三年級才開始引入重量的常用單位「公斤」及「公克」。
- 重量是存在於物質上的非視覺感官量。不同於長度、容量、面積、角度、體積等可藉由視覺產生量感，必須藉由手掂實物來掌握量感，並和秤等工具連結，才能產生意義。
- 重量與體積的關係很密切，體積是視覺感官量，部份學生常透過兩個物體體積的大小，來判斷兩個物體的輕重關係，形成體積較大的物體比較重的結果。當兩個物體的密度相同，或體積較大物體的密度比較大時，學生判斷的結果是正確的，但是，當體積較大物體的密度比較小時，學生判斷的結果可能是錯誤的。
教師應要求學生透過手掂實物或天平，比較密度不同物體的重量。
- 剛開始進行重量的教學時，教師應提供兩個重量不同的物體，要求學生比較哪一個物體比較重，而不是只提供一個物體，要求學生描述這個物體很輕或很重，前者能幫助學生經驗重量的意義，而後者討論的重點是力氣的大小。
- 兩個物體輕重懸殊時，可以透過手掂實物進行直接比較，但是當兩個物體輕重的差異不大，手掂兩實物經常無法判斷輕重。
國小階段利用天平替代手掂實物來進行直接比較，學生基於對稱性的直覺，很容易相信天平平衡時兩邊的物品重量相等。



- 教師可以透過下列幾個步驟，幫助學生將天平看成直接比較的工具：
 - 步驟一：學生手掂甲物件和乙物件，知道甲物件比乙物件重。
 - 步驟二：天平沒有放置物件時兩邊是平的，將甲物件和乙物件放置天平兩端時，甲物件那端往下沉，乙物件那端往上升。
 - 步驟三：將丙物件和丁物件放置天平兩端，看到丙物件那端往下沉，丁物件那端往上升。
 - 步驟四：要求學生手掂丙物件和丁物件，知道丙物件比丁物件重。
 - 步驟五：教師將兩個一模一樣的物件放置天平兩端，幫助學生認識兩物件一樣重時，天平的兩端還是平平的。
 - 步驟六：教師說明將兩物件放置天平兩端時，較重物件那端會往下沉，較輕物件那端會往上升。往下沉那端的物件比較重，往上升那端的物件比較輕。兩物件一樣重時，天平的兩端還是平平的。

- 重量不易進行複製，因此較少透過先複製再進行直接比較的方式進行間接比較，國小階段常利用第三物以及天平，透過遞移性來進行間接比較。例如先用天平知道甲物比乙物重，乙物比丙物重後，再利用遞移性得到甲物比丙物重的結果。

- 比較甲、乙兩物輕重時，有兩種提問的方法：
 - 第一種：「甲和乙兩種水果，誰比較重？」
 - 第二種：「甲和乙兩種水果，誰比誰重？」
 第一種問法的答案是「甲比較重」，第二種問法的答案是「甲比乙重」，第二種問法是兩水果重量關係的問法，可以為引入重量的遞移性鋪路。重量的遞移性「若甲物比乙物重、乙物比丙物重，則甲物比丙物重」中的描述，都是關係的描述。

- 學習重量個別單位比較的程序如下：
 - (1) 先學習利用個別單位，描述某物的重量：
 - 例如櫻桃和 5 個積木合起來一樣重，蘋果和 20 個積木合起來一樣重。
 - (2) 再學習利用個別單位，比較兩物的重量：
 - 例如蘋果和 12 個積木合起來一樣重，桃子和 13 個積木合起來一樣重，13 個比 12 個多，或 13 比 12 大，所以桃子比蘋果重。
 - (3) 最後學習利用個別單位實測的結果，進行加減計算：
 - 例如木瓜和 9 個積木合起來一樣重，蘋果和 5 個積木合起來一樣重，可以用 $9+5=14$ ，算出木瓜和蘋果合起來和 14 個積木一樣重；也可以用 $9-5=4$ ，算出木瓜比蘋果重了 4 個積木。



- ◎ 基本學習內容 NC-2-12-3 首次引入面積的教材，學生可以透過直接比較、間接比較或個別單位比較，來比較兩個圖形面積的大小。
- 本基本學習內容的教學重點是面積的直接比較、間接比較及個別單位比較，並沒有引入常用單位，三年級才開始引入面積的常用單位「平方公分」。
 - 本基本學習內容限制面積的直接比較只處理一個圖形包含於另一個圖形的情形，不處理無法包含的情形。
 - 「面積」的名詞不宜出現在二年級的教學與評量中，三年級才引入「面積」的名詞。
 - 本基本學習內容限制以長方形及正方形為面積的個別單位。
 - 容量、重量和面積的間接比較活動，建議搭配 R-2-1 的遞移律來進行。在許多大型測驗的數據中，顯示學生在學習數字情境的遞移律 (如： $15+27 > 10+30$ ， $10+30 > 14+17$ ，因此得到 $15+27 > 14+17$) 常發生困難，教師若能幫助學生從容量、重量和面積的情境類比，培養足夠的遞移經驗，將能夠幫助學生學習數字的遞移律。
 - 具體情境中的遞移律教學時，教師需幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次，以「甲比乙高，乙比丙高，甲和丙誰比誰高？」為例，有兩個認識遞移性的層次：
 - 層次一：學生必須看到甲和丙比較的結果，才相信甲比乙高，乙比丙高時，甲會比丙高。
 - 層次二：學生能預期甲比乙高，乙比丙高時，甲一定會比丙高。教師應幫助層次一的學生提升至層次二。



N-2-13	<p>鐘面的時刻：以操作活動為主。以鐘面時針與分針之位置認識「幾時幾分」。含兩整時時刻之間的整時點數（時間加減的前置經驗）。</p> <p>備註：同時加強「五個一數」、「十個一數」。本活動不含秒針教學。整時的點數教學須配合鐘面進行。</p>	n-I-9
--------	--	-------

基本學習內容

- NC-2-13-1 認識鐘面上的刻度結構，並報讀鐘面上的時刻是幾時幾分。
 NC-2-13-2 認識整點至整點間經過多少時間。

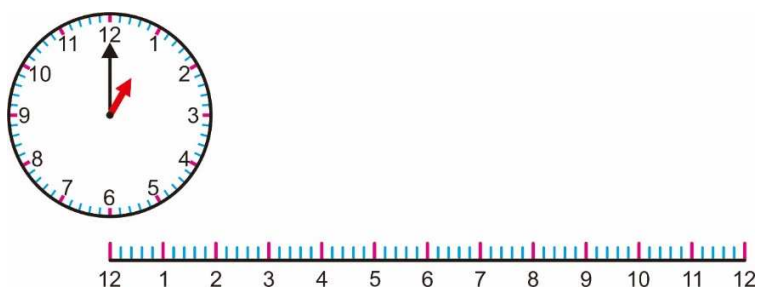
基本學習表現

- NCP-2-13-1-1 能認識鐘面上的刻度結構。
 NCP-2-13-1-2 能認識鐘面上的時刻是幾時幾分。
 NCP-2-13-1-3 能認識數字鐘的時刻是幾時幾分。
 NCP-2-13-1-4 能認識時鐘和數字鐘間的表徵轉換。
 NCP-2-13-2-1 能認識整點至整點間經過多少時間。

- ◎ **基本學習內容 NC-2-13-1 為 NC-1-6-1 及 NC-1-6-3 之後續學習概念，故學生應該已經認識常用時間用語；也能夠報讀鐘面上整點、半點的時刻。**
本基本學習內容延伸鐘面的報讀範圍至所有的時刻。
- 鐘面有 1 小格、1 大格、1 圈三種刻度，其數線結構比直尺更複雜。
 1 圈有 12 大格、60 小格；1 大格有 5 小格；每一大格對應一個數字(1~12)。
 - 時鐘的鐘面只有 1~12 的數字，沒有 1~60 的數字。學生尚未熟記 5 的乘法時，必須先結合 5 個一數和 1 個一數，才能有效進行鐘面分針時刻的報讀。
 以報讀鐘面分針的時刻是 38 分為例，需透過 5、10、15、20、25、30、35、36、37、38，才能得到分針所指的位置是 38 分。
 - 教師應多提供學生撥教具時鐘的經驗，幫助學生理解 8 時 1 分至 8 時 59 分，鐘面的時針由 8 旋轉至 9，但是不會超過 9，避免學生誤將 8 時 55 分報讀成 9 時 55 分。
 - 建議教師先分別幫助學生報讀分針的時刻以及時針的時刻，再同時報讀時針及分針的時刻。



- 教師教學時可以先將鐘面圓形的數線拉直，待學生熟悉拉直數線的報讀方式後，再將拉直的數線還原成鐘面圓形的數線，幫助學生報讀鐘面的時刻。



- 二年級教學時應強調 12 時制，例如：上午 8 點升旗，下午 4 點放學，為中年級引入 24 時制鋪路。

◎ 基本學習內容 NC-2-13-2 為 NC-1-6-1 及 NC-1-6-3 之後續學習概念，故學生應該已經認識常用時間用語；也能夠報讀鐘面上整點、半點的時刻。

本基本學習內容幫助學生認識整點至整點間經過多少時間。

- 教師撥教具時鐘時，只能順時針方向撥時鐘，不能逆時針方向撥時鐘。以「3 點的前一個小時是幾點？」的教學為例，教師不宜先將時鐘撥至 3 點，再透過逆時針方向撥時鐘至 2 點，說明 3 點的前一個小時是 2 點。教師可以畫出 2 點、3 點及 4 點的時鐘圖像，透過撥時鐘說明 2 點經過 1 小時是 3 點，3 點經過 1 小時是 4 點，再說明 3 點的前一個小時是 2 點。
- 時刻指某一事件發生的時候，概念上是時間數線上的一個點，建議透過事件發生的先後幫助學生學習時刻概念。日常生活中常透過「現在是什麼時候」，要求回答時刻。時間指的是某一事件經過了多久，概念上是時間數線上的一段距離，建議透過事件發生的長短幫助學生學習時間的概念。日常生活中常透過「經過多久」「花了多少時間」要求回答時間量。
- 本基本學習內容限制四年級以前教學或評量時，應嚴格區分時間量和時刻的用詞，不得將 2 小時記成 2 時，將 5 分鐘記成 5 分。
- 本基本學習內容一年級不引入電子鐘，二年級應引入電子鐘，並幫助學生將報讀時鐘的時刻改記成電子鐘的記法。
- 本基本學習內容限制在提供教具時鐘或畫出鐘面的情境下，評量求兩時刻之間時間量的問題。兩時刻之間時間量問題包含下列類型：
 - (1) 兩時刻間經過多少時間，例如：上午 8 點到上午 10 點經過多少小時。
 - (2) 甲時刻經過某時間量後是什麼時刻，例如：上午 6 點經過 2 小時後的時刻。
 - (3) 甲時刻在某時間量之前是什麼時刻，例如：上午 8 點前 2 小時的時刻。



N-2-14	<p>時間：「年」、「月」、「日」、「星期」。理解所列時間單位之關係與約定。</p> <p>備註：本條目可包含簡單計算問題(如暑假的總天數)。不做時間間隔問題。可觀察月曆結構模式。可教「閏年」，但只談「四年一閏」。</p>	n-I-9
--------	---	-------

基本學習內容

NC-2-14-1 認識時間單位「年」、「月」、「星期」、「日」，並知道一年有 12 個月、每個月的天數及一星期有 7 天。

基本學習表現

- NCP-2-14-1-1 能認識時間單位「年」，知道一年有 12 個月。
- NCP-2-14-1-2 能認識時間單位「月」。
- NCP-2-14-1-3 能認識時間單位「星期」，知道一星期有 7 天。
- NCP-2-14-1-4 能認識時間單位「日」。
- NCP-2-14-1-5 能透過查月曆或年曆，知道每個月的天數。
- NCP-2-14-1-6 能透過查月曆，知道某段時間的天數。
- NCP-2-14-1-7 能認識平年及閏年。

◎ 基本學習內容 NC-2-14-1 為 NC-1-6-1 及 NC-1-6-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識常用時間用語；也能夠查閱月(日、年)曆，知道今天是幾月幾日星期幾。

本基本學習內容幫助學生認識時間單位「年、月、星期、日」，以及透過月(年)曆，知道相鄰兩單位間的關係。

- 透過查看年曆，知道一年有 12 個月、每個月的天數及一星期有 7 天。
- 只能在提供月曆的情境下，評量下列問題，但不宜引入算式記錄：
 - (1) 某時段的天數。
 - (2) 連續兩個月的天數和。
 - (3) 知道每個月至少有 4 個星期。
- 二年級只引入「分裝活動」和「平分活動」，學生沒有足夠除法問題的解題經驗，不宜進行時間單名數化成複名數的活動。
 例如：課堂活動中可以進行「21 天是幾星期？」的活動，但不宜過度評量。
 課堂活動中不宜進行「30 天是幾星期又幾天？」的活動，也不宜評量。



■ 閏年與平年的判斷方法：

400 年中有 97 個閏年。1 到 400 的數字中，4 的倍數有 100 個，100 的倍數有 4 個，400 的倍數有 1 個， $(100-4)+1=97$ 。

(1) 400 的倍數的年份是閏年。例如西元 400、1200、2800 年等都是閏年。

(2) 100 的倍數，但不是 400 倍數的年份是平年。例如西元 100、200、300、500 年等都是平年。

(3) 不是整百年份時，4 的倍數都是閏年。

上面說明閏年與平年的判斷方法，是與教師溝通的。國小階段不宜引入閏年與平年的判斷方法，也不宜評量某年是閏年或平年的問題。

■ 一星期有 7 天、一年有 12 個月，天數和月數都是確定的。所以，評量時，可以評量「3 星期有多少天？」、「2 年有幾個月？」等問題。

但是，一個月可能是 28 天、29 天，也可能是 30、31 天。同樣的，一年可能是 365 天、也可能是 366 天。一個月的天數、一年的天數都不是確定的。評量時，建議不宜評量「2 個月有多少天？」、「3 年有多少天？」等問題。



空間與形狀

S-2-1	<p>物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體（包含平面圖形與立體形體），並連結幾何概念（如長、短、大、小等）。</p> <p>備註：本條目之活動以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。</p>	s-I-1
-------	--	-------

基本學習內容

- SC-2-1-1 認識簡單平面圖形的角、頂點與邊。
 SC-2-1-2 認識簡單立體形體的頂點、邊與面。
 SC-2-1-3 認識平面圖形的內、外部與其周界。

基本學習表現

- SCP-2-1-1-1 能認識簡單平面圖形的角、頂點與邊。
 SCP-2-1-1-2 能數出簡單平面圖形角、頂點與邊的個數。
 SCP-2-1-2-1 能認識簡單立體形體的頂點、邊與面。
 SCP-2-1-2-2 能數出簡單立體形體頂點、邊與面的個數。
 SCP-2-1-3-1 能認識平面圖形的內、外部與其周界。

- ◎ 基本學習內容 SC-2-1-1、SC-2-1-2 都是 SC-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已有足夠將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊的經驗，並逐步的注意到圖形或形體的構成要素。

本基本學習內容開始幫助學生認識平面圖形及立體形體的構成要素。

- 基本學習內容 SC-2-1-1 幫助學生認識簡單平面圖形的角、頂點與邊，並引入平面圖形「角」、「頂點」與「邊」的名詞。

基本學習內容 SC-2-1-2 幫助學生認識簡單立體形體的頂點、邊與面，並引入「頂點」、「邊」與「面」的名詞。

- 學生第一次學習的長方形是一個特例，當他有很多長方形特例的學習經驗，並察覺這些長方形共同的特徵之後，長方形開始由特例發展為一個集合。

國小二年級還沒有引入長方形的定義，所有討論的長方形都應該視為特例，教學時教師必須畫出要討論的長方形；當三年級引入長方形的定義之後，所討論的長方形都是集合，教師可以不必畫出長方形，討論的重點是所有長方形的共同特徵。教師教學或評量時，應該要掌握長方形是特例或集合的意義。

- 日常生活中將下面兩個圖形都稱為三角形，但是數學上將它們視為不同的圖形，右邊的圖形稱為三角形，左邊的圖形是由三角形及其內部所組成的，稱為三角形區域，教師教學時應區分這兩種圖形的意義。教學的重點是三角形的構成要素邊和角時，教師應提供三角形來教學，因為角不是扇形，而是共端點的兩線段；教學的重點是三角形的面積時，教師應提供三角形區域來教學。

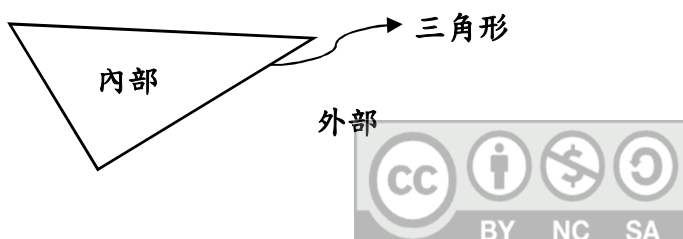


三角形區域



三角形

- 低年級學生尚未掌握平面圖形所成集合的意義，因此，教學或評量時只可以要求學生點數「給定平面圖形」角、頂點與邊的個數，例如畫出一個長方形，要求學生點數這個長方形有幾個角，有幾個頂點，有幾條邊；不可以在沒有給定圖形的情境下，要求學生點數「某種平面圖形」角、頂點與邊的個數，例如要求學生回答長方形有幾個角，有幾個頂點，有幾條邊。
 - 空間中兩個全等且互相平行的封閉平面區域，及在全等關係下，連接這兩個平面區域周界對應點的所有直線段所合成的集合稱為柱體。柱體是空心的，柱體將空間分割成柱體、柱體的內部及柱體的外部三個部份。
 - 低年級學生尚未掌握立體形體所成集合的意義，因此，教學或評量時只可以要求學生點數「給定立體形體」頂點、邊與面的個數，例如給定一個長方體，要求學生點數這個長方體有幾個頂點、有幾條邊、有幾個面；不可以在沒有給定立體形體的情境下，要求學生點數「某種立體形體」頂點、邊與面的個數，例如要求學生回答長方體有幾個頂點、有幾條邊、有幾個面。
- ◎ 基本學習內容 SC-2-1-3 為 SC-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已有足夠將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊的經驗，並逐步的注意到圖形或形體的構成要素。
- 本基本學習內容幫助學生認識平面圖形的內、外部與其周界。
- 本基本學習內容以周界來區分圖形的內部與外部，強調圖形本身的封閉性質。例如三角形將平面分割成三角形、三角形內部及三角形外部三個部份。數學上稱三角形內部及三角形合起來的圖形為三角形區域。



- 本基本學習內容只處理簡單平面圖形的內、外部與其周界，不處理「環」狀圖形，以及複雜如「螺旋形」圖形的內、外部與其周界。
- 本基本學習內容不處理簡單立體形體內、外部的問題。



S-2-2	<p>簡單幾何形體：以操作活動為主。包含平面圖形與立體形體。辨認與描述平面圖形與立體形體的幾何特徵並做分類。</p> <p>備註：可做溝通使用之命名教學，但勿發展為嚴格定義之學習（S-4-7、S-4-8）。可配合資料分類與呈現之教學（D-2-1）。</p>	s-I-1
-------	--	-------

基本學習內容

SC-2-2-1 辨認、描述與分類簡單平面圖形(圓、三角形、正方形、長方形等)。

SC-2-2-2 辨認、描述與分類簡單立體形體(球體、正方體、長方體、圓柱體等)。

基本學習表現

SCP-2-2-1-1 能將簡單的平面圖形分類(圓、三角形、正方形、長方形等)。

SCP-2-2-1-2 能辨認並描述簡單的平面圖形。

SCP-2-2-2-1 能將簡單的立體形體分類(球體、正方體、長方體、圓柱體等)。

SCP-2-2-2-2 能辨認並描述簡單的立體形體。

- ◎ **基本學習內容 SC-2-2-1、SC-2-2-2 都是 SC-1-2-1 之後續學習概念，故學生應已能描繪或仿製簡單平面圖形，並能依給定圖示，將簡單形體作平面拼貼與立體堆疊。**

本基本學習內容幫助學生透過視覺觀察具體實物，由實物的輪廓來辨識簡單平面圖形與立體形體，不強調圖形與形體的構成要素。

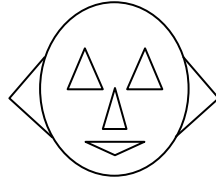
- 本基本學習內容只要求學生認識簡單平面圖形與立體形體正式或非正式的名稱，但不必瞭解其定義。
簡單平面圖形：圓形、三角形、正方形及長方形。
簡單立體形體：球體、正方體、長方體及圓柱體。
- 在平面圖形或立體形體名稱的溝通上，可以先讓學生隨意發揮，啟發學生對圖形或形體結構的體驗，教師再歸結到正式的名稱，並做合理的說明，但不需要拘泥在嚴格的定義。
- 本基本學習內容宜與學習內容 D-2-1 一起學習，例如給定一些簡單的平面圖形或立體形體，先要求學生分類，再將分類的結果用圖表記錄下來。



- 以「下圖中有多少個三角形？」為例，學生可能回答有 6 個三角形，也可能回答有 4 個三角形。回答 6 個三角形的學生直觀的認為耳朵像三角形，而回答 4 個三角形的學生則認為耳朵不是三角形。

當沒有討論圖形的構成要素之前，學生透過視覺觀察具體實物，由實物的輪廓來辨識簡單平面圖形與立體形體，不強調圖形與形體的構成要素，因此 4 個三角形和 6 個三角形都是合理的答案。

當討論完圖形的構成要素之後，必須強調圖形與形體的構成要素，因為三角形的三條邊都是直線段，因此只有 4 個三角形才是合理的答案。



- 本基本學習內容不討論正方形與長方形的包含關係，將正方形與長方形看成兩類不同的圖形；也不討論正方體與長方體的包含關係，將正方體與長方體也看成兩類不同的形體。

S-2-3	<p>直尺操作：測量長度。報讀公分數。指定長度之線段作圖。</p> <p>備註：由此開始建立學習與使用測量工具的良好習慣。測量都會有誤差，教師教學和評量時應注意區分誤差和錯誤的差別。</p>	n-I-7
-------	---	-------

基本學習內容

SC-2-3-1 用直尺測量給定線段的長度及兩點的距離。

基本學習表現

SCP-2-3-1-1 能用直尺測量給定線段的長度。

SCP-2-3-1-2 能用直尺畫出給定長度的線段。

SCP-2-3-1-3 能用沒有標示刻度 0 的直尺測量給定的線段的長度。

SCP-2-3-1-4 能用沒有標示刻度 0 的直尺畫出給定長度的線段。

SCP-2-3-1-5 能用直尺測量兩點的距離。

◎ 基本學習內容 SC-2-3-1 為 NC-2-11-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識長度單位公分及公尺，並作相關的實測、估測及同單位的計算。

本基本學習內容幫助學生使用直尺測量給定線段的長度及兩點的距離。

■ 教師不宜只要求學生用直尺測量物長，用直尺測量物長時，學生會將注意力放在被測量物兩邊端點在直尺上的刻度，不易建立長度的量感。

教師應多提供學生以「1 公分」及「1 公尺」為單位的實測與估測活動，例如以「1 公分」為單位來測量，知道鉛筆大約和 8 個「1 公分」接起來一樣長，所以鉛筆的長度是 8 公分；以「1 公尺」為單位來測量，教室外走廊的長大約和 12 個「1 公尺」接起來一樣長，所以教室外走廊的長是 12 公尺。

■ 使用直尺處理與線段有關的問題，包含下列問題：

(1) 能使用直尺測量給定線段的長度。

(2) 能使用直尺畫出給定長度的線段。

(3) 能使用直尺畫出連接兩點的線段，並測量兩點的距離。

■ 本基本學習內容限制欲測量線段長度宜小於 30 公分。

二年級尚未引入「毫米」。使用直尺畫出給定長度的線段，單位限公分，且長度不宜超過國小學生常用 15 公分直尺的長度。



- 長度和距離是兩種不同的概念，以 A、B 兩相異點為例，長度討論的是線段 AB 有多長，距離討論的是 A、B 兩點離多遠，因此對低年級學生而言，長度的概念比較具體，而距離的概念比較抽象。

教師可以透過畫出連接兩點的線段，並測量線段的長度，幫助學生認識兩點的距離就是畫出線段的長度。

為了方便學生描述距離是幾公分，教師布題時，應儘量讓兩點的距離為整數公分。

- 建議教師透過下列步驟幫助學生建立直尺為測量長度的工具。

步驟一：認識兩相鄰刻度的距離都是 1 公分

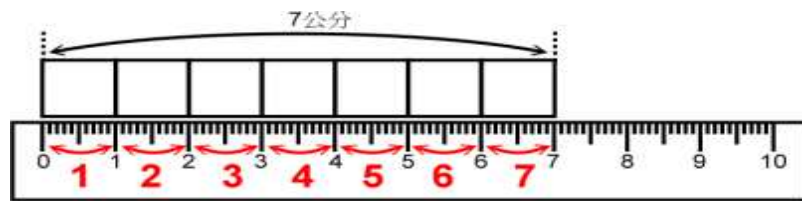
白色積木每一邊的長度都是 1 公分。將一個白色積木一邊的端點對齊刻度 0，另一邊的端點就會對齊刻度 1，因此連接刻度 0 和刻度 1 的線段長 1 公分，刻度 0 和刻度 1 的距離也是 1 公分。

再將白色積木一邊的端點對齊刻度 5，另一邊的端點就會對齊刻度 6，因此連接刻度 5 和刻度 6 的線段長 1 公分，刻度 5 和刻度 6 的距離也是 1 公分。

教師可以多舉幾個例子，幫助學生認識連接兩相鄰刻度的線段長都是 1 公分，相鄰兩刻度間的距離也都是 1 公分。

步驟二：緞帶和 7 個 1 公分接起來一樣長，所以緞帶長 7 公分。

透過點數有幾個 1 公分，得到緞帶的長度和 7 個 1 公分接起來一樣長，所以緞帶長 7 公分。



步驟三：幫助學生認識緞帶的一端對齊刻度 0，緞帶的另一端對齊刻度 7，因此只要報度刻度 0 到刻度 7，就知道緞帶長 7 公分。

步驟四：多提供一些實測的經驗，幫助學生察覺緞帶和 a 個 1 公分接起來一樣長時，緞帶的一端對齊刻度 0，緞帶的另一端對齊刻度 a ，因此只要報度刻度 0 到刻度 a ，就知道緞帶長 a 公分。

- 當線段長度超過直尺長度時教師可採下列步驟進行教學。

步驟一：學生以直尺的刻度 0 對齊一端，在 15 公分處作暫時記號。

步驟二：移動尺，讓刻度 0 對齊記號，測量剩下的部分為 3 公分， $15+3=18$ ，因此總長度為 18 公分。



- 教師應幫助學生畫出連接兩點的線段，並測量其距離，知道這兩點的距離就是畫出線段的長度。
為了方便學生描述兩點的距離是幾公分，教師布題時，應儘量讓兩點的距離為整數公分。
- 如果測量的長度不是整數公分(例如 7.8 公分)時，下面這些描述測量結果的說法，教師都應該接受，「大約 8 公分」、「在 7 公分和 8 公分之間，比較靠近 8 公分」、「比 8 公分短一點」、「還差一點就是 8 公分」。
- 二年級學生手部肌肉尚未發展成熟，用直尺畫線段不宜過度評量，且評量時應放寬標準，只要誤差不大都應該給分。



S-2-4	<p>平面圖形的邊長：以操作活動與直尺實測為主。認識特殊幾何圖形的邊長關係。含周長的計算活動。</p> <p>備註：周長計算為簡單加法連加，不受限於兩步驟加法的限制。本條目強調操作與簡單計算，但不處理公式。</p>	n-I-7
-------	---	-------

基本學習內容

- SC-2-4-1 認識給定的正方形、長方形、正三角形、等腰三角形的邊長關係。
 SC-2-4-2 認識周長，並實測周長。

基本學習表現

- SCP-2-4-1-1 透過實測，認識給定的正方形四邊等長。
 SCP-2-4-1-2 透過實測，認識給定的長方形兩雙對邊等長。
 SCP-2-4-1-3 透過實測，認識給定的正三角形三邊等長。
 SCP-2-4-1-4 透過實測，認識給定的等腰三角形兩腰等長。
 SCP-2-4-2-1 能認識周長。
 SCP-2-4-2-2 能實測簡單平面圖形(正方形、長方形、正三角形)的周長。

◎ 基本學習內容 SC-2-4-1 為 SC-2-1-1 後續學習概念，故學生應該已經認識簡單平面圖形的角、頂點與邊。

本基本學習內容幫助學生認識給定簡單平面圖形邊長的關係。

- 本基本學習內容給定正方形、長方形、正三角形、等腰三角形等常見的幾何圖形，透過實測幫助學生認識邊長的性質，但是不給這些平面圖形下定義。正方形、長方形、正三角形、等腰三角形等圖形都是線對稱圖形，學生較容易掌握對應邊長度相等的關係。
- 可以使用正方形及長方形的名詞，並命名三邊等長的三角形為正三角形，但不宜出現等腰三角形的名詞。
- 「對邊、鄰邊及腰」等溝通邊長關係的名詞，不宜出現在教學與評量中。
- 本基本學習內容限制只能測量正方形、長方形、正三角形、等腰三角形的邊長，並認識邊長的關係。不宜要求學生測量其它圖形的邊長。



◎ 基本學習內容 SC-2-4-2 為 SC-2-1-3 後續學習概念，故學生應該已經認識平面圖形的內、外部與其周界。

本基本學習內容幫助學生認識認識周長，並能實測周長。

- 本基本學習內容實測的對象以三角形、正方形及長方形等簡單平面圖形為主，實測的單位以「公分」為主，實測的結果限制為整數。
- 多邊形的「周長」指的是周界的長，也就是「邊長和」的意思。
 三角形的周長指的是三角形周界的長，所以三角形的周長是三角形三條邊的長度和。
 正方形的周長指的是正方形周界的長，所以正方形的周長是正方形四條邊的長度和。
 長方形的周長指的是長方形周界的長，所以長方形的周長是長方形兩條長邊和兩條寬邊的長度和。
- 以計算邊長 5 公分的正三角形或正方形周長為例，可以要求學生用乘法算式「 5×3 」算出正三角形的周長是 15 公分，或用乘法算式「 5×4 」算出正方形的周長是 20 公分，為四年級引入正三角形或正方形周長公式鋪路。
 二年級學生尚未掌握所有平面圖形所成集合的意義，無法掌握所有正三角形或正方形所成的集合。因此，不宜引入正三角形及正方形的周長公式。
- 二年級尚未引入併式的記法，以計算長邊 5 公分、寬邊 3 公分的長方形周長為例，學生可能利用算式「 $5 \times 2 = 10$ 、 $3 \times 2 = 6$ ， $10 + 6 = 16$ 」算出長方形的周長，也可能利用算式「 $5 + 3 = 8$ ， $8 \times 2 = 16$ 」算出長方形的周長。
 建議教師幫助學生使用算式「 $5 + 3 = 8$ ， $8 \times 2 = 16$ 」來記錄，為四年級引入長方形周長公式鋪路。
- 長方形有兩雙對邊等長，四個角都是直角的性質，因此只要給定長方形長邊和寬邊的長度，就能畫出唯一的長方形。
 但是當學生尚未完全掌握長方形的性質時，只告訴學生長邊和寬邊的長度，學生可能無法畫出正確的長方形。
 以實測長方形的周長為例，教師布題時必須給定要測量的長方形，不能只說明長方形長邊和寬邊的長度，就要求學生計算長方形的周長。
- 教師應區分正方形「某一條邊長」與「所有的邊長」之間的差異。
 學生認識的邊，可能只是正方形四條邊中的某一條；而教師認知的邊，指的是四條邊所成的集合。



- 長方形哪一邊稱為長邊、哪一邊稱為寬邊，常引起爭議。數學上並沒有給長邊或寬邊下定義，日常生活中，常見下面這三種定義長邊和寬邊的方式，建議教師利用第三種方式溝通長邊與寬邊。

第一種：因為受到「長」這個關鍵字的影響，稱比較長的那一邊為長邊，比較短的那一邊稱為寬邊。

第二種：由長方形擺放的位置決定長邊和寬邊，將長方形擺正後，稱水平方向的那一邊為長邊，鉛直方向的那一邊為寬邊。這種定義的方式有一個缺點，如果兩個人擺放的方式不相同，他們所稱的長邊和寬邊就不相同。

第三種：因為只要確定長邊和寬邊就能決定一個長方形，因此長邊和寬邊是同等的重要，只要約定其中的一邊為長邊，那麼剩下的另一邊就是寬邊。



S-2-5	<p>面積:以具體操作為主。初步認識、直接比較、間接比較(含個別單位)。</p> <p>備註:本條目相當於 N-2-12 的部分。</p>	n-I-8
-------	---	-------

基本學習內容

SC-2-5-1 認識面積並進行面積的直接、間接與個別單位比較。

基本學習表現

SCP-2-5-1-1 能認識面積。

SCP-2-5-1-2 能進行面積的直接比較。

SCP-2-5-1-3 能進行面積的間接比較。

SCP-2-5-1-4 能進行面積的個別單位比較(限制以正方形或長方形為個別單位)。

SCP-2-5-1-5 能在具體情境中，認識面積的遞移關係。

◎ 基本學習內容 SC-2-5-1 同 NC-2-12-3。



關係

R-2-1	<p>大小關係與遞移律：「$>$」或「$<$」符號在算式中的意義，大小的遞移關係。</p> <p>備註：教學不出現「遞移率」一詞。本階段應在加減法中完成，不須獨立單元教學。</p>	r-I-1
-------	--	-------

基本學習內容

RC-2-1-1 用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係。

RC-2-1-2 認識 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 的遞移律。

基本學習表現

RCP-2-1-1-1 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 記錄兩數大小比較的結果(例如 $73 > 58$)。

RCP-2-1-1-2 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 記錄兩算式或數字大小比較的結果

(例如 $17 + 8 > 25 - 8$ 或 $21 = 15 + 6$)。

RCP-2-1-2-1 能在具體情境中認識「 $=$ 」的遞移律。

RCP-2-1-2-2 能在具體情境中認識「 $>$ 」與「 $<$ 」遞移律。

RCP-2-1-2-3 能在具體情境中認識「 $=$ 」的對稱性。

◎ **基本學習內容 RC-2-1-1 為 NC-1-2-1(同 RC-1-1-1)之後續學習概念，學生應該已經理解加法與減法的意義，能使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 做橫式記錄與直式記錄。**

本基本學習內容幫助學生用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量的大小關係。

■ 本基本學習內容幫助學生用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 記錄兩數或算式的大小關係，教學的重點是「三一律」，「三一律」指的是任意兩數 a 和 b ，一定恰滿足 $a > b$ 、 $a < b$ 或 $a = b$ 其中一種的關係。

■ 一年級加法與減法算式中的等號為「得到答案」的意義。

以「5顆蘋果和3顆蘋果合起來有多少顆蘋果？」為例，學生解題時會先畫出5顆蘋果和3顆蘋果，再點數合起來有8顆蘋果，學生的解題活動中只出現8顆蘋果，加法算式「 $5 + 3 = 8$ 」中「 $5 + 3$ 」和「8」指的都是那8顆蘋果。

「 $5 + 3 = 8$ 」記錄5顆和3顆合起來的答案是8顆，算式中的等號是得到答案的意義。

部份學生不接受「 $8 = 5 + 3$ 」或「 $5 + 3 = 9 - 1$ 」，可能的原因是將等號看成得到答案，而不是兩邊一樣大。

二年級透過比較活動，加法與減法算式中的等號才是「兩邊一樣大」的意義。

等號表示「兩邊一樣大」，是六年級學習等量公理的前置經驗。



- 教師可以提問「 $5+3$ 和 8 ，誰比誰大？」，引入 $5+3$ 和 8 一樣大，再將 $5+3$ 和 8 一樣大的結果記成「 $5+3=8$ 」，此時加法算式「 $5+3=8$ 」中 $5+3$ 和 8 是兩個不同的數，「 $5+3=8$ 」記錄 $5+3$ 和 8 一樣大，算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義。

教師可以提問「 8 和 $5+3$ ，誰比誰大？」、「 $5+3$ 和 $9-1$ ，誰比誰大？」，幫助學生用「 $8=5+3$ 」、「 $5+3=9-1$ 」來記錄，幫助學生理解算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義。

- 教師不宜透過「 $2+7$ 和 8 誰比較大」的問話，引入不等式「 $2+7>8$ 」的記法，應透過「 $2+7$ 和 8 誰比誰大」的問話，引入不等式「 $2+7>8$ 」的記法。前者的問話只問誰比較大，學生只須回答「 $2+7$ 比較大」即可，無法將「 $2+7$ 比較大」記成「 $2+7>8$ 」；後者的問話詢問兩者的大小關係，學生必須回答「 $2+7$ 比 8 大」，「 $2+7$ 比 8 大」較易引入算式「 $2+7>8$ 」。

- 透過比較活動引入「 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 」。

例如：「 $5+3$ 比 7 大」可以記成「 $5+3>7$ 」；

「 7 比 $5+3$ 小」可以記成「 $7<5+3$ 」。

透過「 $5+3$ 和 8 一樣大」可以記成「 $5+3=8$ 」；

「 8 和 $5+3$ 一樣大」可以記成「 $8=5+3$ 」。

可以幫助學生認識等號的對稱性：若 $a=b$ ，則 $b=a$ 。

- ◎ 基本學習內容 RC-2-1-2 為 NC-1-2-1(同 RC-1-1-1)及 NC-1-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解加法與減法的意義，能使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 做橫式記錄與直式記錄，並解決生活中的問題；也能進行長度的間接比較。

本基本學習內容幫助學生在具體情境中認識大於、小於及等於的遞移律。

- 學生在學習數字情境的遞移律常發生困難，例如「已知 $15+27>10+30$ ， $10+30>80-42$ ，請問 $15+27$ 和 $80-42$ 誰比誰大？」，建議教師先幫助學生在長度、重量、容量或面積等情境掌握遞移性的意義後，再進行數字情境遞移律的教學。

- 比較甲、乙兩條繩子長短時，有兩種提問的方法：

第一種：甲、乙兩條繩子，誰比較長？

第二種：甲、乙兩條繩子，誰比誰長？

第一種問法的答案是「甲繩比較長」，第二種問法的答案是「甲繩比乙繩長」，

第二種問法是兩繩關係的問法。長度遞移性「若甲繩比乙繩長、乙繩比丙繩長，

則甲繩比丙繩長」中的描述，都是關係的描述。



- 在長度情境中認識遞移律時，也有兩種提問的方法：
第一種：甲比乙高，乙比丙高，甲和丙誰比較高？
第二種：甲比乙高，乙比丙高，甲和丙誰比誰高？
第一種問法的答案是「甲比較高」，第二種問法的答案是「甲比丙高」，第二種問法才能得到「甲比乙高，乙比丙高，所以甲比丙高」的結果。
- 在具體情境中進行遞移律的教學時，教師需幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次，以「甲比乙高，乙比丙高，甲和丙誰比誰高？」為例，有兩個認識遞移性的層次：
層次一：學生必須看到甲和丙比較的結果，才相信甲比乙高，乙比丙高時，甲會比丙高。
層次二：學生能預期甲比乙高，乙比丙高時，甲一定會比丙高。
教師應幫助層次一的學生提升至層次二。
- 「遞移律」的名詞不宜出現在教學與評量中。



R-2-2	<p>三數相加，順序改變不影響其和：加法交換律和結合律的綜合。可併入其他教學活動。</p> <p>備註：先在加法的「併加型」（合成型）情境中說明。教學不出現「結合律」一詞。</p>	r-I-2
-------	--	-------

基本學習內容

RC-2-2-1 認識加法順序改變並不影響其和的性質。

基本學習表現

- RCP-2-2-1-1 能在具體情境中，理解加法順序改變並不影響其和的性質。
- RCP-2-2-1-2 能在具體情境中，利用加法順序改變並不影響其和的性質來簡化三個數的連加計算。
- RCP-2-2-1-3 能做三個數的連加計算。

- ◎ **基本學習內容 RC-2-2-1 為 RC-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中認識加法的交換律。**
 本基本學習內容引入三個數的連加計算，幫助學生在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質，並利用此性質來簡化三個數的連加計算。
- 加法順序改變並不影響其和的性質，包含了加法結合律和加法交換律兩個概念，教學重點是利用這個性質來簡化計算。
- 教師不宜在數字情境中引入加法順序改變並不影響其和的性質，必須在生活情境中引入，學生才能掌握加法順序改變並不影響其和性質的意義。
 以兩步驟連加問題「甲有 7 顆糖，乙有 5 顆糖，丙有 3 顆糖，三人共有幾顆糖？」為例，學生很容易認識先算 7 顆糖和 5 顆糖是 12 顆糖，再算 12 顆糖和 3 顆糖合起來是 15 顆糖（先算「 $7+5=12$ 」，再算「 $12+3=15$ 」），和先算 5 顆糖和 3 顆糖是 8 顆糖，再算 7 顆糖和 8 顆糖合起來是 15 顆糖（先算「 $5+3=8$ 」，再算「 $7+8=15$ 」），它們的答案相同。
 教師可以幫助學生透過先算 7 顆糖和 3 顆糖是 10 顆糖，再算 10 顆糖和 5 顆糖合起來是 15 顆糖（先算「 $7+3=10$ 」，再算「 $10+5=15$ 」），來簡化計算。
- 加法交換律指的是「 $a+b=b+a$ 」的性質。
 加法結合律指的是「 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 」的性質。



- 教師應幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次，下面以「甲有 7 顆糖，乙有 5 顆糖，丙有 3 顆糖，三人共有幾顆糖？」為例，有兩個認識加法順序改變並不影響其和性質的層次：

層次一：學生必須算出答案，才相信先算「 $7+5=12$ 」，再算「 $12+3=15$ 」的答案和先算「 $5+3=8$ 」，再算「 $7+8=15$ 」的答案相同。

層次二：學生不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同。

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

- 因為二年級尚未引入併式的記法，本基本學習內容建議教師先在連加兩步驟文字題中，幫助學生認識加法順序改變並不影響其和的性質。

當學生掌握加法順序改變並不影響其和的性質後，才引入三個數連加的計算題，教學重點是幫助學生利用上述性質簡化計算。



R-2-3	<p>兩數相乘的順序不影響其積：乘法交換律。可併入其他教學活動。</p> <p>備註：「乘法交換律」不宜太早教學，建議在 2 年級後期，以行列模型教學。教學不出現「乘法交換律」一詞。</p>	r-I-2
-------	---	-------

基本學習內容
RC-2-3-1 認識乘法交換律。

基本學習表現
RCP-2-3-1-1 能在具體情境中，認識乘法交換律，並用於簡化計算。

◎ 基本學習內容 RC-2-3-1 為 RC-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律。

本基本學習內容在具體情境中，幫助學生認識乘法交換律，並用於簡化計算。

■ 教師不宜在數字情境中引入乘法交換律，必須在生活情境中引入乘法交換律，學生才能掌握乘法交換律的意義。

以「一排有 3 人，4 排共有多少人？」為例，乘法交換律指的是乘法問題都有兩種解題的方法，一種是 $3 \times 4 = 12$ ，另一種是 $4 \times 3 = 12$ 。

乘法交換律教學的重點並不是 3×4 和 4×3 的答案相同，可以記成 $3 \times 4 = 4 \times 3$ ， $17 - 5$ 和 3×4 的答案相同，也能記成 $17 - 5 = 3 \times 4$ 。

■ 認識乘法交換律之後，九九乘法表中有一半的乘法事實可以透過乘法交換律得到。

■ 「行列模型」最容易溝通乘法交換律的意義，以「一排有 3 人，4 排共有多少人？」為例，只要排出下圖中的矩陣，學生很容易看到以直行的 3 為單位時，可以利用「 $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4$ 」算出答案，以橫列的 4 為單位時，可以利用「 $4 + 4 + 4 = 4 \times 3$ 」算出答案，因為是同一個問題的兩種不同算法，所以它們的答案相等，可以得到「 $3 \times 4 = 4 \times 3$ 」。

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○



- 以「1 隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙有幾條腿？」為例，說明乘法交換律的意義。

有下列兩種計算出青蛙腿數的方法：

- (1) 以一隻青蛙的腿數為單位，每一隻青蛙都有 4 條腿，可以利用「 $4+4+4=4\times 3$ 」的方式算出答案。
- (2) 以青蛙被切割成 4 塊的想法來解題，每一隻青蛙都被切割成左、右前腿及左、右後腿 4 塊，3 隻青蛙的左、右前腿及左、右後腿各有 3 條，可以利用「 $3+3+3+3=3\times 4$ 」的方式算出答案。

認識乘法交換律也有兩個層次：

層次一：觀察現象，算出兩種算法的答案，察覺答案相同。

學生必須算出 4×3 和 3×4 的答案，才知道 $4\times 3=3\times 4$

層次二：預期結果，不必算出答案就能預期兩種算法的結果相同。

這兩種算法都是算 3 隻青蛙有幾條腿的正確算法，學生不必算出答案，就知道 3×4 和 4×3 的答案一定相等，可以記成「 $4\times 3=3\times 4$ 」。

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

- 以「1 隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙有幾條腿？」為例，說明「乘法交換律」與「乘法算式」的意義。

乘法交換律：本題有「 3×4 」和「 4×3 」兩種算法，這兩種算法的答案會相等，所以「 $3\times 4=4\times 3$ 」

乘法算式：用「 $4+4+4=12$ 」的方式算出答案，只能記成「 $4\times 3=12$ 」。

用「 $3+3+3+3=12$ 」的方式算出答案，只能記成「 $3\times 4=12$ 」。

「 $3\times 4=12$ 」和「 $4\times 3=12$ 」是兩種不同算法的記錄。

乘法交換律不是利用「 $4+4+4=12$ 」的方式算出答案後，

可以記成「 $4\times 3=12$ 」，也可以記成「 $3\times 4=12$ 」。

- 「乘法交換律」的名詞不宜出現在四年級(含四年級)以前的教學與評量中。



R-2-4	<p>加法與減法的關係：加減互逆。應用於驗算與解題。</p> <p>備註：應用加減互逆到驗算時，只用加法驗算減法答案，但不用減法驗算加法答案。</p>	<p>n-I-3</p> <p>r-I-3</p>
-------	---	---------------------------

基本學習內容
RC-2-4-1 理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

基本學習表現
<p>RCP-2-4-1-1 能在添加型、併加型與拿走型的問題情境中，認識加減互逆。</p> <p>RCP-2-4-1-2 能在比較型的問題情境中，理解加減互逆。</p> <p>RCP-2-4-1-3 能在計算情境中，理解加減互逆。</p> <p>RCP-2-4-1-4 能在加減問題情境中，理解加減互逆，並運用於驗算與解題。</p>

◎ 基本學習內容 RC-2-4-1 同 NC-2-3-1。



資料與不確定性

D-2-1	<p>分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。</p> <p>備註：非正式表格與統計圖表教學（見 D-1-1 備註）。可配合平面圖形與立體形體教學（S-2-2）。</p>	d-I-1
-------	--	-------

基本學習內容

DC-2-1-1 將蒐集的資料依照物體性質進行分類，並能說出分類方式。

DC-2-1-2 將分類的結果以圖表呈現並說明。

基本學習表現

D-2-1-1-1 能將蒐集的資料依照物體性質進行分類。

D-2-1-1-2 能將分類後的資料進行再分類。

D-2-1-1-3 能說明如何將蒐集的資料依照物體性質進行分類。

D-2-1-2-1 能將分類的結果以圖表呈現。

D-2-1-2-2 能說明圖表記錄了什麼。

◎ **基本學習內容 DC-2-1-1 及 DC-2-1-2 為 DC-1-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經能對生活中的事件或活動做初步的分類與記錄。**

本基本學習內容幫助學生將蒐集的資料依照物體性質進行分類，並將分類的結果以圖表呈現並說明。

■ 學生進行分類活動時可能有很多不成熟的想法，老師應強調下列這兩個重點並多做溝通：

(1) 一堆物件可以有許多不同分類的方法，分類前必須先溝通分類的標準，例如班上同學可以依不同性別、不同血型、不同星座、不同姓氏等標準來分類。

(2) 確定分類標準後，分類必須滿足下面 2 個條件。

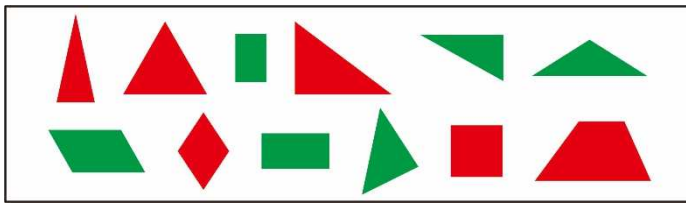
第一：不同類之間不可以有交集，例如分成甲、乙二類時，每個物件只能恰屬於其中一類，也就是說，某物件不能屬於甲類、同時又屬於乙類。

第二：每個物件必須屬於分類中的一類，例如分成甲、乙二類時，每個物件必須屬於某一類，也就是說，某物件不能不屬於甲類、同時也不屬於乙類。

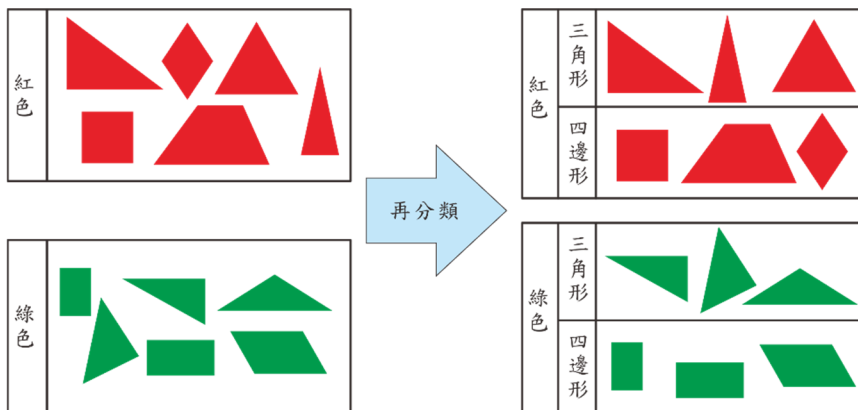


- 教師應提供適當的資料幫助學生在分類後，還可以再進行分類。

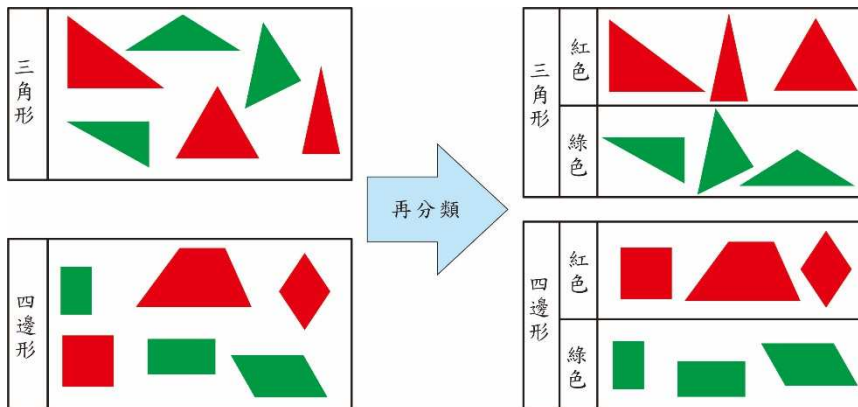
以「將下面的幾何圖形分類」為例，教師可以幫助學生將分類後的資料進行再分類的活動



第一種分類方式：先依顏色將幾何圖形分成紅色及綠色兩類後，再依有幾條邊的性質將這兩類圖形再分類成三角形和四邊形兩類。



第二種分類方式：先依有幾條邊的性質將幾何圖形分成三角形和四邊形兩類後，再依顏色將這兩類圖形再分類成紅色和綠色兩類。



- 幫助學生利用非正式的一維表格或正式的一維表格記錄分類的結果。不宜限制某種教師偏愛的記錄格式，應讓學生自由發揮，並接受多元的統計表。

國民小學三年級數學基本學習內容

數與量

N-3-1	<p>一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。</p> <p>位值單位換算。</p> <p>備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。</p>	n-II-1
-------	--	--------

基本學習內容

NC-3-1-1 10000 以內數的命名及說、讀、聽、寫、做。

NC-3-1-2 認識「千位」的位名，並進行 10000 以內位值單位的換算。

基本學習表現

NC-3-1-1-1 能唱出及寫出 10000 以內的數詞序列(命名活動)。

NC-3-1-1-2 能唱出 10000 以內又一、又十、又百及又千的數詞序列。

NC-3-1-1-3 能進行 10000 以內各數的說、讀、聽、寫。

NC-3-1-1-4 能用代表「1000」、「100」、「10」和「1」的具體物或圖像表示 1000 以內的數字或數詞。

NC-3-1-2-1 能認識「千位」的位名。

NC-3-1-2-2 能比較 10000 以內兩數的大小。

NC-3-1-2-3 能將「幾個千、幾個百、幾個十和幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」。

NC-3-1-2-4 能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十和幾個一」。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-1-1 為 NC-2-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識 1000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。

本基本學習內容建立 10000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。

- 1000~2000、2000~3000、3000~4000、...、9000~10000 數詞序列的規則類似，建議教師先幫助學生進行 1000~2000 數詞序列的命名活動，再進行 2000~10000 數詞序列的命名活動。當學生掌握 1000~2000 數詞序列的命名規律後，較容易類比至 2000~10000 範圍的數詞序列。
- 學生二年級已能唱出 1~1000 的數詞序列，1000~2000 數詞序列命名活動的教學重點是無法類比 1~1000 的數詞序列，例如 1010~1019、1009~1010、1999~2000 等。



- 本基本學習內容建立 10000 以內又一、又十、又百及又千的數詞序列，當學生學會這些數詞序列之後，才能透過點數活動，確定一堆物件的個數。

以點數 3421 元為例：

透過

1000、2000、3000、3100、3200、3300、3400、3410、3420、3421
 又千 又千 又百 又百 又百 又百 又十 又十 又一

點數出 3 張千元、4 張百元、2 個十元和 1 個一元合起來是 3421 元。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-1-2 為 NC-2-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識「個位」、「十位」及「百位」的位名，並進行 1000 以內位值單位換算。本基本學習內容認識「千位」的位名，並進行位值單位換算。

- 二年級已處理過「一」和「十」單位、「一」和「百」單位的換算以及「十」和「百」單位的換算。

本基本學習內容以此為基礎，先處理「一」和「千」單位的換算，再處理「百」和「千」單位的換算，最後處理「十」和「千」單位的換算。

- 以比較 4532 和 4527 兩數的大小為例，有兩種幫助學生解題的方法。

方法一：透過位值說明十位數字比較大的數比較大

4532 可以換成 4 個千 5 個百 3 個十和 2 個一，4527 可以換成 4 個千 5 個百 2 個十和 7 個一，4 個千和 4 個千一樣多，5 個百和 5 個百一樣多，3 個「十」比 2 個「十」多 1 個「十」，也就是多 10，10 一定比 7 大，所以當 32 的十位數字比 27 的十位數字大時，32 就比 27 大。

方法二：先唸出的數字比較小，後唸出的數字比較大

三年級學生已熟悉數詞序列 1、2、...、10000，應知道愈後面唸到的數字愈大，教師可以透過先唸出的數字比較小，後唸出的數字比較大，說明 4532 和 4527 的千位數字和百位數字都一樣大，4532 的十位數字比 4527 的十位數字大，十位數字比較大的數比較後唸到，所以 32 比 27 大。

- 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」，以及將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」化成「2357」的的雙向化聚。



- 國小三年級常透過積木及圖像二組教具，幫助學生進行位值單位的換算。

積木：白色積木、橘色積木、百格板、千格板

10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，10 個白色積木可以換成 1 條橘色積木，1 條橘色積木可以換成 10 個白色積木。

100 個白色積木和 1 張百格板一樣大，100 個白色積木可以換成 1 張百格板，1 張百格板可以換成 100 個白色積木。

10 條橘色積木和 1 張百格板一樣大，10 條橘色積木可以換成 1 張百格板，1 張百格板可以換成 10 條橘色積木。

1000 個白色積木和 1 塊千格板一樣大，1000 個白色積木可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 1000 個白色積木。

10 張百格板和 1 塊千格板一樣大，10 張百格板可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 10 張百格板。

100 條橘色積木和 1 塊千格板一樣大，100 條橘色積木可以換成 1 塊千格板，1 塊千格板可以換成 100 條橘色積木。

圖像：①、⑩、 $\boxed{100}$ 、 $\boxed{1000}$

透過約定，10 個①可以換 1 個⑩，1 個⑩可以換 10 個①。

100 個①可以換 1 個 $\boxed{100}$ ，1 個 $\boxed{100}$ 可以換 100 個①。

10 個⑩可以換 1 個 $\boxed{100}$ ，1 個 $\boxed{100}$ 可以換 10 個⑩

1000 個①可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 1000 個①。

10 個 $\boxed{100}$ 可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 10 個 $\boxed{100}$ 。

100 個⑩可以換 1 個 $\boxed{1000}$ ，1 個 $\boxed{1000}$ 可以換 100 個⑩。

其中積木是成比例的教具，圖像是不成比例的教具。

- 學生在一年級已透過 1 條橘色積木和 10 個白色積木接起來一樣長的關係，進行 1 條橘色積木和 10 個白色積木間的轉換，並將注意力放在 1 個「十」和 10 個「一」的化聚關係上。

在二年級已透過 10 條橘色積木拼起來和 1 片百格板面積一樣大的關係，進行 1 片百格板和 10 條橘色積木間的轉換，並將注意力放在 1 個「百」和 10 個「十」，以及 1 個「百」和 100 個「一」的化聚關係上。

建議教師透過 10 片百格板和 1 塊千格板體積一樣大的關係，進行 1 塊千格板和 10 片百格板間的轉換，並幫助學生將注意力放在 1 個「千」和 10 個「百」，以及 1 個「千」和 1000 個「一」的化聚關係上。

- 建議教師用不同的量詞來描述不同的積木，例如：1 個白色積木、1 條橘色積木、1 張百格板、1 塊千格板。



N-3-2	加減直式計算 ：含加、減法多次進、退位。 備註 ：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。	n-II-2
-------	---	--------

基本學習內容
NC-3-2-1 熟練加減直式計算(和或被減數 <10000 ，含多重進退位)。

基本學習表現
NCP-3-2-1-1 能熟練和或被減數小於 10000，一次或沒有進退位的加減直式計算。
NCP-3-2-1-2 能熟練和或被減數小於 10000，二次進退位的加減直式計算。
NCP-3-2-1-3 能熟練和或被減數小於 10000，三次進退位的加減直式計算。

- ◎ **基本學習內容 NC-3-2-1 為 NC-2-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。**
本基本學習內容是整數加、減直式計算的總結，要求學生熟練整數加、減的直式計算。
- 以退位減法計算問題「 $537-251$ 」為例，在說明減法退位計算時，教師經常用「向百位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。建議教師改用「拿一個 100換 10 個 $\textcircled{10}$ 」的說法。
- 一年級加減法教學重點：基本加減法。
二年級加減法教學重點：二位數的加減直式計算(含進位及退位)；
 三位數的加減直式計算(不含兩次退位)。
三年級加減法教學重點：四位數以內的加減直式計算；
 並總結整數的加減直式計算。
- 本基本學習內容是整數加減直式計算的總結，四年級不再出現與加減法相關的基本學習內容，教師應幫助學生熟練加減直式計算。
因為三年級只引入 10000 以內的數，因此限制和及被減數都必須小於 10000。
- 以退位減法計算問題「 $1235-678$ 」為例，進行個位計算時，因為 5 減 8 不夠減，拿 1 個十換 10 個一之後，有兩種解題的方法，第一種是利用基本加減事實來解題，直接利用 $15-8=7$ ，算出和的個位數字是 7，第二種是利用拆十來解題，透過 $10-8=2$ ， $2+5=7$ ，算出和的個位數字是 7。三年級學生應該已熟記基本加減事實，建議教師幫助學生利用第一種方法來解題。





- 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制。

(1)記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。

以「將3個十，5個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將3個十的3記在十位，5個一的5記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。

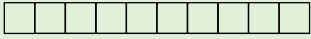

(2)一個位置只能記錄1個數碼。

十位	個位
	
3	15

以「將3個十，15個一記在定位板上」為例，將3個十的3記在十位，將15個一的15記在個位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有3個十，15個一，但是脫離定位板記成315後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄1個數碼，必須將3個十，15個一改記成4個十，5個一。

(3)某位值的個數是0時，必須記0。

十位	個位
	
5	0

以「將5個十記在定位板上」為例，將5個十的5記在十位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有5個十，但是脫離定位板記成5後，會和5個一混淆，因此數學上限制當個位數字是0時，必須在個位上記0。

N-3-3	<p>乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。</p>	n-II-2
-------	---	--------

基本學習內容

NC-3-3-1 熟練二位數乘以一位數的直式計算。

NC-3-3-2 熟練三位數乘以一位數的直式計算。

基本學習表現

NCP-3-3-1-1 能熟練整十乘以一位數的直式計算。

NCP-3-3-1-2 能熟練二位數乘以一位數的直式計算。

NCP-3-3-1-3 能認識一位數乘以二位數的直式計算。

NCP-3-3-2-1 能熟練整百乘以一位數的直式計算。

NCP-3-2-2-2 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。

NCP-3-2-2-3 能認識一位數乘以三位數的直式計算。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-3-1、NC-3-3-2 為 NC-2-6-1 及 NC-2-7-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解乘法的意義，能用乘法算式記錄連加活動的結果；也應該已經熟記十十乘法。

基本學習內容 NC-3-3-1 幫助學生熟練二位數乘以一位數的直式計算。

基本學習內容 NC-3-3-2 幫助學生熟練三位數乘以一位數的直式計算。

- 二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。

以 34×678 為例，直式進行 3 次 34 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行 2 次 72 乘以一位數的計算。

三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。



- 本基本學習內容要求學生熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行，為被乘數是二、三位數及除數是二、三位數的乘、除直式計算鋪路。
- 有兩種分解 147 的方法，第一種是將 147 分解成 100、40 和 7；第二種是將 147 分解成 1 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	0
+ 1	2	0	0	
	1	4	8	2

圖 一

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		2	4	7
×				6
			4	2
		2	4	
+ 1	2			
	1	4	8	2

圖 二

- 以「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		1	4	7
×				6
			4	2
		2	4	
+	6			
	8	8	2	

→

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		1	4	7
×				6
			8	2

↓

因為「4」和「24」都是「十」單位，只要心算出「 $4+24$ 」，就可以省略記成一行。
 因為「2」和「6」都是「百」單位，只要出「 $2+6$ 」，就可以省略記成一行。

因此可以省略記成一行。



- 一位數乘以二位數的直式計算比二位數乘以一位數的直式計算困難，一位數乘以三位數的直式計算比三位數乘以一位數的直式計算困難，而且不是大數字乘法直式計算的先備知識，教師只要幫助學生理解直式計算解題的意義即可，不必要求熟練。

當學生認識乘法交換律後，教師可以幫助學生利用乘法交換律，將一位數乘以二位數的計算問題，例如 7×34 ，改用二位數(三位數)乘以一位數的直式，例如 34×7 算出答案。將一位數乘以三位數的計算問題，例如 7×348 ，改用三位數乘以一位數的直式，例如 348×7 算出答案。



N-3-4	<p>除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題，熟練十十乘法範圍的除法，作為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，在處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法的問題差異。</p>	n-II-3
-------	---	--------

基本學習內容

NC-3-4-1 理解除法的意義，並用除法算式記錄分裝或平分活動的結果。
NC-3-4-2 用除法解決生活中的問題。

基本學習表現

NCP-3-4-1-1 能從分裝或平分的活動中，理解除法的意義。
NCP-3-4-1-2 能用除法算式記錄分裝或平分活動的結果。
NCP-3-4-1-3 認識除法、除號、被除數、除數、商及餘數。
NCP-3-4-1-4 認識餘數可以為 0，而且一定比除數小。
NCP-3-4-2-1 能用除法解決生活中的問題。
NCP-3-4-2-2 能進行除法算式的擬題活動。
NCP-3-4-2-3 認識奇數個與偶數個。

◎ 基本學習內容 NC-3-4-1 為 NC-2-9-1 及 NC-2-9-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解分裝問題；也應該已經理解平分問題。

本基本學習內容幫助學生從分裝或平分的情境中，理解除法的意義，並使用除法算式記錄分裝或平分活動的解題過程。

■ 基本學習內容 NC-3-4-1 引入的除法算式是解題的記錄，NC-3-4-2 使用的除法算式是解題的工具。

■ 二年級「分裝活動」和「平分活動」只處理能分盡的情形，不能分盡的情形在三年級才引入。

分裝活動：12 個杯子，3 個杯子裝一盒，最多可裝滿幾盒？

平分活動：將 12 個杯子平分成 3 堆，一堆有幾個杯子？

分裝活動是三年級解包含除問題的先備知識；平分活動是三年級解等分除問題的先備知識。



- 除法問題包含平分情境的等分除問題，與分裝情境的包含除問題。

等分除問題：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，
還剩下多少個蘋果？

包含除問題：14 個蘋果，每 3 個蘋果裝 1 盒，最多可裝滿幾盒，
還剩下多少個蘋果？

- 理解除法算式的意義包含下列部份：

(1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。

(2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。

(3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

- 除法問題有兩種記錄的格式：

第一種： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。

第二種： $a \div b = \frac{a}{b}$ ， $b \neq 0$ 。

五年級引入「整數除以整數、商是分數」問題之前，只處理第一種記錄格式。

- 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」中，餘數的範圍是「 $0 \leq r < b$ 」，也就是說，剩下 0 個中的 0 也是餘數。例如「將 12(或 13、14)個蘋果平分給 3 個人」，學生必須解題成功，才知道餘數是 0(或 1、2)。

建議教師命題時，不論餘數是否為 0，都要同時詢問商數及餘數。

例如：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，
還剩下多少個蘋果？

將 12 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，

還剩下多少個蘋果？

- 以包含除問題「14 個蘋果，每 3 個蘋果裝 1 盒，最多可裝滿幾盒，還剩下多少個蘋果？」為例，學生可能有下列三種解題的方法。

方法一：利用加法來解題

$$3 + 3 = 6, 6 + 3 = 9, 9 + 3 = 12, 14 - 12 = 2。$$

透過點數算式中有 4 個 3，得到最多可裝滿 4 盒，還剩下 2 個蘋果。

方法二：利用減法來解題

$$14 - 3 = 11, 11 - 3 = 8, 8 - 3 = 5, 5 - 3 = 2，$$

透過點數算式中有 4 個 3，得到最多可裝滿 4 盒，還剩下 2 個蘋果。

方法三：嘗試錯誤

三年級學生應該已熟記十乘乘法，可以利用 $3 \times 4 = 12$ ， $14 - 12 = 2$ ，
得到最多可裝滿 4 盒，還剩下 2 個蘋果。



- 以等分除問題「將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？」為例，學生可能有下列二種解題的方法。

方法一：嘗試錯誤

三年級學生應該已熟記十乘乘法，可以利用 $4 \times 3 = 12$ ， $14 - 12 = 2$ ，得到最多分到 4 個蘋果，還剩下 2 個蘋果。

方法二：利用「一次一人分 1 個蘋果」來解題

步驟一：教師先做出 3 個人的位置，說明一次一人分 1 個蘋果，有 3 個人，所以一次可以分掉 3 個蘋果。

步驟二：第一次分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 11 個蘋果，可以用減法算式 $14 - 3 = 11$ 把做法記下來。

第二次也分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 8 個蘋果，可以用減法算式 $11 - 3 = 8$ 把做法記下來。

第三次也分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 5 個蘋果，可以用減法算式 $8 - 3 = 5$ 把做法記下來。

第四次也分掉 3 個蘋果，每人分到 1 個蘋果，還剩下 2 個蘋果，不夠再分一次，可以用減法算式 $5 - 3 = 2$ 把做法記下來。

步驟三：每次一人分到 1 個蘋果，一共分了 4 次，所以一人共分到 4 個蘋果，還剩下 2 個蘋果。

- 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」算式中的「 $=$ 」只是得到答案的意思，不是兩邊數字一樣大的意思，以「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」為例，等號兩邊無法同時加、減一數，對日後數學學習並不重要。

當學生掌握乘除互逆後，教師應幫助學生將上列算式改記成「 $a = b \times q + r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」，例如將「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」改記成「 $32 = 6 \times 5 + 2$ 」，改記後算式中的「 $=$ 」是兩邊數字一樣大的意思，等號兩邊可以同時加、減或乘、除一數。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-4-2 為 NC-3-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解除法的意義，並使用除法算式記錄分裝或平分活動的解題過程。

本基本學習內容幫助學生用除法解決生活中的包含除、等分除問題。

- 本基本學習內容幫助學生將除法算式看成解題的工具，學生解除法問題時，建議教師要求學生先用除法算式來列式，再算出答案，為後面引入的除法直式算則鋪路。



- 學生不易掌握利用無條件進入法或無條件捨去法處理商必須是整數的問題，教師必須透過學生熟悉的情境，利用除法算式說明解題的意義。

以「14 人搭計程車(每輛計程車只能坐 4 位乘客)，至少要幾輛計程車才夠坐？」為例，透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，說明只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車坐，必須要 4 輛計程車才夠坐。

本基本學習內容不進行無條件進入法或無條件捨去法的教學。

- 三年級引入奇數與偶數的定義時。教師可以從生活經驗中幫助學生認識物件的個數是奇數個或偶數個。

例如透過點數花片，說明花片兩個一數剛好數完，沒有剩下時，稱花片的個數是偶數個；當兩花片兩個一數無法剛好數完，還剩下 1 個時，稱花片的個數是奇數個。為以後引入奇數與偶數的定義鋪路。

- 學生在一年級已有利用 2 個一數，點數物件個數的經驗，教師可以拿出百數表，要求學生圈出 2 個一數的數詞序列，幫助學生認識這些數字都是偶數，偶數的個位數字是 0、2、4、6、8。再說明沒有圈到的數字，2 個一數都會剩下 1 個，所以沒有圈到的數字都是奇數，奇數的個位數字是 1、3、5、7、9。



N-3-5	<p>除除一位數：除數直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被除數有 0 的題型。</p>	n-II-3
-------	--	--------

基本學習內容

- NC-3-5-1 熟練二位數除除一位數的直式計算。
 NC-3-5-2 熟練三位數除除一位數的直式計算。

基本學習表現

- NC-3-5-1-1 能理解位值概念在直式計算的合理性。
 NC-3-5-1-2 能熟練二位數除除一位數的直式計算。
 NC-3-5-2-1 能熟練三位數除除一位數的直式計算。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-5-1、NC-3-5-2 為 NC-3-4-1 及 NC-3-4-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解除法的意義，並使用除法算式記錄分裝或平分活動的解題過程；也應該已經能夠用除法解決生活中的問題。
- 基本學習內容 NC-3-5-1 幫助學生熟練二位數除除一位數的直式計算。
 基本學習內容 NC-3-5-2 幫助學生熟練三位數除除一位數的直式計算。
- 除法問題有等分除和包含除兩種題型，本基本學習內容限制在等分除情境引入二位及三位除除一位數的除法直式計算。
- 等分除問題：將 748 元平分給 5 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？
 包含除問題：748 元，每 5 元分給 1 個人，最多可分給幾人，還剩下多少元？
 等分除問題可以將 748 元解讀成 7 張 100 元、4 枚十元和 5 個一元，讓百元、十元和一元的個數都不超過 10 個，可以簡化計算。
- 本基本學習內容將除法直式計算視為解題的工具，不論文字題是等分除或包含除問題，學生只要判斷它是是除法問題，就能利用除法直式來解題。
- 基本乘法事實是二位數除除一位數及三位數除除一位數直式計算的基礎。
- 以 $78 \div 5$ 為例，直式進行了 2 次一位數乘以 5 的計算。
 以 $678 \div 5$ 為例，直式進行了 3 次一位數乘以 5 的計算。
 教師應要求學生熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行，為除數是二、三位數的除法直式計算鋪路。



■ 以「659 元平分給 4 個人，每個人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習除法直式計算。

(1) 有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$ ，第二種是將 659 分解成 6 個百、5 個十和 9 個一。第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。

(2) 將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣。

先將 6 張百元鈔票平分給 4 個人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分；將 2 張百元鈔票換成 20 枚的十元硬幣，再加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣；25 枚十元硬幣平分給 4 個人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分；將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣；19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。合起來每個人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個 1 元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。

(3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定①、⑩、100來說明。

	百	十	個	
	100	⑩	①	
	1	6	4	⇒分到 1 張百元、6 枚十元和 4 個一元，也就是 164 元
4	6	5	9	⇒6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣
	4			⇒先分 6 張百元鈔票，每人分到 1 張，還剩下 2 張
	2	5		⇒換成 20 枚十元，加上原有的 5 枚，有 25 枚十元
	2	4		⇒再分 25 枚十元，每人分到 6 枚，剩下 1 枚十元
		1	9	⇒換成 10 個一元，加上原有的 9 個，有 19 個一元
		1	6	⇒再分 19 個一元，每人分到 4 個一元
			3	⇒剩下 3 個一元



<p>N-3-6</p>	<p>解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係 (R-3-1)。</p> <p>備註：可使用解題策略協助學生理解與轉化問題 (例如「倍」的語言、空格算式、乘除互逆等)。本條目不須另立單元教學。</p>	<p>n-II-2</p> <p>n-II-3</p>
--------------	---	-----------------------------

<p>基本學習內容</p>
<p>NC-3-6-1 理解乘除互逆，並運用於驗算與解題。</p>

<p>基本學習表現</p>
<p>NCP-3-6-1-1 能在具體情境中理解乘除互逆。</p> <p>NCP-3-6-1-2 能在計算情境中，認識乘除互逆。</p> <p>NCP-3-6-1-3 能在乘除問題情境中，運用乘除互逆解決乘數、被乘數、除數、被除數未知的問題，並運用於驗算。</p>

◎ **基本學習內容 NC-3-6-1 為 RC-2-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解加減互逆，並運用於驗算與解題。**

本基本學習內容幫助學生在具體情境中理解乘除互逆，並運用於解題和驗算。

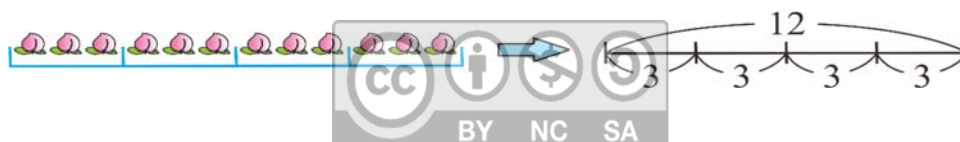
- 本基本學習內容限制三年級只處理餘數是 0 情境的乘除互逆，四年級才處理餘數不是 0 情境的乘除互逆。

餘數是 0 的乘除互逆問題：24 個桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 個桃子？

餘數不是 0 的乘除互逆問題：26 個桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 個，還剩下 2 個？

- 教師可以布置「桌上有 4 堆桃子，一堆桃子有 3 個，全部有 12 個桃子」的情境，幫助學生理解該情境同時可以解讀成「1 堆桃子有 3 個，4 堆桃子有 12 個，可以記成 $3 \times 4 = 12$ 」，「12 個桃子平分成 4 堆，一堆有 3 個桃子，可以記成 $12 \div 4 = 3$ 」，「12 個桃子，每 3 個桃子分一堆，能分成 4 堆，可以記成 $12 \div 3 = 4$ 」，幫助學生認識乘除互逆。

教師也可以將上述情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 = 12$ 」、「 $12 \div 4 = 3$ 」及「 $12 \div 3 = 4$ 」。



- 下面以「1 堆桃子有 3 個，幾堆桃子合起來有 24 個？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。

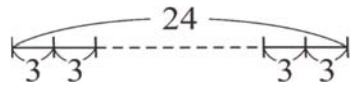
下面提供兩種幫助學生利用加減互逆關係解題的方法：

第一種：透過文字題的情境

「1 堆桃子有 3 個，幾堆桃子合起來有 24 個」和「24 個桃子，每 3 個桃子分成一堆，可以分成幾堆」的意思相同，因此學生可以透過 24 個桃子，3 個桃子分成一堆，可以分成幾堆的想法，利用 $24 \div 3 = 8$ ，算出有 8 堆桃子。

第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $3 \times \square = 24$ 和 $24 \div 3 = \square$ 的意思相同，可以利用 $24 \div 3 = 8$ 算出有 8 堆桃子。



- 教師也可以引入算式填充題樣式的計算題，幫助學生利用乘除互逆的想法來解題，並進行驗算。

例如布置 $3 \times (\quad) = 12$ ，學生可以透過乘除互逆的想法，利用 $12 \div 3 = 4$ 算出 (\quad) 內要填入 4 的答案，再利用乘法 $3 \times 4 = 12$ 來驗算。

- 本基本學習內容將「驗算」看成專有名詞。

當學生利用除法 $12 \div 3 = 4$ 算出 $3 \times (\quad) = 12$ 、 $(\quad) \times 3 = 12$ 或 $12 \div (\quad) = 3$ 問題的答案，以及利用乘法 $3 \times 4 = 12$ 算出 $(\quad) \div 3 = 4$ 問題的答案後，驗算指的是將算出的答案代入原問題中，檢查算出的答案是否正確。

- 「乘除互逆」的名詞不宜出現在教學與評量中。



N-3-7	<p>解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。</p> <p>備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。</p>	n-II-5
-------	--	--------

基本學習內容

- NC-3-7-1 先除後加(減)兩步驟問題(不含併式)。
 NC-3-7-2 先加(減)後除兩步驟問題(不含併式)。
 NC-3-7-3 連乘兩步驟問題(不含併式)。

基本學習表現

- NCP-3-7-1-1 能在具體情境中，解決先除後加兩步驟問題，並用除法及加法算式記錄解題過程。
- NCP-3-7-1-2 能在具體情境中，解決先除後減兩步驟問題，並用除法及減法算式記錄解題過程。
- NCP-3-7-2-1 能在具體情境中，解決先加後除兩步驟問題，並用加法及除法算式記錄解題活動。
- NCP-3-7-2-2 能在具體情境中，解決先減後除兩步驟問題，並用減法及除法算式記錄解題過程。
- NCP-3-7-3-1 能在具體情境中，解決連乘兩步驟問題，並用兩個乘法算式記錄解題活動。

- ◎ **基本學習內容 NC-3-7-1、NC-3-7-2 均為 NC-2-8-1、NC-2-8-2 及 NC-2-8-3 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加，減兩步驟問題；也應該已經能解決先乘後加(減)與先加(減)後乘兩步驟問題。**
- 基本學習內容 NC-3-7-1 延伸兩步驟問題情境至先除後加及先除後減問題。**
- 基本學習內容 NC-3-7-2 延伸兩步驟問題情境至先加後除及先減後除問題。**
- 單步驟問題是包含一個運算的文字題，兩步驟問題是包含兩個運算的文字題，三步驟問題是包含三個運算的文字題。
- 二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；五年級引入三步驟問題。
- 二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的多步驟問題。



- 學生在二年級已學過加減兩步驟問題，先乘後加(減)兩步驟問題，以及先加(減)後乘(減)兩步驟問題。

- 先除後加(減)的問題，一定是兩步驟的問題；先加(減)後除的問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。

建議教師先引入先除後加(減)的兩步驟問題，再引入先加(減)後除的兩步驟問題。

- 以先加後除的兩步驟問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人的錢合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15+25=40$ ， $40\div 5=8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動；也可以用三個算式「 $15\div 5=3$ ， $25\div 5=5$ ， $3+5=8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動。

剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式紀錄及列式鋪路。

- 以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15+25=40$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40\div 5=8$ 」記錄解題活動。

步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15+25=40$ ， $40\div 5=8$ 」把做法記下來。

- 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

(1)用兩個算式記錄解題活動

$$15+25=40, 40\div 5=8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(2)將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將「}15+25=40, 40\div 5=8\text{」改記成「}(15+25)\div 5=8\text{」}$$

(3)用併式記錄解題活動

$$(15+25)\div 5=8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(4)用算式填充題來列式

$$(15+25)\div 5=(\quad)$$



(5)先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(15+25)\div 5=(\quad)$$

$$(15+25)\div 5$$

$$=40\div 5$$

$$=8, \text{答：可以買 8 枝}$$

三年級處理的是第(1)部份，其它部份是四年級的教學重點。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-7-3 為 NC-3-7-1、NC-3-7-2 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決先除後加(減)與先加(減)後除兩步驟問題。本基本學習內容延伸兩步驟問題情境至連乘問題。
- 本基本學習內容教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題。例如：面對「 $37\times 25\times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。四年級引入乘法結合律之後，才開始討論簡化計算的問題。
 - 教師不宜命「丙=20，甲是乙的3倍，乙是丙的4倍，請問甲是丙的多少倍？」的問題，「甲是乙的3倍」是基準量與比較量關係的描述。教師應命「丙=20，乙的3倍和甲一樣大，丙的4倍和乙一樣大，請問丙的多少倍和甲一樣大？」的問題，學生較容易將「乙的3倍和甲一樣大」記成「 $乙\times 3=甲$ 」。



N-3-8	<p>解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。</p>	n-II-4
-------	---	--------

基本學習內容

NC-3-8-1 簡單的四位數加減估算。

NC-3-8-2 簡單的乘除估算。

基本學習表現

NCP-3-8-1-1 能做簡單的四位數加減估算。

NCP-3-8-1-2 能用估算結果檢驗四位數加減答案的合理性。

NCP-3-8-2-1 能做被乘數為三位數、乘數為一位數的乘法估算。

NCP-3-8-2-2 能做被除數為三位數、除數為一位數的除法估算。

NCP-3-8-2-3 能用估算結果檢驗乘除法答案的合理性。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-8-1 為 NC-2-4-1 及 NC-3-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經熟練二、三位數加減估算；也應該已經熟練四位數加減直式計算。本基本學習內容幫助學生學習四位數加減估算。
- 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。
估算是計算的問題，例如「 $402+299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300， $400+300=700$ ，所以「 $402+299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。
概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $402+299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402+299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。
- 本基本學習內容為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。例如：「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。
- 「簡單的四位數」指的是靠近整千的數，百位數字限於 8、9、0、1。
例如 1875、3992、5087、7126 等。



- 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $3998+2198$ 的答案大約是多少？」，因為 6000 和 6100 都是合理的答案。
教師只宣布下列的問題：
例： $3998+2198=()$ ，答案最接近 5000、6000、7000 中的哪一個數字？
 $7121-2997=()$ ，答案最接近 3000、4000、5000 中的哪一個數字？
 - 當學生計算發生錯誤時，例如得到「 $7121-2997=5774$ 」的結果，教師可以透過問話「 $7121-2997$ 很接近 $7000-3000$ ， $7000-3000=4000$ ， $7121-2997=5774$ 是否合理？」，幫助學生檢驗答案的合理性。
- ◎ 基本學習內容 NC-3-8-2 為 NC-3-8-1、NC-3-3-2 及 NC-3-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經能夠做簡單的四位數加減估算；也應該已經熟練三位數乘以一位數，以及三位數除以一一位數的直式計算。
本基本學習內容幫助學生學習簡單的乘除估算。
- 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $398\div 8$ 的答案大約是多少？」，因為 50 和 49 都是合理的答案。
教師只宣布下列的問題：
例如 $398\div 8=()$ ，答案最接近 60、50、40 中的哪一個數字？
 - 乘法估算，被估算的數字僅限被乘數；除法估算，被估算之數字僅限被除數，商以整百或整十為宜。
例如「 $298\times 2=()$ ，答案最接近 400、500、600、700 中的哪一個數字？」
「 $899\div 3=()$ ，答案最接近 100、200、300、400 中的哪一個數字？」
 - 當學生計算發生錯誤時，例如得到「 $599\times 2=1398$ 」的結果，教師可以透過問話「 599×2 很接近 600×2 ， $600\times 2=1200$ ， $599\times 2=1398$ 是否合理？」，幫助學生檢驗答案的合理性。



N-3-9	<p>簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學（N-4-5）。應區分真分數與假分數之教學（例如分開於上、下學期）。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數（如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況）。</p>	n-II-6
-------	---	--------

基本學習內容

NC-3-9-1 分數的命名及說、讀、聽、寫、做。

NC-3-9-2 同分母分數的比較與加減。

基本學習表現

NCP-3-9-1-1 能進行真分數的命名。

NCP-3-9-1-2 能唱出真分數的數詞序列(分母不大於 12)。

NCP-3-9-1-3 能進行真分數的說、讀、聽、寫。

NCP-3-9-1-4 能用代表真分數的具體物或圖象表示真分數的數字或數詞。

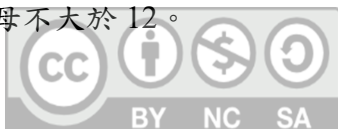
NCP-3-9-2-1 能比較兩個同分母分數的大小。

NCP-3-9-2-2 能解決同分母分數的加減問題(和數及被減數不大於 1)。

NCP-3-9-2-3 能認識 1 的等值分數。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-9-1 為 NC-2-10-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解單位分數的意義。
本基本學習內容幫助學生在具體情境中理解真分數的意義。

- 本基本學習內容限制分母不大於 12。



- 分數問題中被分割的對象必須密度均勻，例如一張色紙、一條繩子、一杯水等的密度都均勻。教師不宜分割蘋果或披薩等密度不均勻的物件，例如蘋果的某部份比較鮮紅，或披薩上面有蝦仁等，避免學生將注意力轉移至誰分到比較鮮紅的蘋果，或誰分到比較多的蝦仁。

- 以「將1塊蛋糕平分切成4份，其中的1份是多少塊蛋糕？」為例，有兩種命名1份蛋糕的方法：

第一種：透過1份蛋糕和4份蛋糕的關係來命名，將4份蛋糕看成全體，

1份蛋糕是4份裡面的1份，稱1份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第二種：透過1份蛋糕和1塊蛋糕的關係來命名，1份蛋糕是從1塊蛋糕分出

來的，而且是平分成4份中的1份，稱1份為 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕。

第一種命名的方法是比率的關係，將4份看成基準量1，其中的1份是 $\frac{1}{4}$ ，不是 $\frac{1}{4}$ 塊。五年級才引入比率問題，教師應透過第二種方法來命名。

- 分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部份：

連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。

離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果(6個)、一袋水餃(10個)等。

連續量情境真分數命名活動：將1條繩子平分剪成5段，其中的2段是 $\frac{2}{5}$ 條。

離散量情境真分數命名活動：一袋糖果有10顆，將1袋糖果平分成10份，其中的3份是 $\frac{3}{10}$ 袋。

在上面的情境中，連續量情境中只有「條」和「段」2個單位，而離散量情境中有「顆」、「份」和「袋」3個單位，建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。

- 分數的做數，也包含連續量和離散量兩部份：

連續量情境：給定一條繩子或一塊披薩，要求畫出 $\frac{3}{4}$ 條繩子或 $\frac{3}{4}$ 塊披薩。

離散量情境：一盒蘋果有4顆，要求拿出 $\frac{3}{4}$ 盒蘋果。



- 以一盒蘋果有 8 顆為例：

將 1 盒蘋果平分成 8 份，其中的 1 份是 1 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{8}$ 盒。

1 份是 1 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{8}$ 盒的內容物 1 顆為單一個物。

將 1 盒蘋果平分成 4 份，其中的 1 份是 2 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$ 盒。

1 份是 2 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{4}$ 盒的內容物 2 顆為多個個物。

- 三年級學生可能無法掌握三個單位計數的意義，單位分數內容物為單一個物時，1 份剛好是 1 顆，學生混淆 1 顆和 1 份兩個單位也能成功的解題。但單位分數內容物為多個個物時，學生常誤認為 1 份為 1 顆。

本基本學習內容首次引離散量情境分數問題，故僅處理單位分數內容物單一個物的問題。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-9-2 為 NC-2-10-1 及 NC-3-9-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解單位分數的意義；也應該已經能進行分數的命名及說、讀、聽、寫、做。

本基本學習內容幫助學生比較兩個同分母分數的大小以及解決同分母分數的加減問題。

- 數學上稱分子為 1 的分數為單位分數。

以「將 1 條繩子平分剪成 7 段，其中的 1 段是 $\frac{1}{7}$ 條，其中的 5 段是 $\frac{5}{7}$ 條」為例，

當學生理解「 $\frac{1}{7}$ 條」和「1 段」或「蘋果、花片」相同，都是可以被點數的單位，也理解「 $\frac{5}{7}$ 條是 5 個 $\frac{1}{7}$ 條」，就能類比「2 段和 3 段合起來是

5 段」，透過「 $\frac{2}{7}$ 條是 2 個 $\frac{1}{7}$ 條， $\frac{3}{7}$ 條是 3 個 $\frac{1}{7}$ 條」，解決「 $\frac{2}{7}$ 條和 $\frac{3}{7}$ 條

合起來是 $\frac{5}{7}$ 條」。

合起來是 $\frac{5}{7}$ 條」。

- 在同分母分數情境中，透過單位分數的概念，可以和整數的計算完全連結起來，

例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「2+3」，

也就是 2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$ 。



- 以分數加法問題「 $\frac{2}{7}$ 張色紙和 $\frac{3}{7}$ 張色紙合起來是多少張色紙？」為例，學生解題成功後，可能將解題過程記成「 $2+3=5$ ，答： $\frac{5}{7}$ 張」，上述記法中的算式以 $\frac{1}{7}$ 張為單位，而答案以1張為單位。
教師應要求學生用一個算式把問題和答案都記下來，幫助學生將解題過程記成「 $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$ ，答： $\frac{5}{7}$ 張」，上述記法中的算式和答案都以1張為單位。
- 本基本學習內容引入1的等值分數，例如將1塊披薩平分成4份，拿出其中的4份，稱為 $\frac{4}{4}$ 塊披薩， $\frac{4}{4}$ 塊披薩和1塊披薩一樣大。
1的等值分數是假分數和帶分數互換、整數減分數，以及分數退位減法等問題的先備知識。



N-3-10	<p>一位小數：認識小數與小數點。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「十分位」。位值單位換算。比較、加減（含直式計算）與解題。</p> <p>備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。小數應用情境應以連續量為主。</p>	n-II-7
--------	--	--------

基本學習內容

NC-3-10-1 認識一位小數，並作比較與加減計算。

基本學習表現

- NCP-3-10-1 能進行一位純小數的命名。
- NCP-3-10-2 能進行一位純小數的說、讀、聽、寫、做。
- NCP-3-10-3 能進行一位帶小數的命名。
- NCP-3-10-4 能進行一位帶小數的說、讀、聽、寫、做。
- NCP-3-10-5 能認識小數點。
- NCP-3-10-6 能認識「十分位」的位名。
- NCP-3-10-7 能進行 1 和 0.1 兩個單位的化聚。
- NCP-3-10-8 一位小數的大小比較。
- NCP-3-10-9 一位小數的加減計算。

◎ 基本學習內容 NC-3-10-1 為 NC-3-9-1 之後續學習概念，故學生應該已經能夠進行分數的命名及說、讀、聽、寫、做。

本基本學習內容首次引入小數的教材，幫助學生認識一位小數，並作大小比較與加減計算。

- 小數適用的範圍和分數相同，但是人們很早就發展出分數，後期才發展出小數，主要的原因是人們很晚才發展出印度－阿拉伯十進位位值制的記數系統，為了將該系統推廣到分數的情境，人們才發展出小數。因此，小數可以視為十進位的分數。
- 小數的情境比較接近分數，面對的都是不滿一個單位量的情境。但是小數的概念和小數的四則運算比較接近整數，因為小數是整數十進位系統的延伸。
- 一位小數包含一位純小數和一位帶小數，兩者都要討論。
一位純小數：0.1、0.8 等。
一位帶小數：2.8、32.5、1456.3 等。



- 印度—阿拉伯記數系統是十進位制的系統，整數左邊位置的值都是相鄰右邊數字的 10 倍，右邊位置的值都是相鄰左邊數字的 $\frac{1}{10}$ 倍。小數是整數十進位系統的延伸，因此當我們引入小數時，小數的位值也要滿足右邊位置所代表的值，都是相鄰左邊位置所代表的值的 $\frac{1}{10}$ 倍。因此在引入一位小數時，一位小數(十分位)的值必須是一個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，所以規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。十分位位名的由來是「 $\frac{1}{10} = 0.1$ 」的關係。
- 以一位小數 3.8 為例，進行位值單位的換算，指的是能將「38 個 0.1」聚成「3 個一、8 個 0.1」，以及將「3 個一、8 個 0.1」化成「38 個 0.1」的雙向化聚活動。
- 透過下列兩組數字，說明小數點的功能。

第一組數字：7.7，7.77，777.777

第二組數字：77.7，777.77，7777.777

就數字本身視覺的觀點，7.7 小數點的左邊及右邊各有一個 7，77.77 小數點的左邊及右邊各有二個 7，777.777 小數點的左邊及右邊各有三個 7，因此以小數點為對稱中心時，第一組小數是左右對稱的。

但是就位值的觀點，第二組小數才是左右對稱的。當我們以個位的 7 為對稱中心，並忽略小數點時，左右兩邊的位值是對稱的，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，十位的左邊是百位，十分位的右邊是百分位，百位的左邊是千位，百分位的右邊是千分位，十位及十分位，百位及百分位，千位及千分位分別對稱於個位。如下所示：

千位	百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
1000	100	⑩	①	0.1	0.01	0.001
		7	7.	7		
	7	7	7.	7	7	
7	7	7	7.	7	7	7

因為數字的單位是 1，而記幾個 1 的位置是個位，因此個位才是數字的對稱中心。個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，不會有個分位的位名，而小數點的功能是告訴我們個位在哪裡。

- 有兩種引入 0.9 的下一個數詞及數字的方法，第一種方法引入時，0.9 的下一個數字是 1，第二種方法引入時，0.9 的下一個數字是 1.0。

第一種：將橘色積木當成單位「1」，把 1 條橘色積木平分成 10 份，其中的 1 份和白色積木一樣長，所以 1 個白色積木可以說成 $\frac{1}{10}$ 條橘色積木， $\frac{1}{10}$ 條可以記成 0.1 條。1 個白色積木是 0.1 條橘色積木，2 個白色積木是 0.2 條橘色積木，……，9 個白色積木是 0.9 條橘色積木。10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，1 條橘色積木是「1」，所以 0.9 的下一個數詞是一，數字記成 1。

第二種：先透過 $0.1 = \frac{1}{10}$ ，命名 0.1、0.2、…、0.9。

類比整數位值概念來命名 10 個 0.1，引入整數位值概念時，約定定位板上一個位置只能填入一個數字符號，如下圖中整數的定位板。10 個「1」可以記成 1 個「10」和 0 個「1」，類比這個約定，小數的定位板中 10 個「0.1」可以記成 1 個「1」和 0 個「0.1」，我們常將 1 個「1」和 0 個「0.1」記成「1.0」，所以 0.9 的下一個數字是 1.0。因為 1.0 和 1 一樣大(1.0 和 1 等值，就如同 1 和 $\frac{10}{10}$ 等值)，也可以將 1.0 記成 1。

【整數的定位板】

百位	十位	個位
100	⑩	①
		10
	1	0

【小數的定位板】

十位	個位	十分位
⑩	①	0.1
		10
	1	0

建議教師採用第一種方法引入一位小數數詞及數字，但也要透過第二種方法，延伸整數位值的意義至小數。

- 在測量的情境中常出現小數，教師應幫助學生認識 1 毫米和 0.1 公分一樣長，一瓶養樂多的容量 100 毫升和 0.1 公升一樣多等，利用直尺測量長度時能用小數(例如 17.4 公分)描述物長，利用秤測量重量時能用小數(例如 13.6 公斤)描述重量等。且小數加、減及整數倍乘法教學時也儘量與測量情境結合。



- 以「 $38+25$ 」和「 $3.8+2.5$ 」為例，教師幫助學生察覺整數加法及小數加法的運算步驟相同，就可以類比整數加法運算來進行小數的加法運算。

如下圖，先確定學生已掌握整數加法直式算則解題的意義，再幫助學生察覺小數加法的步驟一及步驟二和對應整數加法步驟的解題方法相同，將 3.8 個分解為 3 個「1」和 8 個「0.1」，將 2.5 分解為 2 個「1」和 5 個「0.1」；

小數加法的步驟三及步驟五和對應整數加法步驟的解題方法相同，計算 8 個「0.1」和 5 個「0.1」合起來是 13 個「0.1」，也就是 1 個「1」和 3 個「0.1」；

小數加法的步驟四及步驟六和對應整數加法步驟的解法相同，計算 3 個「1」和 2 個「1」合起來是 5 個「1」，5 個「1」和前面的 1 個「1」合起來是 6 個「1」。最後算出全部合起來是 6 個「1」和 3 個「0.1」，也就是 6.3 的答案。

【整數加法解題步驟】

十位		個位	
⑩	①		
	3	8	步驟一⇒38 可以分解為 3 個「10」和 8 個「1」
+	2	5	步驟二⇒25 可以分解為 2 個「10」和 5 個「1」
		13	步驟三⇒8 個「1」和 5 個「1」合起來是 13 個「1」
+	5		步驟四⇒3 個「10」和 2 個「10」合起來是 5 個「10」
	1	3	步驟五⇒13 個「1」可以聚成 1 個「10」和 3 個「1」
+	5		
	6	3	步驟六⇒全部合起來是 6 個「10」3 個「1」，也就是 63

【小數加法解題步驟】

個位		十分位	
①	①	0.1	
	3.	8	步驟一⇒3.8 可以分解為 3 個「1」和 8 個「0.1」
+	2.	5	步驟二⇒2.5 可以分解為 2 個「1」和 5 個「0.1」
		13	步驟三⇒8 個「0.1」和 5 個「0.1」合起來是 13 個「0.1」
+	5		步驟四⇒3 個「1」和 2 個「1」合起來是 5 個「1」
	1	3	步驟五⇒13 個「0.1」可以聚成 1 個「1」和 3 個「0.1」
+	5		
	6.	3	步驟六⇒全部合起來是 6 個「1」3 個「0.1」，也就是 6.3。



N-3-11	<p>整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。</p> <p>備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。</p>	n-II-8
--------	--	--------

基本學習內容

NC-3-11-1 認識整數數線，並在數線上比較兩數大小。

基本學習表現

NCP-3-11-1-1 能認識整數數線。

NCP-3-11-1-2 能在數線上比較兩個整數的大小及做加減的操作。

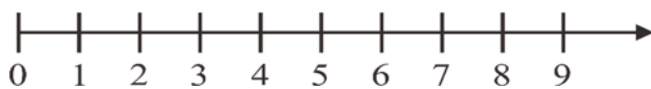
- ◎ 基本學習內容 NC-3-11-1 為 SC-2-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經能用直尺測量給定線段的長度及兩點的距離。

本基本學習內容開始引入整數數線，並在數線上做大小比較與加、減的操作。

- 本基本學習內容由長度測量的經驗來認識數線，不要求學生自己繪製數線，教師教學或評量時應先提供已繪製的數線。

國小階段尚未引入負數，因此國小階段的整數數線，僅限於正數範圍，

如下所示：



- 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

(1) 在數線上的位置(或坐標)是 5。

(2) 和原點 0 的距離是 5。

- 教師也可以將數線上奇數刻度擦掉，只留下刻度 0、2、4、6、8 等，為後面引入省略部份刻度的數線鋪路。

本基本學習內容限制只討論留下刻度是 0、2、4、6、8 等的數線，不討論留下刻度是 5、10、15 等或其它數字的數線。

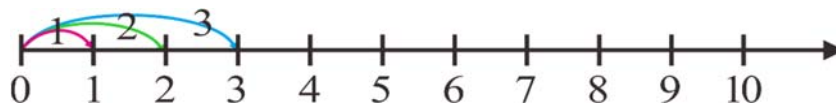


- 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是1(單位)。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示0，在和0距離1的刻度上標示1，在和0距離2的刻度上標示2，在和0距離3的刻度上標示3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是1(單位)，刻度5和0的距離是5(單位)



- 數線是國中學習直角坐標的先備知識，也是統整所有數系及幾何的重要基礎，應讓學生經常練習數線的使用。

N-3-12	<p>長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。</p>	n-II-9
--------	--	--------

基本學習內容
NC-3-12-1 認識長度單位「毫米」，並能做相關的實測、估測與計算；公尺、公分、毫米單位間的化聚。
NC-3-12-2 公尺、公分，公分、毫米複名數的加減計算。

基本學習表現
NCP-3-12-1-1 能認識長度單位「毫米」，並能以毫米為單位作相關的實測與估測。
NCP-3-12-1-2 能以毫米為單位作加、減及整數倍乘法計算。
NCP-3-12-1-3 能認識「1 公分=10 毫米」、「1 公尺=100 公分」。
NCP-3-12-1-4 能作公尺、公分的整數倍化聚。
NCP-3-12-1-5 能作公分、毫米的整數倍化聚。
NCP-3-12-1-6 能作公分與毫米單位間的大小比較。
NCP-3-12-2-1 能作公分與毫米複名數的加減計算(可以進退位)。
NCP-3-12-2-2 能作公分與公尺複名數的加減計算(不可以進退位)。
NCP-3-12-2-3 能選擇恰當的單位描述物體的長度。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-12-1 為 NC-2-11-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並做相關的實測、估測與計算；也應該已經能夠進行公尺、公分單位間的整數倍化聚。
- 本基本學習內容引入新的長度單位「毫米」，做相關的實測、估測與計算，並進行公尺、公分、毫米單位間的化聚。
- 二年級時已認識「1 公尺=100 公分」的關係，本基本學習內容幫助學生認識「1 公分=10 毫米」的關係。
 - 「公尺、公分」間是 100 倍的化聚關係，「公尺、毫米」間是 1000 倍的化聚關係，因為學生除法計算經驗不夠，因此只進行大單位化為小單位問題，例如「5 公尺=()公分」、「3 公尺=()毫米」，小單位聚成大單位問題只處理相鄰單位間的化聚，例如「500 公分=()公尺」，不進行跨單位間的化聚，例如「3000 毫米=()公尺」。



- 本基本學習內容限制公尺化成公分時，公尺數限個位數。
以「3 公尺=()公分」為例，說明如何幫助學生將大單位化成小單位。
3 公尺是 3 個 1 公尺，也就是 3 個 100 公分，可以利用 $100+100+100=300$ 或 $100\times 3=300$ 算出 3 公尺=300 公分，建議教師要求利用加法解題的學生，將加法算式改記成乘法算式，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。
 - 本基本學習內容限制公分聚成公尺時，公尺數限個位數。
以「300 公分=()公尺」為例，說明如何幫助學生將小單位聚成大單位。
類比「3 公尺=()公分」的解題方法，300 公分是 300 個 1 公分，也就是 300 個 0.01 公尺，可以利用 $0.01\times 300=3$ ，算出 300 公分=3 公尺。
但是三年級尚未引入二位小數，因此只能改用拿 100 公分換 1 公尺的方法來解題，利用 $300-100=200$ ， $200-100=100$ ， $100-100=0$ ，算出 300 公分=3 公尺，建議教師要求學生將減法算式改記成除法算式 $300\div 100=3$ ，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。
 - 引入一位小數後，可以處理毫米聚成公分的小數倍化聚問題，且毫米的引入應連結小數的教學活動，例如知道 0.1 公分是 1 毫米，0.3 公分是 3 毫米，也知道 2.1 公分就是 2 公分 1 毫米。
- ◎ 基本學習內容 NC-3-12-2 首次引入複名數的加減計算，幫助學生作公尺、公分及公分、毫米複名數的加減計算。
- 教師應幫助學生進行複名數的命名活動。
當學生認識公尺及公分單位後，例如認識 3 公尺和 50 公分的意義後，就可以透過下列的問話「我們已經認識 3 公尺，也認識 50 公分，我們如何稱呼 3 公尺和 50 公分合起來的長度？名稱中要看到 3 公尺和 50 公分，還要看到 3 公尺和 50 公分合起來」，幫助學生將 3 公尺和 50 公分合起來的長度稱為 3 公尺 50 公分。
再透過下列的問話「3 公尺和 50 公分中，是否看到 3 公尺和 50 公分，是否看到 3 公尺和 50 公分合起來」，幫助學生理解 3 公尺 50 公分指的是 3 公尺和 50 公分合起來的長度。
 - 二位數加減二位數的問題，與相鄰二階單位的長度、重量、時間、大數等複名數加減問題，它們的運算方式都相同，滿足同構的關係。
例如二位數加法「 $38+25$ 」和複名數加法「2 公尺 78 公分+3 公尺 56 公分」、「5 公斤 468 公克+3 公斤 875 公克」、「3 小時 48 分鐘+2 小時 45 分鐘」、「53 億 7685 萬+9 億 6402 萬」，它們的運算方式都相同。
「 $38+25$ (見圖一)」運算方式是逢十進一，13 個①聚成 1 個②3 個①。

「2 公尺 78 公分+3 公尺 56 公分(見圖二)」運算方式是逢百進一，
134 公分聚成 1 公尺 34 公分。

「5 公斤 468 公克+3 公斤 875 公克(見圖三)」運算方式是逢千進一，
1343 公克聚成 1 公斤 343 公克。

「3 小時 48 分鐘+2 小時 45 分鐘(見圖四)」運算方式是逢六十進一，
93 分鐘聚成 1 小時 33 分鐘。

「53 億 7685 萬+9 億 6402 萬(見圖五)」運算方式是逢萬進一，
14087 萬聚成 1 億 4087 萬。

教師可以幫助學生發現它們之間運算的關係相同，將長度、重量(容量)、
時間、大數的複名數加減視為和二位數加減二位數相同的解題方式。

	⑩	①	公	公	公	公	小	分	億	萬	
	3	8	尺	分	斤	克	時	鐘	53	7685	
+	2	5	+	3	875	+	2	45	+	9	6402
	6	3	6	34	9	343	6	33	63	4087	

【圖一】

【圖二】

【圖三】

【圖四】

【圖五】

- 下面以「35+58」和「3 公尺 5 公分+5 公尺 98 公分」為例，說明這兩個運算的方式相同，滿足同構的關係，二位數的加法是逢十進一（10 個①聚成 1 個⑩），長度的加法是逢百進一（100 個 1 公分聚成 1 個 1 公尺）。

	十	個	
	⑩	①	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒5 個①加 8 個①是 13 個①
	8		⇒3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩
	1	3	⇒13 個①是 1 個⑩是 3 個①
	8		
	9	3	⇒合起來是 9 個⑩和 3

	公	公	
	尺	分	
	3	5	
+	5	98	
		103	⇒5 公分加 98 公分是 103 公分
	8		⇒3 公尺加 5 公尺是 8 公尺
	1	3	⇒103 公分是 1 公尺 3 公分
	8		
	9	3	⇒合起來是 9 公尺 3 公分



- 日常生活中我們不會將複名數 3 公尺 5 公分稱為 3 公尺 05 公分，但是將複名數 3 公尺 5 公分改記成單名數時，會稱 3 公尺 5 公分為 305 公分。

以複名數加法「3 公尺 5 公分 + 5 公尺 98 公分 = () 公尺 () 公分」為例，下圖中的直式算式一，將 3 公尺和 5 公尺看成一個單位，5 公分和 98 公分看成一個單位，教學重點是複名數的加法。

下圖中的直式算式二，將 3 公尺 5 公分改記成 3 公尺 05 公分，目的是將「3 公尺 5 公分 + 5 公尺 98 公分」的複名數加法問題，轉換成直式算式三「305 公分 + 598 公分」的單名數加法問題。

	公	公
	尺	分
	m	cm
	3	5
+	5	98
<hr/>		

直式算式一

	公	公
	尺	分
	m	cm
	3	05
+	5	98
<hr/>		

直式算式二

	公	公
	尺	分
	m	cm
		305
+		598
<hr/>		

直式算式三

- 因為「公分、毫米」間是 10 倍的關係，引入「公分、毫米」複名數的加減計算時可以布有進退位的問題；而「公尺、公分」間是 100 倍的關係，引入「公尺、公分」複名數的加減計算時不可以布有進退位的問題。

N-3-13	<p>角與角度（同 S-3-1）：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。</p> <p>備註：用直尺或三角板的直角來認識與複製直角。教學應處理角大小與邊長長短或面積大小混淆之常見錯誤。</p>	n-II-9
--------	--	--------

基本學習內容

NC-3-13-1 認識角，並進行角的直接及間接比較。

基本學習表現

NCP-3-13-1 能認識角。

NCP-3-13-2 能認識直角。

NCP-3-13-3 能進行角的直接比較。

NCP-3-13-4 能進行角的間接比較。

◎ **基本學習內容 NC-3-13-1 為 SC-2-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識周遭物體上的角。**

本基本學習內容首次引入角度的教材，學生可以透過直接比較及間接比較，來判斷兩個角張開程度的大小。

■ **本基本學習內容透過直尺、三角板、正方形或長方形幫助學生認識直角，並能判斷給定的角和直角的大小關係。**

三年級還沒有引入角度的常用單位「度」，不能說直角的角是 90 度。

■ **三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。**

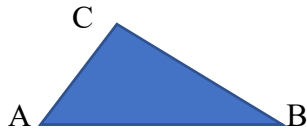
張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度(不含平角)。

■ **三年級只引入張開角，討論的重點是張開角的大小，三年級不討論旋轉角，旋轉角屬於四年級的教材。**

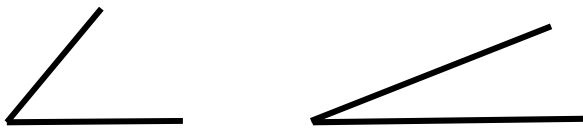
三年級也沒有引入長度的常用單位「度」，教師不宜出現直角是 90 度的說法，直角是 90 度屬於四年級的教材。



- 三年級角的直接和間接比較，比較的對象是「張開角」而不是「圖形角」。因此，教師評量時不能比較圖形角的大小，例如不能評量「下圖三角形中，角A和角B，哪個角比較大？」的問題。四年級引入角度的常用單位「度」之後，才能評量圖形角的大小。



- 學生常透過邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等特徵，來比較兩個角張開程度的大小，例如學生常誤認下圖右邊那個角的角度比較大，可能的理由是學生只看到張開角張開後的結果，並沒有看到張開的過程，無法理解張開程度的意義，建議教師透過實作，讓學生經驗張開角張開程度的意義。



- 部份教師習慣透過一把扇子的開與合來跟學生溝通張開角張開程度的意義，認為這種教法很有效率，因為教完之後，學生很快就能解決張開角角度大小的比較問題。當學生說甲角比乙角大，可能是透過甲角的面積比乙角大，或甲角的弧比乙角的弧長的現象，陰錯陽差的認為甲角張開的程度比乙角大。
- 建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。

N-3-14	<p>面積：「平方公分」。實測、量感、估測與計算。</p> <p>備註：應用平方公分板（百格圖），協助點數簡單圖形如正方形、長方形、三角形之面積，但不發展一般公式。</p>	n-II-9
--------	--	--------

基本學習內容

NC-3-14-1 認識面積單位「平方公分」，並進行實測、估測及計算。

基本學習表現

NCP-3-14-1-1 能認識面積單位「平方公分」。

NCP-3-14-1-2 能以平方公分為單位作相關的實測與估測。

NCP-3-14-1-3 能用平方公分板實測簡單圖形的面積

NCP-3-14-1-4 能以平方公分為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

NCP-3-14-1-5 能用乘法算出平方公分板上正方形、長方形的面積。

NCP-3-14-1-6 能在方格紙上畫出給定面積的正方形、長方形。

NCP-3-14-1-7 能透過將 1 平方公分平分成 2 份的活動認識 $\frac{1}{2}$ 平方公分，並能以 $\frac{1}{2}$ 平方公分為單位作相關的實測。

NCP-3-14-1-8 能知道沿著對角線，能將長方形剪成兩個全等的直角三角形，也知道兩個全等的直角三角形可以拼成一個長方形，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半。

◎ 基本學習內容 NC-3-14-1 為 NC-2-12-3 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積，並能進行面積的直接、間接與個別單位比較。

本基本學習內容開始引入面積的常用單位「平方公分」，並做相關的實測、估測及計算。

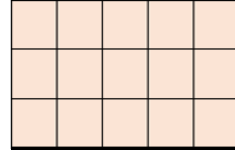
- 教師應多提供學生以「1 平方公分」為單位的實測活動，例如名片和 45 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以名片的面積是 45 平方公分，幫助學生建立「1 平方公分」面積的量感。
- 當學生理解「1 平方公分」和「蘋果、花片等」相同，都是可以被計數的單位時，就能幫助學生進行平方公分面積單位的加、減和整數倍計算。
例如甲紙和 10 個「1 平方公分」合起來一樣大，乙紙和 8 個「1 平方公分」合起來一樣大，可以利用加法「 $10+8=18$ 」算出兩張紙合起來的面積與 18 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以兩張紙片的面積和是 18 平方公分。也可以利用減法「 $10-8=2$ 」算出甲紙的面積比乙紙大 2 個「1 平方公分」，

所以甲紙和乙紙的面積差是 2 平方公分。



- 以「長 5 公分、寬 3 公分長方形的面積是多少平方公分？」為例，教師布題時應給定圖一的長方形，不能給定圖二的長方形，因為長方形內部是沒有格線的。圖二是學生將 1 平方公分的方瓦排在圖一長方形內部後形成的圖形。



圖一



圖二

- 以求長方形面積為例，教師可以透過平方公分板，先幫助學生點數長方形的面積和幾個 1 平方公分合起來一樣大，也就是幾平方公分；再要求學生透過「一排有幾個 1 平方公分，有幾排」的方式，用乘法計算出長方形的面積是幾個 1 平方公分，也就是幾平方公分。
三年級只能討論給定長方形的面積是幾平方公分，不能引入長方形的面積公式，四年級才引入長方形面積公式。
- 建立「1 平方公分」為單位的面積概念，先定義邊長 1 公分的正方形面積為「1 平方公分」。再透過將 1 平方公分正方形紙的分割、拼湊活動，讓學生經驗 1 平方公分的正方形可經由對摺分割成 2 個全等的長方形或三角形(如圖  或 )，因此 2 個全等的長方形或三角形可拼湊回 1 平方公分的正方形。讓學生理解由 1 平方公分的正方形分割而成的 2 個全等長方形或三角形，每個長方形或三角形的面積都是 $\frac{1}{2}$ 平方公分。
- 學生可能混淆「 $\frac{1}{2}$ 平方公分」和「邊長為 $\frac{1}{2}$ 公分正方形面積」的意義。誤以為 1 平方公分為邊長 1 公分的正方形面積，而 $\frac{1}{2}$ 平方公分為邊長 $\frac{1}{2}$ 公分的正方形面積。
- 二年級只進行面積的直接、間接及個別單位比較。
三年級引入面積單位「平方公分」。
四年級引入面積單位「平方公尺」。
五年級引入面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」。

N-3-15	<p>容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。 單位換算。</p> <p>備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。 可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。</p>	n-II-9
--------	---	--------

基本學習內容

- NC-3-15-1 認識容量單位「公升」、「毫升」，並作相關的實測、估測與計算；公升、毫升單位間的化聚。
- NC-3-15-2 公升、毫升複名數的加、減計算(不進退位)。

基本學習表現

- NCP-3-15-1-1 能認識容量單位「毫升」，能以毫升為單位作相關的實測與估測。
- NCP-3-15-1-2 能認識量杯，並能利用量杯測量液量。
- NCP-3-15-1-3 能以毫升為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- NCP-3-15-1-4 能認識容量單位「公升」，能以公升為單位作相關的實測與估測。
- NCP-3-15-1-5 能以公升為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- NCP-3-15-1-6 認識「1 公升=1000 毫公升」，並進行公升、毫升間的整數倍化聚。
- NCP-3-15-2-1 能以公升、毫公升為單位進行複名數加、減計算(不進退位)。

◎ 基本學習內容 NC-3-15-1 為 NC-2-12-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識容量，並能進行容量的直接、間接與個別單位比較。

本基本學習內容開始引入容量的常用單位「毫升」及「公升」，幫助學生作相關的實測、估測與計算；也幫助學生作公升、毫升單位間的整數倍化聚。

- 建議教師先引入「毫升」單位，待學生能進行毫升單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公升」單位。
- 學生必須先學會描述容器中有多少液量，才能夠描述容器中最多裝了多少液體，因此學生先學習如何描述液量後，才能夠溝通容器的容量是多少。例如將容器中的水倒入量杯中，測量出水有 5 毫升，我們稱容器中水的液量是 5 毫升，將容器中裝滿水再倒入量杯中，測量出水有 8 毫升，我們稱容器的容量是 8 毫升。
- 因為「公升、毫公升」單位間是 1000 倍的關係，建議教師先處理大單位化為小單位的問題，再處理小單位聚成大單位的問題，但兩單位間的化聚限制在整數倍，例如「5 公升=()毫公升」，「3000 毫公升=()公升」。



- 飲料包裝盒上經常使用「500c.c.」描述瓶中有多少飲料，因此很多人都認為「c.c.」是容量的單位；這是不正確的想法，「c.c.」是英文「cubic centimeter (立方公分)」的簡記，而立方公分是體積的單位，因此「c.c.」是體積的單位，ml(毫公升)才是容量的單位。多數人混淆容量和體積的意義，因此誤認為「c.c.」是容量的單位。
- 以長度的單位為例，我國每十倍就會有一個單位的名稱，例如公里、公引、公尺、公尺、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也會有一個單位的名稱，例如 km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米)等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和公厘的倍數關係，就可以掌握國小階段長度、重量、容量相鄰單位間的倍數關係。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-15-2 為 NC-3-12-2 之後續學習概念，故學生應該已經能進行公尺、公分，公分、毫米複名數的加減計算。

本基本學習內容幫助學生作公升及毫升複名數的加、減計算(不進退位)。

- 可進行公升及毫公升複名數的加減計算，但不處理進位及退位問題。

- 二年級只進行容量的直接、間接及個別單位比較。

三年級引入容量單位「公升」及「毫公升(毫升)」。

兩單位間的化聚關係，只處理整數倍的化聚；而複名數的加減計算，只處理不進退位的問題。



- 進行相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等的複名數加減問題，直式算式只是把兩個相鄰的單位並置進行計算(如圖一)，所以「3 公升 54 毫公升」不宜在直式紀錄中補上「0」。如在直式紀錄中補上「0」，改記成「3 公升 054 毫公升」(如圖二)會將「3 公升 54 毫公升+5 公升 283 毫公升」複名數加減問題轉換成「3054 毫公升+5283 毫公升」(如圖三)毫公升單位的計算問題。如下所示：

		毫
	公	公
	升	升
	l	ml
	3	54
+	5	283

圖一

		毫
	公	公
	升	升
	l	ml
	3	054
+	5	283

圖二

		毫
	公	公
	升	升
	1	ml
		3054
+		5283

圖三

當我們在報讀 3 公升 54 毫公升時，並不會讀成「3 公升 054 毫公升」(三公升零五十四毫公升)，所以不宜在直式紀錄中補上「0」。

- 日常生活中我們不會將複名數 3 公升 54 毫公升稱為 3 公升 054 毫公升，但是將複名數 3 公升 54 毫公升改記成單名數時，會稱 3 公升 54 毫公升為 3054 毫公升。

以複名數加法「3 公升 54 毫公升+5 公升 283 毫公升=()公升()毫公升」為例，透過圖一中的直式算式，說明將 3 公升 54 毫公升改記成 3 公升 054 毫公升後，教學的重點不再是複名數的加法，而是單名數的加法。

圖一中的直式算式，將 3 公升和 5 公升看成同一個單位，54 毫公升和 283 毫公升看成一個單位，教學重點是複名數的加法。

圖二中的直式算式，將 3 公升 54 毫公升改記成 3 公升 054 毫公升，目的是將「3 公升 54 毫公升+5 公升 283 毫公升」的複名數加法問題，轉換成「3054 毫公升+5283 毫公升」的單名數加法問題。



N-3-16	<p>重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。 單位換算。</p> <p>備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。 可使用複名數協助加減計算(複名數不做乘除)</p>	n-II-9
--------	--	--------

基本學習內容

NC-3-16-1 重量單位「公斤」、「公克」，並作相關的實測、估測與計算；公斤、公克單位間的化聚。

NC-3-16-2 公斤、公克複名數的加、減計算(不進退位)。

基本學習表現

NCP-3-16-1-1 能認識重量單位「公克」，能以公克為單位作相關的實測與估測。

NCP-3-16-1-2 能認識秤，並能利用秤測量物重。

NCP-3-16-1-3 能以公克為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

NCP-3-16-1-4 能認識重量單位「公斤」，能以公斤為單位作相關的實測與估測。

NCP-3-16-2-1 能以公斤為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

NCP-3-16-2-2 能認識「1 公斤=1000 公克」，並進行公斤、公克間的整數倍化聚。

NCP-3-16-2-1 能以公斤、公克為單位進行複名數加、減計算(不進退位)。

- ◎ **基本學習內容 NC-3-16-1 為 NC-2-12-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識重量，並能進行重量的直接、間接與個別單位比較。**

本基本學習內容開始引入重量的常用單位「公克」及「公斤」，幫助學生作相關的實測、估測與計算；也幫助學生作公斤、公克單位間的整數倍化聚。

- 建議教師先引入「公克」單位，待學生能進行公克單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公斤」單位。
- 長度、面積、角度等可以透過視覺看到單位量的累積，利如透過直尺的刻度，觀察 5 個 1 公分接起來和 5 公分一樣長的關係，也可以透過點數知道 5 個 1 平方公分合起來是 5 平方公分的意義。但重量無法透過視覺看到單位量的累積，例如無法理解為什麼 5 個 1 公克合起來和 5 公克一樣重的意義，教師可以透過天平或秤，建立普遍單位的意義。例如先利用天平，幫助學童發現 5 個 1 公克的砝碼合起來和 1 個 5 公克的砝碼一樣重，所以 5 個 1 公克合起來的重量就是 5 公克；或利用秤，幫助學童發現 5 公克的砝碼重 5 公克，5 個 1 公克砝碼的重量也是 5 公克，所以 5 個 1 公克合起來的重量是 5 公克。



- 國小課程中較常使用 1 公斤秤，1 公斤秤面最大刻度上標示 100g、200g、300g、……、1000g 等數字，教師可以利用每次累加 100 公克砝碼的方式，幫助學童報讀最大的刻度；而秤面上次大刻度上標示 50g、150g、250g、……、950g 等數字；教師可以先放置 50 公克的砝碼，幫助學童掌握 50g 刻度的意義，再透過每次累加 100 公克砝碼的方式，幫助學童報讀次大刻度。
當學童掌握這些有數字刻度的意義後，才能透過累加 10 公克及 5 公克的方式，報讀秤面上次小及最小的刻度，例如先透過每次累加 10 公克砝碼，幫助學生報讀 10g、20g、30g、40g、50g、……、90g、100g，或先放置 200 公克的砝碼，再透過每次累加 5 公克砝碼，幫助學童報讀 200g、205g、210g、215g、220g、……、250g、255g。
學童學會報讀秤面的刻度後，就可以開始進行實測的活動，實測的順序是先找出有數字的刻度，再報讀次小及最小的刻度，例如先找出指針指在 350g 和 400g 之間，再透過報讀 350g、360g、370g、380g、385g 的方式，得到物重 385g 的結果。中年級的學童以「50g」為報讀的單位，不必討論「10g」及「5g」的單位，例如將上面的重量報讀成「比 400g 少一點」或「在 350g 和 400g 之間」即可。
 - 因為「公斤、公克」單位間是 1000 倍的關係，建議教師先處理大單位化為小單位的問題，再處理小單位聚成大單位的問題，但兩單位間的化聚限制在整數倍，例如「5 公斤=()公克」，「3000 公克=()公斤」。
- ◎ 基本學習內容 NC-3-16-2 為 NC-3-12-2 之後續學習概念，故學生應該已經能進行公尺、公分，公分、毫米複名數的加減計算。
本基本學習內容幫助學生作公斤及公克複名數的加、減計算(不進退位)。
- 可進行公斤及公克複名數的加減計算，但不處理進位及退位問題。
 - 二年級只進行重量的直接、間接及個別單位比較。
三年級引入重量單位「公斤」及「公克」。
兩單位間的化聚關係，只處理整數倍的化聚；而複名數的加減計算，只處理不進退位的問題。
 - 教師應幫助學生進行複名數的命名活動，認識 3 公斤和 50 公克合起來的重量是 3 公斤 50 公克，3 公斤 50 公克是 3 公斤和 50 公克合起來的重量。



N-3-17	<p>時間：「日」、「時」、「分」、「秒」。實測、量感、估測與計算。時間單位的換算。認識時間加減問題的類型。</p> <p>備註：時間加減問題以認識加減問題類型為原則(較深入者見 N-4-13)，處理時刻或時間量等常見加減問題。本年級加減限(1)同單位時間量;(2)時、分複名數加減(無進、退位)。</p>	n-II-10
--------	---	---------

基本學習內容

NC-3-17-1 認識時間單位「日」、「小時」、「分鐘」、「秒鐘」，及時間單位「日」、「小時」、「分鐘」、「秒鐘」相鄰兩單位的化聚關係。

NC-3-17-2 進行時、分複名數時間量的加減(不進退位)。

基本學習表現

NCP-3-17-1-1 能認識時間單位「日」、「小時」、「分鐘」、「秒鐘」。

NCP-3-17-1-2 能進行時間單位「日」、「小時」、「分鐘」、「秒鐘」中相鄰兩單位的化聚。

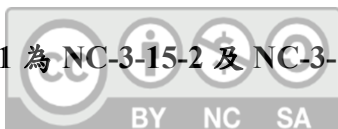
NCP-3-17-2-1 能進行時、分複名數時間量的加減(不進退位)。

NCP-3-17-2-2 能透過點數解決時刻及時間的加減問題。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-17-1 為 NC-2-13-1 及 NC-2-14-1 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀鐘面上的時刻是幾點幾分；也應該已經認識時間單位「年」、「月」、「星期」、「日」。
- 本基本學習內容開始認識較短的時間單位「日」、「小時」、「分鐘」、「秒鐘」及其之間的關係。

- 時刻指的是某一事件發生的時候，概念上是時間數線上的一個點，學生透過事件發生的先後順序學習時刻的概念。
- 時間指的是某一事件經過了多久，概念上是時間數線上的一段距離，學生透過事件發生的長短學習時間的概念。
- 以「1 小時=60 分鐘」為例，教師應先溝通連續兩整點間是經過 1 小時，也是 60 分鐘。例如 8 時至 9 時是經過 1 小時，也是 60 分鐘；15 時至 16 時是經過 1 小時，也是 60 分鐘。再溝通 a 時 b 分至(a+1)時 b 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘。例如 6 時 25 分至 7 時是 25 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘；17 時 13 分至 18 時 13 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘。

- ◎ 基本學習內容 NC-3-17-1 為 NC-3-15-2 及 NC-3-16-2 之後續學習概念，故學



生應該已經能進行公升及毫升複名數的加、減計算(不進退位)；也應該已經能進行公斤及公克複名數的加、減計算(不進退位)。

本基本學習內容幫助學生進行時間單位複名數加減計算(不進退位)。

■ 時間量的加減包含下列兩種類型：

(1) 單名數時間量的加減：包含「日」、「時」、「分」、「秒」，

例如 $3 \text{ 日} + 5 \text{ 日} = 8 \text{ 日}$ ； $12 \text{ 時} - 7 \text{ 時} = 5 \text{ 時}$ 等。

(2) 複名數時間量的加減：只進行時、分複名數時間量的加減。

例如： $8 \text{ 小時} 30 \text{ 分鐘} + 5 \text{ 小時} 25 \text{ 分鐘}$ 等。

三年級進行「時、分」複名數的加減計算時，不宜做進、退位的計算。

■ 時刻及時間的加減問題包含下列三種類型：

(1) 兩時刻間經過多少時間量

例如： $3 \text{ 時} 5 \text{ 分}$ 到 $3 \text{ 時} 8 \text{ 分}$ ，經過了多少分鐘？

(2) 甲時刻經過某時間量後是什麼時刻

例如：現在是 $3 \text{ 時} 5 \text{ 分}$ ，經過 5 分鐘 後是幾時幾分？

(3) 甲時刻在某時間量之前是什麼時刻

例如：現在是 $3 \text{ 時} 5 \text{ 分}$ ， 5 分鐘 前是幾時幾分？

■ 本基本學習內容限制利用點數策略，解決時刻及時間的加減問題。

例如：透過「 5 分 至 6 分 、 6 分 至 7 分 、 7 分 至 8 分 」，得到 $3 \text{ 時} 5 \text{ 分}$ 到 $3 \text{ 時} 8 \text{ 分}$ 經過 3 分鐘 的答案。評量時不宜要求算式紀錄，四年級才引入利用加減算式解決時間加減的問題。

■ 二位數加減二位數的問題，與時間複名數加減問題，它們的運算方式都相同，滿足同構的關係。

以「 $38 + 25$ 」和「 $3 \text{ 小時} 40 \text{ 分鐘} + 2 \text{ 小時} 50 \text{ 分鐘}$ 」為例：

二位數的加法是逢十進一， $8 \text{ 個} \textcircled{1}$ 和 $5 \text{ 個} \textcircled{1}$ 合起來是 $13 \text{ 個} \textcircled{1}$ ，可以聚成 $1 \text{ 個} \textcircled{10}$ 和 $3 \text{ 個} \textcircled{1}$ 。

時間的加法是逢六十進一， 40 分鐘 和 50 分鐘 合起來是 90 分鐘 ，可以聚成 $1 \text{ 小時} 30 \text{ 分鐘}$ 。

教師可以幫助學生發現它們之間的運算是相同的關係，將二位數加減問題和時間的複名數加減問題視為相同解法的問題。

■ 問題 1： $3 \text{ 時} 5 \text{ 分}$ 至 $3 \text{ 時} 8 \text{ 分}$ 經過幾分鐘？



問題 2：3 月 5 日至 3 月 8 日經過幾天？

學生常不清楚為何問題 1 和問題 2 的描述方式相同，但是問題 1 的答案是 3 分鐘，而問題 2 的答案是 4 天；教師也常爭議問題 2 的答案是 3 天或是 4 天，下面說明這兩個問題的差異。

- (1) 以民國 109 年 3 月 5 日 3 時 5 分為例，當我們說民國 109 年時，民國 109 年是時間量，指的是民國 109 年一整年，當我們說 3 月 5 日時，3 月 5 日也是時間量，指的是 3 月 5 日一整天。也就是說，可以將 3 月 5 日看成時間數線上的一條線段。但是，當我們說 3 時 5 分的時候，3 時 5 分不是時間量，而是時刻，可以將 3 時 5 分看成時間數線上的一個點。
- (2) 問題 1 中的 3 時 5 分和 3 時 8 分都是時刻，3 時 5 分至 3 時 8 分經過幾分鐘，問的是時間數線上 3 時 5 分和 3 時 8 分這兩點的距離是多少分鐘，可以透過 5 分到 6 分、6 分到 7 分、7 分到 8 分的方法算出經過 3 分鐘，也可以利用 $8-5=3$ 算出經過 3 分鐘。因為數學上有定義兩點的距離，因此問題 1 的答案 3 分鐘不會引起爭議。
- (3) 問題 2 中的 3 月 5 日和 3 月 8 日都是時間量，可以看成時間數線上的一條線段，因為數學上沒有定義兩線段的距離，因此問題 2 的答案是 3 天或是 4 天常引起爭議。教師不宜詢問 3 月 5 日至 3 月 8 日經過幾天，建議改問 3 月 5 日至 3 月 8 日間，有多少個一天，例如要求看著日曆或月曆數數看，3 月 5 日至 3 月 8 日間有多少天，可以透過 3 月 5 日、3 月 6 日、3 月 7 日、3 月 8 日的方式算出有 4 天。
- (4) 「3 月 5 日至 3 月 8 日經過幾天？」有爭議，但是「3 月 5 日上午 8 時至 3 月 8 日下午 3 時經過多久？」沒有爭議，原因是前面的問題問的是時間數線上兩線段的距離，後面的問題問的是時間數線上兩點的距離。



空間與形狀

S-3-1	<p>角與角度 (同 N-3-13)：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。</p> <p>備註：用直尺或三角板的直角來認識與複製直角。教學應處理角大小與邊長長短或面積大小混淆之常見錯誤。</p>	n-II-9
-------	--	--------

基本學習內容

SC-3-1-1 認識角，並進行角的直接及間接比較。

基本學習表現

- SCP-3-1-1-1 能認識角。
- SCP-3-1-1-2 能認識直角。
- SCP-3-1-1-3 能進行角的直接比較。
- SCP-3-1-1-4 能進行角的間接比較。

◎ 基本學習內容 SC-3-1-1 同(N-3-13)



S-3-2	<p>正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。</p> <p>備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。</p>	s-II-1
-------	---	--------

基本學習內容

SC-3-2-1 以「角」與「邊」等構成要素，辨認正方形。

SC-3-2-2 以「角」與「邊」等構成要素，辨認長方形。

基本學習表現

SCP-3-2-1-1 知道四邊等長且四個角都是直角的四邊形為正方形。

SCP-3-2-1-2 能利用直尺或三角板檢查給定的四邊形是正方形。

SCP-3-2-2-1 知道四個角都是直角的四邊形為長方形。

SCP-3-2-2-2 能利用直尺或三角板檢查給定的四邊形是長方形。

- ◎ 基本學習內容 SC-3-2-1、SC-3-2-2 為 SC-2-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識給定的正方形、長方形、正三角形、等腰三角形的邊長關係。

基本學習內容 SC-3-2-1 幫助學生由邊長和角的特性來認識正方形。

基本學習內容 SC-3-2-2 幫助學生由邊長和角的特性來認識長方形。

- 教師常混淆「長方形的定義(如何辨識圖形為長方形)」與「長方形的性質(長方形有哪些特徵)」，誤認為一個四邊形要同時滿足「四個角都是直角，對邊等長、對邊互相平行，對角線互相平分且等長」這些條件，才能辨識這個四邊形是長方形。

數學上利用最少的條件來辨識長方形，一個四邊形，只要四個角都是直角，就能確認該四邊形為長方形。

本基本學習內容定義四個角都是直角的四邊形為長方形，因此只要一個四邊形的四個角都是直角，該四邊形就是長方形。

定義長方形之後，可以探討長方形還有哪些共同特徵，例如長方形對邊等長、長方形對邊互相平行等，都屬於長方形的性質。

- 本基本學習內容以邊和角的特徵來定義正方形與長方形。

長方形：四個角都是直角的四邊形稱為長方形。

正方形：四個角都是直角且四邊等長的四邊形稱為正方形。

在還沒有定義正方形與長方形之前，教學時討論的都是給定的正方形與長方形，定義正方形與長方形之後，教學時討論的是所有正方形與長方形共同的特徵。



■ 學生可能會認為斜擺的長方形或正方形不是長方形或正方形，教師可協助學生利用直尺和三角板檢查斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。

■ 長方形哪一邊稱為長邊、哪一邊稱為寬邊常引起爭議。數學上並沒有給長邊或寬邊下定義，日常生活中，常見下面這三種定義長邊和寬邊的方式。

第一種：因為受到「長」這個關鍵字的影響，稱比較長的那一邊為長邊，比較短的那一邊稱為寬邊。

第二種：由長方形擺放的位置決定長邊和寬邊，將長方形擺正後，稱水平方向的那一邊為長邊，鉛直方向的那一邊為寬邊。這種定義的方式有一個缺點，如果兩個人擺放的方式不相同，他們所稱的長邊和寬邊就不相同。

第三種：因為只要確定長邊和寬邊就能決定一個長方形，因此長邊和寬邊是同等的重要，只要約定其中的一邊為長邊，那麼剩下的另一邊就是寬邊。



S-3-3	<p>圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。</p> <p>備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。</p>	s-II-3
-------	---	--------

基本學習內容

SC-3-3-1 認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」並使用圓規畫圓。

基本學習表現

SCP-3-3-1-1 能認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。

SCP-3-3-1-2 認識圓半徑的兩倍和直徑的一樣長。

SCP-3-3-1-3 能使用圓規畫圓。

SCP-3-3-1-4 知道用圓規畫圓時，筆尖與針尖的距離是圓的半徑。

◎ 基本學習內容 SC-3-3-1 為 SC-2-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能辨認簡單平面圖形(圓、三角形、正方形、長方形等)。

本基本學習內容首次引入周界是曲線的平面圖形，幫助學生認識圓的圓心、圓周、半徑與直徑，以及半徑與直徑長度的關係，並幫助學生使用圓規畫圓。

■ 教師應區分「圓(circle)」和「圓區域(disc)」的意義：

圓：在平面上選定一定點 O，在平面上與定點 O 的距離是 r ($r > 0$) 的所有點所成的集合稱為圓，該定點 O 稱為圓心， r 稱為半徑。

圓區域：圓和圓內部合起來稱為圓區域。

利用圓規畫圓時，畫出來的圖形是圓，利用摺紙找出圓的直徑時，所摺的圖形是圓區域。教師應區分圓或圓區域使用的時機及其限制。

■ 能使用圓規畫圓包含下列能力：

(1) 能使用圓規畫圓。

(2) 知道圓規筆尖與針尖的距離就是畫出圓的半徑。

(3) 能使用圓規筆尖及針尖的距離為單位，測量線段的長度。

■ 以下圖為例，有下列幾種描述半徑的方法：

(1) 稱 OA 線段為半徑，此時的半徑是一條線段。

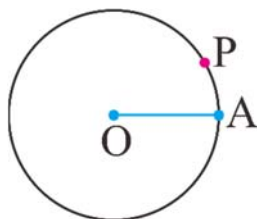
(2) 稱 OP 兩點的距離為半徑，此時的半徑是兩點的距離。

(3) 稱半徑 = 5 公分，此時的 5 公分可能是 OA 線段的長度，也可能是 OP 兩點的距離。



(4)半徑是集合，學生必須發現圓心 O 和圓上任意點連成的線段都一樣或發現圓心 O 和圓上任意點的距離都相等，才能掌握所有半徑都等長意義。

這四種描述的方法中，第一種是學生最容易接受的方法，但是用圓規畫圓時，學生看不到線段 OA ，只能看到針尖和筆尖兩點的距離，建議在圓規兩腳之間綁上繩子或橡皮筋，讓學生在畫圓時，能看到針尖和筆尖的距離，也能看到連接針尖和筆尖的線段。



- 圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P ，無法畫出長度是半徑的線段 OP ，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。

下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：

- (1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。
- (2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後再要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。

- 部份三年級學生尚未掌握所有平面圖形所成集合的意義，因此，本基本學習內容只討論給定圓的直徑長是半徑長的 2 倍，不討論所有圓的直徑長都是半徑長的 2 倍。

- 有兩種溝通半徑與直徑關係的方法：

方法一：分別量出半徑與直徑的長度，例如半徑長 5 公分，直徑長 10 公分，再利用除法算式 $10 \div 5 = 2$ ，說明直徑長是半徑長的 2 倍。

方法二：在圓上畫出直徑，幫助學生發現直徑是由兩條半徑組成的，所以 2 條半徑接起來的長度和直徑一樣長。

10 是 5 的 2 倍是基準量和比較量關係的描述，指的是以 5 為基準量 1 時，比較量 10 會是 2，三年級學生較無法掌握 10 是 5 的 2 倍的意義。

建議教師利用方法二說明半徑與直徑的關係。



S-3-4	<p>幾何形體之操作：以操作活動為主。平面圖形的分割與重組。初步體驗展開圖如何黏合成立體形體。知道不同之展開圖可能黏合成同一形狀之立體形體。</p> <p>備註：以操作體驗平面圖形關係與空間感為目標，啟發學生探討與發現之興趣，但不做任何數學知識的歸納。展開圖活動只是初步體驗，勿做過多複雜推理活動。本條目不做操作以外的紙筆評量。</p>	s-II-4
-------	--	--------

基本學習內容

SC-3-4-1 將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

基本學習表現

SCP-3-4-1-1 能透過操作，將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單平面圖形。

SCP-3-4-1-2 知道將長方形(或正方形)切割成兩個全等的直角三角形後，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半。

- ◎ 基本學習內容 SC-3-4-1 為 SC-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能依給定圖示，將簡單圖形作平面鋪設。
本基本學習內容幫助學生透過操作，將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單平面圖形。
- 將長方形或正方形切割成兩個全等的三角形後，教師宜先說明這兩個切割出來的三角形，除了可以平移及旋轉外，也可以翻轉。
教師可以要求學生儘量將其組合成不同的圖形，但是，不可以要求學生窮盡所有的可能。
- 將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單圖形後，教師可以詢問拼出來的圖形和原圖形的面積是否一樣大，檢查學生是否具備面積的保留概念。
- 將長方形(或正方形)切割成兩個全等的直角三角形後，可以再由這兩個全等的直角三角形拼回原長方形(或正方形)，幫助學生認識其中一個直角三角形的面積是長方形(或正方形)面積的一半。



- 以「將面積 36 平方公分的正方形色紙，對摺成三角形剪開，再用這 2 個三角形拼成一個大三角形，大三角形面積是多少平方公分？」為例，學生可能知道對摺成三角形剪開後，其中一個三角形的面積是正方形色紙面積的一半，也可能知道原正方形的色紙和拼成大三角形的面積一樣大，但是，學生可能無法掌握幾何圖形和測量出面積數值間的關係，例如不知道可以利用 $36 \div 2 = 18$ ，算出其中一個三角形的面積是 18 平方公分。

教師應幫助學生連絡幾何圖形和測量出面積數值間的關係，例如說明正方形色紙的面積是 36 平方公分，對摺成三角形剪開後，其中一個三角形的面積是正方形色紙面積的一半，可以利用 $36 \div 2 = 18$ ，算出其中一個三角形的面積是 18 平方公分。原正方形的色紙和拼成大三角形的面積一樣大，所以大三角形的面積還是 36 平方公分。

- 本基本學習內容只要求學生有將紙做的簡單立體形體，沿著面的邊緣將其剪開成平面的展開圖，再將剪開的展開圖拼成立體形體的學習經驗。但不可以評量與展開圖相關的問題。



關係

R-3-1	<p>乘法與除法的關係:乘除互逆。應用於驗算與解題。 (同 N-3-6)</p> <p>備註:理解例如「3 的幾倍是 15」、「什麼數的 4 倍是 12」要用除法列式解題。</p>	r-II-1
-------	--	--------

基本學習內容

RC-3-1-1 理解乘除互逆，並運用於驗算與解題。

基本學習表現

RCP-3-1-1-1 能在具體情境中理解乘除互逆。

RCP-3-1-1-2 能在計算情境中，認識乘除互逆。

RCP-3-1-1-3 能在乘除問題情境中，運用乘除互逆解決乘數、被乘數、除數、被除數未知的問題，並運用於驗算。

◎ 本基本學習內容 RC-3-1-1 同 NC-3-6-1。



R-3-2	<p>數量模式與推理(I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。</p> <p>備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，本條目之學習目標。可結合表格教學(D-3-1)。</p>	r-II-2
-------	---	--------

基本學習內容

RC-3-2-1 找出一維變化模式的下一項，並說明理由。

基本學習表現

RCP-3-2-1-1 能說出一維變化模式之規律。

RCP-3-2-1-2 能找出一維變化模式的下一項，並說明理由。

- ◎ 本基本學習內容 RC-3-2-1 首次引入數量模式與推理，希望學生透過觀察數列、一維圖表等，能說出一維變化模式之規律；找出一維變化模式的下一項，並說明理由。
- 以問題「想想看，第 4 個圖形有幾個圈？○○○、○○○○、○○○○○」為例，本基本學習內容只要求學生找出下一個圖形有 6 個圈，並說明理由即可，不必要求學生找出其它項，例如不必找出第 18 個圖形是什麼。
 - 教師提供數列讓學生討論時，並沒有定義數列的一般項，因此當我們只給定數列前幾項時，可以有很多定義數列的方法。

以「2、3、5、□、□」為例，下面都是合理的答案。

(1) 2、3、5、**8**、**12** (3 比 2 多 1、5 比 3 多 2、8 比 5 多 3、12 比 8 多 4)

(2) 2、3、5、**8**、**13** ($2+3=5$ 、 $3+5=8$ 、 $5+8=13$)

(3) 2、3、5、**10**、**20** ($2+3=5$ 、 $2+3+5=10$ 、 $2+3+5+10=20$)

(4) 2、3、5、**7**、**11** (將質數由小至大依序排列)

教師提供數列讓學生討論時，應接受不同的合理答案，但學生只要能說出



資料與不確定性

D-3-1	<p>一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。</p> <p>備註：製作表格不限於日常資料統計性題材，也可應用於觀察數量模式的變化（R-3-2）</p>	n-II-9
-------	--	--------

基本學習內容

DC-3-1-1 認識一維表格。

DC-3-1-2 認識二維表格

基本學習表現

DCP-3-1-1-1 能認識一維表格。

DCP-3-1-1-2 能報讀、說明一維表格中的內容。

DCP-3-1-1-3 能製作簡單生活中一維的表格。

DCP-3-1-2-1 能認識二維表格。

DCP-3-1-2-2 能報讀、說明二維表格中的內容。

DCP-3-1-2-3 能製作簡單生活中二維的表格。

◎ 基本學習內容 DC-3-1-1 為 DC-2-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經能將紀錄以統計表呈現並說明其意義。

本基本學習內容幫助學生報讀、說明與製作和生活相關的表格。

■ 一維表格指的是考慮的屬性只有一個，例如「各班人數統計表」，是以不同班級為考慮的屬性。

三年級各班人數統計表

班別	1 班	2 班	3 班	4 班	5 班
人數	26	24	25	27	25



- 二維表格指的是考慮的屬性有兩個，例如「幸福國小社團男女學生人數調查表」，是以不同社團與不同性別為考慮的屬性。

幸福國小課後社團學生人數調查表

性別 \ 社團	桌球社	魔術社	圍棋社	羽球社	美術社
男生	15	20	12	17	10
女生	14	17	16	15	18

- 所謂「列聯表」是以列表方式表示兩個屬性出現的頻率，將兩個屬性出現頻率置於行和列的位置，且可以從表格中最後的行或列看出一個屬性的組合頻率。例如「三年甲班男女學生近視人數統計表」。

三年甲班男女學生近視人數統計表

性別 \ 有無近視	有近視	沒近視	合計
男生	6	8	14
女生	5	8	13
合計	11	16	27

教師可以簡單介紹列聯表，但不宜評量。



國民小學四年級基本學習內容

數與量

N-4-1	<p>一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30萬1200」與「21萬300」的加減法。</p> <p>備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。</p>	n-II-1
-------	---	--------

基本學習內容

NC-4-1-1 一億以內數的命名及說、讀、聽、寫。

NC-4-1-2 認識「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」的位名；一億以內位值單位的換算。

基本學習表現

NCP-4-1-1-1 能認識一億以內數的十進位記數法。

NCP-4-1-1-2 能認識一億以內數的萬進位記數法。

NCP-4-1-1-3 能進行一億以內數的十進位記數法與萬進位記數法的互換。

NCP-4-1-1-4 能進行一億以內數的說、讀、聽、寫。

NCP-4-1-2-1 能認識「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」的位名。

NCP-4-1-2-2 能進行一億以內數的位值單位換算。

NCP-4-1-2-3 能比較兩個一億以內的數的大小。

◎ 基本學習內容 NC-4-1-1 為 NC-3-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識 10000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。

本基本學習內容建立一億以內整數的命名及說、讀、聽、寫。

- 進行「萬」及「億」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬與 1 億的命名。以「萬」為單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1「億」。
- 日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，以 23456789 的讀法為例，我們讀作二千三百四十五「萬」六千七百八十九，不會讀做二「千萬」三「百萬」四「十萬」五「萬」六千七百八十九。
教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。



- 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：
十進位記數法將「634567891」這個大數字讀做：六「億」三「千萬」四「百萬」五「十萬」六「萬」七「千」八「百」九「十」一。

億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	個
6	3	4	5	6	7	8	9	1

萬進位記數法先將「634567891」這個大數字由右至左、四位一撇改記成 6,3456,7891 後，讀做：六「億」、三千四百五十六「萬」、七千八百九十一。

億	萬	一
6	3456	7891

- 教師應協助學生進行十進位記數法與萬進位記數法的互換。
- 日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，教師應透過萬進位記數法的定位板，或改記成四位一撇的數字，幫助學生熟悉大數的讀法。
- 以「200325006」為例，大數若有連續多個 0 時，十進位記數法讀做：二「億」零「千萬」零「百萬」三「十萬」二「萬」五「千」零「百」零「十」六。習慣上我們會將部份零的位名省略不讀，讀做：二「億」零三「十萬」二「萬」五「千」零六。

億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	個
2	0	0	3	2	5	0	0	6

萬進位記數法，四位一撇改記成 2,0032,5006 後讀做：二「億」三十二「萬」五千零六。

億	萬	一
2	32	5006

- 英、美等西方國家及我國的金融界都習慣使用千進位記數法，千進位記數法以「個、十、百」這組數詞為基礎，利用 1 千以內的數量來描述有多少個「一(one)」、多少個「千(thousand)」、多少個「百萬(million)」、多少個「十億(billion)」等，所以遇到大數字時，習慣每三位一撇做一個記號，例如先將 634567891 這個大數字改記成 634,567,891 後，讀做 six hundred and thirty-four 「million」，five hundred and sixty-seven 「thousand」, eight hundred and ninety one。



- 「5 百萬」、「500 萬」和「5000000」都一樣大，而且讀法都相同，但是這三種記法所表示單位的意義不相同。
「5 百萬」是以「百萬」為單位，指的是 5 個「百萬」合起來的數；「500 萬」是以「萬」為單位，指的是 500 個「萬」合起來的數；5000000 是以「一」為單位，指的是 5000000 個「一」合起來的數。
- ◎ 基本學習內容 NC-4-1-2 為 NC-3-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識「千位」的位名，並進行 10000 以內位值單位的換算。
本基本學習內容幫助學生認識「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」的位名，並進行 1 億以內位值單位的換算。
- 教師應幫助學生將「個、十、百、千」的關係，類推到「萬、十萬、百萬、千萬」的關係。例如，由 1 個十是 10 個一，類推出 1 個十萬是 10 個萬；由 1 個百是 100 個一、也是 10 個十，類推出 1 個百萬是 100 個萬、也是 10 個十萬；由 1 個千是 1000 個一、也是 100 個十、也是 10 個百，類推出 1 個千萬是 1000 個萬、也是 100 個十萬，也是 10 個百萬。
- 印—阿記數系統是十進位制的記數系統，只要使用 0~9 等十個數碼，加上逢十進一的原則與位值概念，就可以將所有的個數都表示出來。
- 以 22222222 為例，左邊位置 2 的值都是相鄰右邊位置 2 的值的 10 倍。
例如 222222222 中，左邊 2 所表示的值是 200，右邊 2 所表示的值是 20，200 是 20 的 10 倍；222222222 中，左邊 2 所表示的值是 200000，右邊 2 所表示的值是 20000，200000 是 20000 的 10 倍。延伸左邊位置的位值都是相鄰右邊位置位值 10 倍的關係，教師可以幫助學生類推出 222222222 中左邊 2 所表示的值是右邊 2 所表示的值的 100 倍。222222222 中左邊 2 所表示的值是右邊 2 所表示的值的 10000 倍。



N-4-2	<p>較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「1600×200」與「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>	<p>n-II-2</p> <p>n-II-3</p>
-------	---	-----------------------------

基本學習內容

- NC-4-2-1 熟練較大位數的乘法直式計算。
- NC-4-2-2 熟練較大位數的除法直式計算。

基本學習表現

- NCP-4-2-1-1 能熟練四位數乘以一位數的乘法直式計算。
- NCP-4-2-1-2 能熟練二位數乘以二位數的乘法直式計算。
- NCP-4-2-1-3 能熟練三、四位數乘以二位數的乘法直式計算。
- NCP-4-2-1-4 能熟練二、三、四位數乘以三位數的乘法直式計算。
- NCP-4-2-1-5 能理解被乘數及乘數後面有多個 0 的計算問題。
- NCP-4-2-2-1 能熟練四位數除以一位數的除法直式計算。
- NCP-4-2-2-2 能熟練二、三、四位數除以二位數的除法直式計算。
- NCP-4-2-2-3 能熟練三、四位數除以三位數的除法直式計算。
- NCP-4-2-2-4 能理解被除數及除數後面有多個 0 的計算問題。
- NCP-4-2-2-5 能理解有餘數的乘除互逆。

◎ 基本學習內容 NC-4-2-1 為 NC-3-3-2 之後續學習概念，故學生應該已經熟練三位數乘以一位數的乘法直式計算

本基本學習內容是整數乘法直式計算的總結，幫助學生熟練較大位數的乘法直式計算。

■ 本基本學習內容較大位數的乘法直式計算，被乘數限四位數，乘數限三位數，但被乘數及乘數後面有多個 0 的計算不在此限。

被乘數限四位數、乘數限三位數包含下列乘法直式計算：

- (1) 四位數乘以一位數的乘法直式計算。
- (2) 二、三、四位數乘以二位數的乘法直式計算。
- (3) 二、三、四位數乘以三位數的乘法直式計算。

■ 本基本學習內容是整數乘法直式計算的總結，五年級不再出現與整數乘法相關的基本學習內容，教師應幫助學生熟練整數乘法直式計算。



- 多位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為多位數乘法直式計算的基礎，也是除數為多位數除法直式計算的基礎。
以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。
再以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。
本基本學習內容要求學生在三年級熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行。
- 教師進行被乘數是二、三、四位，乘數是二、三位直式計算的教學前，應先確定學生已掌握二、三、四位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行。
- 學生開始學習乘法直式計算時，不鼓勵利用乘法交換律來解題，因為二位數乘以三位數和三位數乘以二位數直式計算的解題意義不同，但是平常解文字題或計算題時，應鼓勵學生使用自己比較能掌握或計算比較簡單的方法來解題，例如利用乘法交換律來簡化計算。
- 以「 457×38 」為例，有三種分解被乘數或乘數的方法。
第一種是將「 457×38 」分解成「 $457 \times (30 + 8)$ 」
第二種是將「 457×38 」分解成「 $(400 + 50 + 7) \times 38$ 」
第三種是將「 457×38 」分解成「 $(400 + 50 + 7) \times (30 + 8)$ 」
建議教師透過第一種方法幫助學生學習乘法直式計算。
- 以「 457×38 」為例，說明如何幫助學生解題。
步驟一：檢查學生是否已熟練三位乘以一位的乘法直式計算，並能將計算的結果記成一行。
步驟二：幫助學生認識下表中左右兩組算式的關係。
左、右兩組算式的被乘數都相同。右邊算式的乘數都是左邊算式乘數的 10 倍，右邊算式的積也是左邊算式積的 10 倍。
左、右兩組算式的被乘數都相同。右邊算式的乘數都比左邊算式的乘數多 1 個 0，右邊算式的積也比左邊算式的積多 1 個 0。

$7 \times 8 =$	56	$7 \times 80 =$	560
$8 \times 5 =$	40	$8 \times 50 =$	400
$13 \times 4 =$	52	$13 \times 40 =$	520
$35 \times 4 =$	140	$35 \times 40 =$	1400
$457 \times 3 =$	1371	$457 \times 30 =$	13710
$325 \times 4 =$	1300	$325 \times 40 =$	13000



步驟三：先算出 $457 \times 8 = 3656$ ， $457 \times 30 = 13710$ ，再記成下面的直式

	10000	1000	100	⑩	①	
			4	5	7	⇒4 個「百」5 個「十」7 個「一」
×				3	8	⇒30+8
		3	6	5	6	⇒457 的 8 倍是 3656
+ 1	3	7	1	0		⇒457 的 30 倍是 13710
	1	7	3	6	6	⇒合起來是 17366

步驟四：由上面直式的個位「 $6+0=6$ 」中，可以知道 13710 的 0 省略不記時，個位數字的和還是 6。

因為 $457 \times 3 = 1371$ ， $457 \times 30 = 13710$ ，因此只要算出 $457 \times 3 = 1371$ ，並將 1371 右邊的 1 記在十位，就可以算出積是 17366。

步驟五：先算出 $457 \times 8 = 3656$ ， $457 \times 3 = 1371$ ，再記成下面的直式

	10000	1000	100	⑩	①	
			4	5	7	⇒4 個「百」，5 個「十」，7 個「一」
×				3	8	⇒30+8
		3	6	5	6	⇒457 的 8 倍是 3656
+ 1	3	7	1			⇒ $457 \times 30 = 13710$ ， $457 \times 3 = 1371$ ， 省略 13710 的「0」
	1	7	3	6	6	⇒合起來是 17366

- 以「 $24000 \times 300 = ()$ 」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：透過列出乘數都是 3 的算式 $24 \times 3 = 72$ 和 $24000 \times 3 = 72000$ ，幫助學生認識「被乘數 24000 比被乘數 24 後面多 3 個 0」、「 24000×3 的積比 24×3 的積後面也多 3 個 0」。

步驟二：透過列出被乘數都是 24 的算式 $24 \times 3 = 72$ 和 $24 \times 300 = 7200$ ，幫助學生認識「乘數 300 比乘數 3 後面多 2 個 0」、「 24×300 的積比 24×3 的積後面也多 2 個 0」。

步驟三：透過列出 $24 \times 3 = 72$ 和 $24000 \times 300 = 7200000$ ，幫助學生認識「被乘數 24000 比被乘數 24 後面多 3 個 0、乘數 300 比乘數 3 後面多 2 個 0」，「 24000×300 的積比 24×3 的積後面多 $(3+2)$ 個 0，也就是多 5 個 0」。

- 學生二年級已學過乘法交換律，四年級引入乘法結合律後，教師也可以先要求學生利用乘法直式算出或利用計算機按出 $24000 \times 300 = 7200000$ ，再透過代數運算「 $24000 \times 300 = 24 \times 1000 \times 3 \times 100 = 24 \times 3 \times 1000 \times 100 = 24 \times 3 \times 100000$ 」，幫助學生認識 24000×300 比 24×3 後面多 5 個 0，也就是多 $(3+2)$ 個 0。

四年級學生不易掌握這種解題方法的意義，教師不必強求學生理解。

- 教師可引導學生利用被乘數和乘數後面有多個 0 的乘法來檢驗大數字乘法計算的合理性。



以檢驗「 $1278 \times 31821 = 41945$ 」答案的合理性為例，因為 1278×31821 大約等於 1200×30000 ， 1200×30000 的積是 36000000 ，所以「 $1278 \times 31821 = 41945$ 」的答案不合理。

◎ **基本學習內容 NC-4-2-2 為 NC-3-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經熟練三位數除一位數的除法直式計算。**

本基本學習內容是整數除法直式計算的總結，幫助學生熟練較大位數的除法直式計算。

- 本基本學習內容是較大位數的除法直式計算，被除數限四位數，除數限三位數，但被除數及除數後面有多個 0 的計算不在此限。

被除數限四位數、除數限三位數，包含下列除法直式計算：

- (1) 四位數除一位數的除法直式計算。
- (2) 二、三、四位數除以二位數的除法直式計算。
- (3) 三、四位數除以三位數的除法直式計算。

- 本基本學習內容是整數除法直式計算的總結，五年級不再出現與整數除法相關的基本學習內容，教師應幫助學生熟練整數除法直式計算。

- 教師進行除數是二、三位直式計算的教學前，應先確定學生已掌握二、三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行。

- 以「751 元平分給 12 個人，每人最多分到幾元？還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習直式除法。

- (1) 有兩種分解 751 的方法，第一種是將 751 分解成 $700 + 50 + 1$ ，第二種是將 751 分解成 7 個「百」、5 個「十」和 1 個「一」。第二種方法會讓計算的數字變小，數學上都透過第二種分解方式引入直式除法。

- (2) 將 751 元分解成 7 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 1 個一元硬幣。

先將 7 張百元鈔票平分給 12 人不夠分；

將 7 張百元鈔票換成 70 枚十元硬幣，加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 75 枚十元硬幣；75 枚十元硬幣平分給 12 人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 3 枚十元硬幣不夠分；將 3 枚十元硬幣換成 30 個一元硬幣，加上原有的 1 個一元硬幣，合起來有 31 個一元硬幣；31 個一元硬幣平分給 12 人，每人分到 2 個一元硬幣，還剩下 7 個一元硬幣。

合起來每人分到 6 枚十元硬幣和 2 個一元硬幣，還剩下 7 個一元硬幣，也就是每人分到 62 元，剩下 7 元。

- (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。



	100	⑩	①	
		6	2	⇒ 每人分到 6 枚十元，2 個一元，也就是 62 元
12	7	5	1	⇒ 751 元分解成 7 張百元鈔票、5 枚十元和 1 個一元
	7	2		⇒ 每人分 6 枚十元，12 人分掉 72 枚十元，剩下 3 枚十元
		3	1	⇒ 3 枚十元硬幣換成 30 個一元，加上原有的 1 個一元
		2	4	⇒ $12 \times 2 = 24$ ，每人分 2 個一元，12 人分掉 24 個一元
			7	⇒ $31 - 24 = 7$ (剩下 7 個一元)

- 利用直式解決除數是二位數的除法計算時，學生估商常發生錯誤，教師可以建議學生估少一點，透過學生熟悉的乘法算式，利用多次估商來簡化計算。下面以「751 元平分給 12 個人，每人最多分到幾元？還剩下多少元？」為例來說明。

	100	⑩	①	
		1		
		5	2	⇒ $5 + 1 = 6$ (每人分到 6 枚十元，2 個一元，也就是 62 元)
12	7	5	1	
	6	0		⇒ $12 \times 5 = 60$ (每人分 5 枚十元，12 人分掉 60 枚十元)
	1	5		⇒ $75 - 60 = 15$ (剩下 15 枚十元，還可以繼續分)
	1	2		⇒ $12 \times 1 = 12$ (每人再分 1 枚十元，12 人分掉 12 枚十元)
		3	1	⇒ 剩 3 枚十元不夠分，換成 30 個一元，合起來是 31 個一元)
		2	4	⇒ $12 \times 2 = 24$ (每人分 2 個一元，12 人分掉 24 個一元)
			7	⇒ $31 - 24 = 7$ (剩下 7 個一元)

- 以「 $6000 \div 700 = () \dots ()$ 」為例，說明如何幫助學生解題。
 - (1)先布問題「60 張百元鈔票，每人分 7 張，最多可以分給多少人？還剩下幾張百元鈔票？也就是多少元？」。
學生可以利用「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，得到可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票也就是 400 元的答案。
 - (2)再布問題「6000 元，每人分 700 元，最多可以分給多少人？還剩下多少元？」，限制學生必須將 6000 元和 700 元都換成 100 元鈔票後再計算，學生將 6000 元換成 60 張 100 元，將 700 元換成 7 張 100 元，透過「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，算出可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票，也就是 400 元。教師可以說明此方法是將被除數和除數同時換成以 100 為單位的算法。
- 教師可引導學生利用被除數和除數同時換單位的算法來檢驗較大數字除法計算的合理性。以檢驗「 $63300 \div 422 = 15$ 」答案的合理性為例，因為 $63300 \div 422$ 的商大約等於 $60000 \div 400 = 600 \div 4 = 150$ ，所以「 $63300 \div 422 = 15$ 」答案不合理。



- 本基本學習內容限制三年級只處理餘數是 0 情境的乘除互逆，四年級才處理餘數不是 0 情境的乘除互逆。

餘數不是 0 的乘除互逆指的是以「 $a \div b = q \dots r, 0 < r < b$ 」格式記錄餘數不是 0 的除法結果時，可以改記成 $a = b \times q + r$ 。

餘數是 0 的乘除互逆問題：24 個桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 個桃子？

餘數不是 0 的乘除互逆問題：26 個桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 個桃子，還剩下 2 個？

- 餘數不是 0 情境的乘除互逆比較困難，教師可以布置「桌上有 14 顆桃子，一堆桃子有 3 顆，共有 4 堆，剩下 2 顆桃子」的情境，幫助學生理解該情境，同時可以解讀成「1 堆桃子有 3 顆，4 堆桃子有 12 顆，加上剩下的 2 顆桃子，共有 14 顆桃子，可以記成 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」，「14 顆桃子，平分成 4 堆，一堆有 3 顆桃子，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，「14 顆桃子，每 3 顆分一堆，能分成 4 堆，還剩下 2 顆桃子，可以記成 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」，幫助學生認識餘數不是 0 情境的乘除互逆。

教師也可以將上述桃子的情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 + 2 = 14$ 」、「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」及「 $14 \div 3 = 4 \dots 2$ 」。



- 下面以「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。

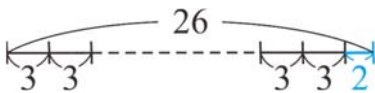
本基本學習內容提供兩種幫助學生利用乘除互逆關係解題的方法：

第一種：透過文字題的情境

「26 顆桃子，平分成幾堆後，每堆有 3 顆，還剩下 2 顆」和「26 個桃子，拿走 2 顆桃子後，每 3 顆桃子分成一堆，全部可以分成幾堆桃子」的意思相同，因此可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ ，算出平分成 8 堆。

第二種：透過線段圖

線段圖中可以知道 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = \square$ 和 $26 \div 3 = \square \dots 2$ 的意思相同，可以利用 $26 - 2 = 24$ ， $24 \div 3 = 8$ 算出有 8 堆桃子。



N-4-3	<p>解題：兩步驟應用問題（乘除，連除）。乘與除、連除之應用解題。</p> <p>備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型，教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行(R-4-1)</p>	<p>n-II-5</p> <p>r-II-3</p>
-------	--	-----------------------------

基本學習內容

NC-4-3-1 乘、除兩步驟問題(不含併式)。

NC-4-3-2 連除兩步驟問題(不含併式)。

基本學習表現

NCP-4-3-1-1 能在具體情境中，解決先乘後除兩步驟問題，並用乘法及除法算式記錄解題活動。

NCP-4-3-1-2 能在具體情境中，解決先除後乘兩步驟問題，並用除法及乘法算式記錄解題活動。

NCP-4-3-2-1 能在具體情境中，解決連除兩步驟問題，並用兩個除法算式記錄解題活動。

◎ **基本學習內容 NC-4-3-1 及 NC-4-3-2 為 NC-3-7-3 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決連乘兩步驟問題(不含併式)。**

本基本學習內容延伸兩步驟問題至乘、除及連除問題(不含併式)。

■ 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並用兩個算式(不含併式)記錄解題過程的教學順序如下：

二年級：在具體情境中，解決「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題。

三年級：在具體情境中，解決「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題。

四年級：在具體情境中，解決「乘、除」及「連除」兩步驟問題。

■ 本基本學習內容教學重點在於乘、除及連除兩步驟問題的解題活動，至於能用一個併式，記錄兩步驟問題解題活動和逐次減項的記法，請參閱基本學習內容 RC-4-1-1 的說明。

■ 乘、除及連除兩步驟問題是兩步驟問題中最困難的題型，學生已熟練先乘後加(減)、先加(減)後乘、先除後加(減)、先加(減)後除、連乘兩步驟問題，並不表示學生也熟練乘、除及連除兩步驟問題。

如果學生無法解乘、除及連除兩步驟問題，教師應透過分段布題的方式，幫助學生用兩個算式記錄解題活動。



- 以「1 袋餅乾有 30 包，老師買了 5 袋，平分給 25 個人，每個人可以分到多少包餅乾？」為例，教師可透過分段布題的方式，幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題「1 袋餅乾有 30 包，老師買了 5 袋，共有多少包？」，用算式把做法記下來。

幫助學生用算式「 $30 \times 5 = 150$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「150 包餅乾，平分給 25 個人，每個人可以分到多少包餅乾？」，用算式把做法記下來。

幫助學生用算式「 $150 \div 25 = 6$ 」記錄解題活動。

步驟三：回到原問題「1 袋餅乾有 30 包，老師買了 5 袋，平分給 25 個人，每個人可以得多少包餅乾？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。

幫助學生用兩個算式「 $30 \times 5 = 150$ ， $150 \div 25 = 6$ 」把做法記下來。



N-4-4	<p>解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「\approx」的使用。</p> <p>備註：估算解題的步題應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。</p>	n-II-4
-------	--	--------

基本學習內容

NC-4-4-1 無條件進入法、無條件捨去法取概數。

NC-4-4-2 四捨五入法對大數在指定位數取概數。

NC-4-4-3 四捨五入法對大數在指定位數取概數後，再做加、減之計算。

基本學習表現

NCP-4-4-1-1 能在具體情境中，使用無條件進入法取概數。

NCP-4-4-1-2 能在具體情境中，使用無條件捨去法取概數。

NCP-4-4-2-1 能使用四捨五入法，對大數在指定位數取概數。

NCP-4-4-2-2 能使用四捨五入法解決生活中取概數的問題。

NCP-4-4-2-3 能使用近似符號「 \approx 」記錄利用四捨五入法取概數的結果。

NCP-4-4-3-1 能在具體情境中，使用四捨五入法對大數在指定位數取概數後，再做加、減之計算。

NCP-4-4-3-2 能使用近似符號「 \approx 」記錄利用四捨五入法取概數後之加、減計算結果。

- ◎ **基本學習內容 NC-4-4-1 為 NC-3-8-1 及 NC-3-8-2 之後續學習概念，故學生應該已經能做簡單的四位數加減估算；也應該已經能做簡單的乘除估算。**
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，使用無條件進入法、無條件捨去法取概數

- 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。

估算是計算的問題，例如「 $402+299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300， $400+300=700$ ，所以「 $402+299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。

概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $402+299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402+299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。

本基本學習內容二年級及三年級的教學重點是估算，四年級才引入取概數及加減概算的問題。



- 本基本學習內容幫助學生在日常生活中自然產生的無條件進入法和無條件捨去法情境中取概數。

無條件進入法取概數的例子：

- (1)計程車 1 輛限搭 4 人，14 人搭計程車，最少要搭幾輛計程車？
- (2)全縣運動會選手有 5246 人，要為這些選手準備帽子(一人一頂)。如果帽子 10 頂(或 12 頂)裝成一包，最少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？

無條件捨去法取概數的例子：

- (1)300c.c.的果汁裝 1 瓶，5000c.c.的果汁最多能裝滿幾瓶？
- (2)玩具工廠今天生產 1249 件相同的玩具，要將這些玩具裝箱放進倉庫。如果每 100 件(或 80 件)裝成一箱，最多能裝成多少箱？也就是多少件玩具？

- 日常生活中常見利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的問題，但是它們取概數時不一定都是以十、百、千或萬為單位。

不論是否以十、百、千或萬為單位，都可以透過除法算式來解決問題，建議教師透過除法算式，幫助學生理解利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的意義。

- (1)不是以十為單位取概數的問題「14 人搭計程車，每輛計程車只能坐 4 人，至少要幾輛計程車才夠？」：教師可以透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，幫助學生理解只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車坐，必須要 4 輛計程車才夠。
- (2)以百為單位取概數的問題「全市運動會路跑參賽選手有 5246 人，一人戴一頂帽子，要為這些選手準備帽子，如果帽子 100 頂裝成一包，至少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？」：教師也可以透過除法算式「 $5246 \div 100 = 52 \dots 46$ 」，幫助學生理解只準備 52 包時，還有 46 人沒分到帽子，必須要準備 53 包才夠，也就是 5300 頂帽子。

- ◎ 基本學習內容 NC-4-4-2 為 NC-4-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，使用無條件進入法、無條件捨去法取概數。

本基本學習內容幫助學生能使用四捨五入法對大數在指定位數取概數。

- 日常生活中常見取概數的情境，都是無條件進入法和無條件捨去法。例如：「10 個蘋果裝 1 盒，352 個蘋果最多能裝滿 35 盒，或至少要準備 36 個盒子才夠裝」。以四捨五入法取概數比較不自然。例如：「10 個蘋果裝 1 盒，352 個蘋果要裝 35 盒，而 357 個蘋果要裝 36 盒」，建議教師透過測量情境引入四捨五入法的教學。

- 建議評量時，只能評量給定一數，要求對該數取概數的問題。

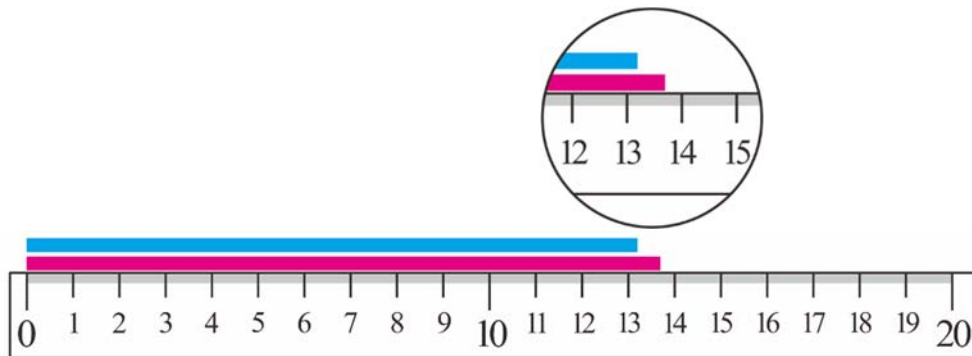
例如：357231 以萬為單位，四捨五入法取概數的結果為何？

不宜過度評量取概數前可能的最大值或最小值等問題。

例如：甲市的人口以萬為單位，四捨五入法取概數是 36 萬，甲市最多或最少有多少個人？



- 下面以實測長度是多少公分的測量情境，說明如何幫助學生理解四捨五入法取概數的意義。



當我們用最小刻度是 1 公分的直尺測量上圖的上、下兩條繩子長度時，如果用無條件捨去法取概數，剩下不到 1 公分的捨去不算，兩條繩子的長度都是 13 公分。如果用無條件進入法取概數，剩下不到 1 公分的也算 1 公分，兩條繩子的長度都是 14 公分，這兩種描述繩長的誤差很大。

如果繩子的長度比較接近 14 公分，就記成 14 公分；繩子的長度比較接近 13 公分，就記成 13 公分。因此，將上面繩子的長度記成 13 公分，下面繩子的長度記成 14 公分，這樣比較接近實際的長度。也是比較公平的記法，數學上稱這種取概數的方法為四捨五入法。13.5 公分剛好介於 13 公分和 14 公分之間，四捨五入法約定將 13.5 公分記成 14 公分。

- 以問題「360007 以萬為單位，使用四捨五入法取概數的答案是多少？」為例，有兩種描述取概數結果的方法，第一種是「36 萬」，第二種是「360000」。「36 萬」是以「萬」為單位的描述方式，很容易看到取概數後的單位是「萬」。「360000」是以「一」為單位的描述方式，看不到取概數後的單位是什麼。例如：將「360002」分別以「十」、「百」、「千」及「萬」為單位，使用四捨五入法取概數，看到的答案都是 360000。

課本常呈現第二種描述取概數結果的方法，建議教師先幫助學生澄清取概數的意義，再透過問話「360002 以萬為單位，使用四捨五入法取概數，答案是多少萬？也就是多少？」，要求學生回答「答案是 36 萬，也就是 360000」，連結課本的答案「360000」和取概數結果「36 萬」間的意義。

- 教師布四捨五入法取概數的問題時，必須指定取概數到哪一位。例如：「360002 以萬為單位，使用四捨五入法取概數的答案是多少？」，或「360002 以千為單位，使用四捨五入法取概數的答案是多少？」。

而無條件進入法和無條件捨去法屬於日常生活中常見取概數的情境，教師布題時不必指定取概數的哪一位。例如：10 個蘋果裝 1 盒，352 個蘋果最多能裝滿 35 盒，或至少要準備 36 個盒子才夠裝。



◎ 本學習內容 NC-4-4-3 為 NC-4-4-2 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，使用四捨五入法對大數在指定位數取概數。
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，使用四捨五入法對大數在指定位數取概數後，再做加、減之計算。

■ 以「四個城市分別有人口 276485 人、865192 人、397011 人、429133 人，以萬為單位，利用四捨五入法取概數算出四個城市的人口和？」為例，可以有如下列兩種解讀題意的的方法。

方法一：先將四個城市人口用四捨五入法取概數後，再求其和。

276485 以萬為單位，利用四捨五入法取概數是 28 萬

865192 以萬為單位，利用四捨五入法取概數是 87 萬

397011 以萬為單位，利用四捨五入法取概數是 40 萬

429133 以萬為單位，利用四捨五入法取概數是 43 萬

$28 \text{ 萬} + 87 \text{ 萬} + 40 \text{ 萬} + 43 \text{ 萬} = 198 \text{ 萬}$

方法二：先求出四個城市的人口和，再用四捨五入法取概數。

$276485 + 865192 + 397011 + 429133 = 1967821$

1967821 以萬為單位，利用四捨五入法取概數是 197 萬

這兩種解讀方法算出來的答案可能不相同，教師在評量時應說明先算出人口和再取概數，或先取概數再算人口和。



N-4-5	<p>同分母分數：一般同分母分數教學(包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入)。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。</p> <p>備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。</p>	n-II-6
-------	--	--------

基本學習內容

- NC-4-5-1 真分數、假分數與帶分數的命名及說、讀、聽、寫、做。
- NC-4-5-2 熟練假分數與帶分數的互換。
- NC-4-5-3 同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

基本學習表現

- NCP-4-5-1-1 能將大於 1 個單位量的分數情境記成假分數。
- NCP-4-5-1-2 能將大於 1 個單位量的分數情境記成帶分數。
- NCP-4-5-1-3 能進行假分數的說、讀、聽、寫、做。
- NCP-4-5-1-4 能進行帶分數的說、讀、聽、寫、做。
- NCP-4-5-1-5 能知道形如 $\frac{q}{p}$ 的分數中，比 1 小的分數是真分數，大於或等於 1 的分數是假分數。
- NCP-4-5-1-6 能知道記錄大於 1 個單位量的分數中，強調由幾個 1 和幾個單位分數合起來的分數是帶分數(例如 $3\frac{5}{7}$)，強調由幾個單位分數合起來的分數是假分數(例如 $\frac{26}{7}$)。
- NCP-4-5-2-1 能將帶分數改記成假分數。
- NCP-4-5-2-2 能將假分數改記成帶分數。
- NCP-4-5-3-1 能進行同分母分數的大小比較(含真、假分數及帶分數)。
- NCP-4-5-3-2 能進行同分母分數加、減的計算(含真、假分數及帶分數)。
- NCP-4-5-3-3 能進行同分母分數整數倍的計算(含真、假分數及帶分數)。

- ◎ 基本學習內容 NC-4-5-1 為 NC-3-9-1 之後續學習概念，故學生應該已經能進行同分母分數的命名及說、讀、聽、寫、做。
- 本基本學習內容幫助學生認識真分數、假分數與帶分數。



- 本基本學習內容限制分母的範圍應小於或等於 12，但為了與小數連結，也要討論分母為 100 的分數。
- 教師應幫助學生進行帶分數的命名活動，當學生認識 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓的意義後，就可以透過下列問話「我們已經認識 3 個圓，也認識 $\frac{4}{6}$ 個圓，我們如何稱呼 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓合起來是多少個圓？名稱中要看到 3 個圓，還要看到 $\frac{4}{6}$ 個圓。」，幫助學生將 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓合起來的量稱為 $3\frac{4}{6}$ 個圓。再透過下列問話「 $3\frac{4}{6}$ 個圓中，是否看到 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓，是否看到 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓合起來」，幫助學生理解 $3\frac{4}{6}$ 個圓指的是 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓合起來的名稱。
- 建議教師區分成兩部份進行真分數、假分數與帶分數的命名活動。
 - (1) 進行真分數和假分數的命名

真分數和假分數命名的重點是將形如 $\frac{q}{p}$ 形式的分數區分為兩類，

稱比 1 小的分數為真分數，稱大於或等於 1 的分數為假分數。

以將 2 個披薩都平分成 4 等份，得到 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{4}$ 、 $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{6}{4}$ 、 $\frac{7}{4}$ 、 $\frac{8}{4}$ 個披薩為例：

「 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{4}$ 」這些小於 1 的分數是日常生活中常用到的分數，稱為真分數。

「 $\frac{4}{4}$ 、 $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{6}{4}$ 、 $\frac{7}{4}$ 、 $\frac{8}{4}$ 」這些大於或等於 1 的分數是日常生活中不常用到的分數，稱為假分數。

真分數的分子會小於分母，假分數的分子會等於或大於分母。

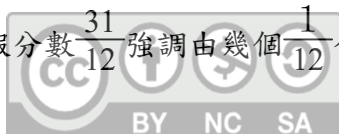
- (2) 進行假分數和帶分數的命名

大於 1 的分數有兩種不同的記法，第一種強調由幾個 1 和幾個單位分數合起來的記法，如 $a\frac{c}{b}$ ($c < b$ ， a 、 b 、 c 為正整數) 形式的分數，稱為帶分數。

第二種強調由幾個單位分數合起來的記法，如 $\frac{q}{p}$ ($q \geq p$ ， p 、 q 為正整數) 形式的分數，稱為假分數。

以 2 個圓和 $\frac{7}{12}$ 個圓合起來的情境為例：帶分數 $2\frac{7}{12}$ 強調由幾個 1 和幾個

$\frac{1}{12}$ 合起來的分數；假分數 $\frac{31}{12}$ 強調由幾個 $\frac{1}{12}$ 合起來的分數。



- ◎ 基本學習內容 NC-4-5-2 為 NC-4-5-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識真分數、假分數與帶分數。

本基本學習內容幫助學生熟練假分數與帶分數的互換。

- 「 $1 = \frac{n}{n}$ 」是帶分數及假分數互換的先備知識。

學生可以利用加法算式「 $1 = \frac{7}{7}, \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」，或乘法算式「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}, \frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」，將帶分數 $3\frac{4}{7}$ 換成假分數 $\frac{25}{7}$ 。

也可以利用減法算式「 $\frac{7}{7} = 1, \frac{25}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} = \frac{4}{7}$ 」，或乘法算式「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}, \frac{25}{7} - \frac{21}{7} = \frac{4}{7}$ 」，將假分數 $\frac{25}{7}$ 換成帶分數 $3\frac{4}{7}$ 。

教師不宜限制學生，只能利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，將假分數 $\frac{25}{7}$ 換成帶分數 $3\frac{4}{7}$ 。

- 以將假分數 $\frac{25}{7}$ 換成帶分數 $3\frac{4}{7}$ 為例，提出兩種解題的方法，說明如何幫助學生利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 。

方法一：以 $\frac{1}{7}$ 為單位，透過減法算式引入除法算式

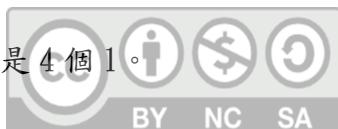
拿出 1 條黑色積木(長 7 公分)，將黑色積木平分成 7 份，其中的 1 份和 1 個白色積木一樣長，可以用 1 個白色積木代表 $\frac{1}{7}$ 條黑色積木。

$\frac{25}{7}$ 是 25 個 $\frac{1}{7}$ ，拿出 25 個白色積木代表 25 個 $\frac{1}{7}$ ，每 7 個白色積木換 1 條黑色積木，先幫助學生用減法算式「 $25 - 7 = 18, 18 - 7 = 11, 11 - 7 = 4$ 」，得到可以換 3 條黑色積木，還剩下 4 個白色積木，也就是 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 的答案，再用除法算式「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」，以較有效率的算法得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 的答案。

方法二：被除數和除數同時換成以 $\frac{1}{7}$ 為單位

「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」，算式中的 25 指的是 25 個 $\frac{1}{7}$ ，每次拿走 7 個 $\frac{1}{7}$ 換成 1 後，可以拿走 3 次，還剩下 4 個 $\frac{1}{7}$ ，也就是說，餘數 4 指的是

4 個 $\frac{1}{7}$ ，而不是 4 個 1。



◎ 基本學習內容 NC-4-5-3 為 NC-4-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經熟練假分數與帶分數的互換。

本基本學習內容幫助學生能進行同分母分數的比較、加減與整數倍的計算。

■ 透過單位分數的概念，可以將同分母分數的加減與整數倍計算，和整數的加減與整數倍計算完全連結起來。

例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「 $2+3$ 」，也就是 2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$ 。

例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} \times 3$ 」可以看成「 2×3 」，也就是 2 個 $\frac{1}{7}$ 乘以 3。

■ 以「 $4\frac{1}{5}$ 塊餅乾，小東吃掉 $2\frac{4}{5}$ 塊餅乾，還剩下多少塊餅乾？」為例，說明如何幫助學生解決退位的同分母帶分數減法問題。

教師可引導學生將做法與結果寫成有視窗的直式，並進一步改記成較精簡的直式的記錄方式，如下：

$$4\frac{1}{5} - 2\frac{4}{5} = 3\frac{6}{5} - 2\frac{4}{5} = 1\frac{2}{5}$$

$$\begin{array}{r} 3\frac{6}{5} \\ - 2\frac{4}{5} \\ \hline 1\frac{2}{5} \end{array}$$

除了上述做法，教師亦可引導學生先將帶分數換成假分數後再計算：

$$4\frac{1}{5} - 2\frac{4}{5} = \frac{21}{5} - \frac{14}{5} = \frac{7}{5}$$

■ 帶分數有兩個單位，例如 $2\frac{4}{5}$ 是由 2 個 1 和 4 個 $\frac{1}{5}$ 合起來的，假分數只有一個單位，例如 $\frac{7}{5}$ 是 7 個 $\frac{1}{5}$ 合起來的，因此假分數的運算比帶分數有效率。

五年級以後學生計算出來的答案大多是假分數，因此本基本學習內容不限制最後的答案必須是帶分數，也就是說，如果評量重點不是假分數和帶分數的互換，學生算出來的答案是假分數，就以假分數為答案，學生算出來的答案是帶分數，就以帶分數為答案。



- 以「做 1 杯草莓牛奶需要 $1\frac{4}{5}$ 杯鮮奶，做 3 杯草莓牛奶需要多少杯鮮奶？」為例，說明如何幫助學生解決進位的帶分數整數倍問題。
教師可以引導學生將做法記成直式的記錄方式：

$$\begin{array}{r}
 1\frac{4}{5} \\
 \times 3 \\
 \hline
 3\frac{12}{5} \\
 + 2\frac{2}{5} \\
 \hline
 5\frac{2}{5}
 \end{array}$$

整數×整數 真分數×整數

除了上述做法，教師亦可引導學生先將帶分數換成假分數後再計算：

$$1\frac{4}{5} \times 3 = \frac{9}{5} \times 3 = \frac{9 \times 3}{5} = \frac{27}{5}$$

- 四年級處理同分母分數的加減問題，五年級處理異分母分數的加減問題。教師可以布同分母分數情境被加(減)數、加(減)數未知的問題，提供學生類比整數情境，利用加減互逆關係來解題的經驗，因為五年級才完成分數加減的教學，因此四年級不宜過度評量分數情境加減互逆的問題。

N-4-6	<p>等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。</p> <p>備註：簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。與小數互換之簡單分數指分母為 2、5、10、100。</p>	n-II-6
-------	--	--------

基本學習內容

- NC-4-6-1 認識等值分數。
 NC-4-6-2 簡單異分母分數的大小比較與加減。
 NC-4-6-3 簡單分數與小數的互換。

基本學習表現

- NCP-4-6-1-1 能在連續量情境中認識等值分數。
 NCP-4-6-1-2 能在離散量情境中認識等值分數。
 NCP-4-6-2-1 能進行簡單異分母分數的大小比較。
 NCP-4-6-2-2 能進行簡單異分母分數的加減。
 NCP-4-6-3-1 能進行簡單分數與小數的互換。

◎ 基本學習內容 NC-4-6-1 為 NC-3-9-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識 1 的等值分數。

本基本學習內容引入等值分數。

- 稱 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{4}$ 為等值分數，而不稱它們是相等的分數，表示它們是不同的兩個分數，只是等值(量一樣多)。
 以 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{2}{4}$ 條繩子為例， $\frac{1}{2}$ 條繩子是將 1 條繩子平分成 2 段後其中 1 段的名字， $\frac{2}{4}$ 條繩子是將 1 條繩子平分成 4 段後其中 2 段的名字， $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條的分割和合成的方式都不相同，因此以 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條是兩個不同的分數。但是 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩子的長度相同，數學上稱長度相同的 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩子為等值分數，將 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩子長度相同的結果記成 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條。
 建議教師先引入「 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條」的記法，當學生掌握等值分數的意義後，才能將「 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條」的記法簡記成「 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 」。



- 四年級等值分數的教學必須在具體情境中進行，例如「 $\frac{1}{2}$ 條繩子的長度和 $\frac{2}{4}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2}$ 條= $\frac{2}{4}$ 條」，或「 $\frac{2}{3}$ 張色紙的面積和 $\frac{4}{6}$ 張色紙一樣大，可以記成 $\frac{2}{3}$ 張= $\frac{4}{6}$ 張」，或「 $\frac{2}{5}$ 包水餃和 $\frac{4}{10}$ 包水餃的個數一樣多，可以記成 $\frac{2}{5}$ 包= $\frac{4}{10}$ 包」。
 - 等值分數是約分、擴分和通分的前置經驗，以及異分母分數加減的基礎。
- ◎ 基本學習內容 NC-4-6-2 為 NC-4-5-3 之後續學習概念，故學生應該已經能進行同分母分數的大小比較與加、減計算。
本基本學習內容進行簡單異分母分數的大小比較與加、減計算。
- 「進行簡單異分母分數的大小比較與加減」中的「簡單異分母分數」，指的是一分母為另一分母之倍數。
 - 以「比較 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{3}{4}$ 條誰比誰長？」為例，教師應在長度情境中，先找出 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條一樣長，再比較出 $\frac{3}{4}$ 條比 $\frac{2}{4}$ 條長。最後才將 $\frac{3}{4}$ 條比 $\frac{2}{4}$ 條長的結果記成「 $\frac{3}{4}$ 條 $>$ $\frac{2}{4}$ 條」。當學生掌握等值分數的意義後，才能將「 $\frac{3}{4}$ 條 $>$ $\frac{1}{2}$ 條」的記法簡記成「 $\frac{3}{4}$ $>$ $\frac{1}{2}$ 」。
- ◎ 基本學習內容 NC-4-6-3 為 NC-4-5-1 及 NC-4-7-1 之後續學習概念，故學生應該認識等值分數；也應該已經認識二位小數。
本基本學習內容幫助學生能做簡單分數與小數的互換。
- 「簡單分數與小數的互換」中的「簡單」，指的是只處理分母為 2、5、10、100 的情況。
 - 因為「能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算」及「能用約分、擴分處理等值分數的換算」都是五年級的教材，本基本學習內容限制將分數改記成小數問題中分數的分母只能是 2、5、10、100，不能是 4 或 8，例如不宜進行將 $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{3}{8}$ 轉換成小數的問題。



N-4-7	<p>二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。</p> <p>備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。</p>	n-II-7
-------	---	--------

基本學習內容

NC-4-7-1 認識二位小數。

NC-4-7-2 熟練二位小數加、減和整數倍直式計算。

基本學習表現

NCP-4-7-1-1 能進行二位小數的命名。

NCP-4-7-1-2 能進行二位小數的說、讀、聽、寫、做。

NCP-4-7-1-3 能認識「百分位」的位名。

NCP-4-7-1-4 能進行二位小數位值的單位換算。

NCP-4-7-1-5 能比較二位小數的大小。

NCP-4-7-2-1 能用直式處理二位小數加、減計算，並解決生活中的問題。

NCP-4-7-2-2 能用直式處理二位小數整數倍計算，並解決生活中的問題。

◎ **基本學習內容 NC-4-7-1 為 NC-3-10-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識一位小數。**

本基本學習內容將小數的範圍擴充至二位小數。

- 小數是整數十進位系統的延伸，在引入一位小數時，十分位的值必須是個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，因此規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。在引入二位小數時，百分位的值必須是個位的 $\frac{1}{100}$ 倍，因此規定「 $0.01 = \frac{1}{100}$ 」。百分位位名的由來是「 $\frac{1}{100} = 0.01$ 」的關係。
- 報讀小數時，整數部份和小數部份報讀的方式不一樣。例如：將「2345.2345」讀作「二千三百四十五點二三四五」。
在報讀整數部份時，會將每一個數字的位名都唸出來。但是在報讀小數部份時，只唸出數字，並沒有唸出位名。例如：0.23 讀成「零點二三」，不能讀成「零點二十三」。

- 透過下列兩組數字，說明小數點的功能。



第一組小數：7.7、77.77、777.777

第二組小數：77.7、777.77、7777.777

就數字本身視覺的觀點，7.7 小數點的左邊及右邊各有一個 7，77.77 小數點的左邊及右邊各有二個 7，777.777 小數點的左邊及右邊各有三個 7，因此以小數點為對稱中心時，第一組小數是左右對稱的。

但是就位值的觀點，第二組小數才是左右對稱的。當我們以個位的 7 為對稱中心，並忽略小數點時，左右兩邊的位值是對稱的，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，十位的左邊是百位，十分位的右邊是百分位，百位的左邊是千位，百分位的右邊是千分位，十位及十分位，百位及百分位，千位及千分位分別對稱於個位。如下所示：

千位	百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
		7	7.	7		
	7	7	7.	7	7	
7	7	7	7.	7	7	7

因為數字的單位是 1，而記幾個 1 的位置是個位，因此個位才是數字的對稱中心。個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，不會有個分位的位名，而小數點的功能是告訴我們個位在哪裡。

- 教師常要求學生將計算後的結果 3.0 改記成 3，2.30 改記成 2.3，可以這樣記的原因是 3.0 和 3 等值，2.30 和 2.3 等值，而 3 和 2.3 是最簡小數的概念。六年級引入最簡分數後，我們會要求分數問題最後的答案用最簡分數來表示，相同的理由，我們也希望小數問題最後的答案用最簡小數來表示。四年級學生將計算後的結果記成 3.0 或 2.30，教師應先接受，再幫助學生改記成 3 或 2.3。
- 由於小數和連續量的測量情境常一起出現，小數的學習應與量的教材結合，應多學習「樓高 3.25 公尺」、「兩地距離 24.56 公里」、「箱子重 5.32 公斤」等用法，而且小數的加減問題也應儘量與測量結合。
- 以二位純小數 0.85 為例，進行位值單位的換算，指的是能將「85 個 0.01」聚成「8 個 0.1、5 個 0.01」，以及將「8 個 0.1、5 個 0.01」化成「85 個 0.01」的雙向化聚。也就是說，0.85 由 85 個 0.01 所組成，也由 8 個 0.1 及 5 個 0.01 所組成。

◎ 基本學習內容 NC-4-7-2 為 NC-3-10-1 之後續學習概念，故學生應該已經能作



一位小數的加減計算。

本基本學習內容幫助學生熟練二位小數加、減和整數倍直式計算。

- 以「 $9.87+5.36$ 」和「 $987+536$ 」為例，教師應幫助學生察覺整數加法及小數加法的計算步驟相同，差別是整數加法的計算單位是「1、10 和 100」，而小數加法計算的單位是「0.01、0.1 和 1」。建議教師幫助學生比對兩者的解題過程，幫助學生類比整數加法運算來進行小數的加法運算。
- 以「 357×6 」和「 3.57×6 」為例，教師幫助學生察覺整數乘法及小數乘法的運算步驟相同，就可以類比整數乘法運算來進行小數的乘法運算。
 下一頁上面呈現整數直式乘法解題步驟，下面呈現相同數字得小數直式乘法解題步驟，教師先確定學生已掌握整數乘法算則解題的意義，再幫助學生察覺小數乘法的步驟一和對應整數乘法步驟一的解法相同，可以將 3.57 分解為 3 個「1」、5 個「0.1」和 7 個「0.01」；小數乘法的步驟二及步驟五和對應整數乘法步驟二及步驟五的解法相同，先計算 7 個「0.01」的 6 倍是 42 個「0.01」，可以聚成 4 個「0.1」和 2 個「0.01」；小數乘法的步驟三及步驟六和對應整數乘法步驟三及步驟六的解法相同，先計算 5 個「0.1」的 6 倍是 30 個「0.1」，可以聚成 3 個「1」和 0 個「0.1」；小數乘法的步驟四及步驟七和對應整數乘法步驟四及步驟七的解法相同，先計算 3 個「1」的 6 倍是 18 個「1」，可以聚成 1 個「10」和 8 個「1」；小數乘法的步驟八和對應整數乘法步驟八的解法相同，算出全部合起來是 2 個「10」、1 個「1」、4 個「0.1」和 2 個「0.01」，也就是 21.42。

1000	100	⑩	①	
	3	5	7	⇒步驟一：357 分解為 3 個「100」、5 個「10」和 7 個「1」
×			6	
			42	⇒步驟二：42 個「1」
		30		⇒步驟三：30 個「10」
	18			⇒步驟四：18 個「100」
		4	2	⇒步驟五：42 個「1」聚成 4 個「10」、2 個「1」
	3	0		⇒步驟六：30 個「10」聚成 3 個「100」、0 個「10」
1	8			⇒步驟七：18 個「100」聚成 1 個「1000」、8 個「100」
2	1	4	2	⇒步驟八：合起來是 2 個「1000」、1 個「100」、4 個「10」 和 2 個「1」，也就是 2142。

【整數乘法解題步驟】



⑩	①	0.1	0.01	
	3.	5	7	⇒步驟一：3.57 分解為 3 個「1」、5 個「0.1」和 7 個「0.01」
×			6	
			42	⇒步驟二：42 個「0.01」
		30		⇒步驟三：30 個「0.1」
		18		⇒步驟四：18 個「1」
		4	2	⇒步驟五：42 個「0.01」聚成 4 個「0.1」、2 個「0.01」
		3	0	⇒步驟六：30 個「0.1」聚成 3 個「1」、0 個「0.1」
1	8			⇒步驟七：18 個「1」聚成 1 個「10」、8 個「1」
2	1.	4	2	⇒步驟八：合起來是 2 個「10」、1 個「1」、4 個「0.1」和 2 個「0.01」，也就是 21.42。

【小數乘法解題步驟】

- 學生計算整數和小數加減問題時，常發生因為整數部份沒有小數點可以和小數的小數點對齊，而對齊數字右邊來計算的迷思，例如「 $19.25 - 8 = 19.13$ 」及「 $12 + 5.67 = 5.79$ 」。建議教師說明小數點是用來標示個位的位置，因此可以將 8 改記成 8.，將 12 改記成 12.後再計算。



N-4-8	<p>數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。</p> <p>備註：標記限一位小數（相當於分母等於 10）與分母不大於 5 的分數。以等值分數思維（N-4-6）協助學生認識整數、分數、小數為一體。因初學等值分數，本條目不處理分數和小數的混合計算問題。</p>	n-II-8
-------	---	--------

<p>基本學習內容</p>
<p>NC-4-8-1 認識一位小數數線。</p>
<p>NC-4-8-2 認識分數數線。</p>

<p>基本學習表現</p>
<p>NCP-4-8-1-1 能認識一位小數數線。</p>
<p>NCP-4-8-1-2 能將一位小數標記在數線上。</p>
<p>NCP-4-8-1-3 能在數線上比較兩個小數的大小及做加減的操作。</p>
<p>NCP-4-8-2-1 認識分數數線。</p>
<p>NCP-4-8-2-2 將真分數、假分數及帶分數標記在數線上。</p>

◎ **基本學習內容 NC-4-8-1 為 NC-3-11-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識整數數線。**

本基本學習內容延伸整數數線的範圍至小數數線。

■ 本基本學習內容不要求學生自己繪製小數數線，教師教學或評量時應先繪製有刻度的小數數線。

■ 因為小數數線的結構和整數數線相同，教師可以先復習整數數線，為學習小數數線鋪路。

例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的 5 有下列兩種意義：

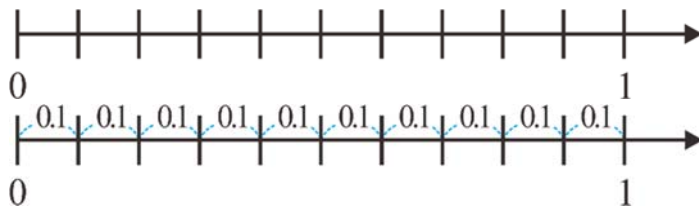
- (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5
- (2) 和原點 0 的距離是 5。

■ 和原點 0 的距離是 5。教師可以透過下列方法幫助學生理解小數數線：

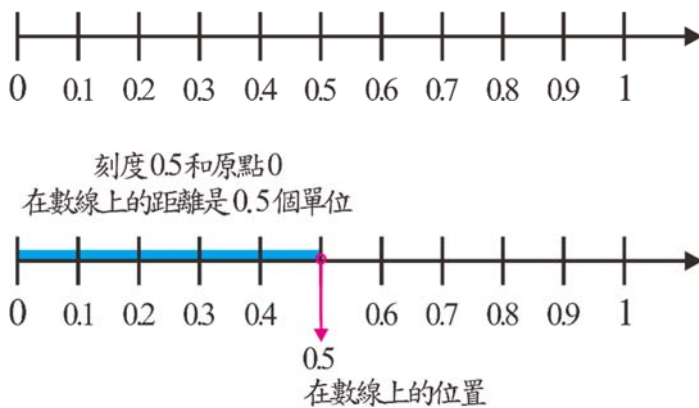
- (1) 以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明刻度 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，刻度 2 指的是 0 和 2 的距離是 2，…。幫助學生理解整數數線的意義。



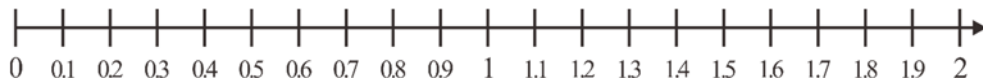
- (2) 以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生理解小數數線的意義。如下所示：



- (3) 將一位純小數標示在小數數線上，並理解刻度 0.1 和刻度 0 的距離是 0.1 單位，刻度 0.5 和刻度 0 的距離是 5 個 0.1 單位，也就是 0.5 單位，……。
如下所示：



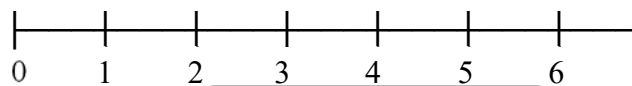
- (4) 將小數數線擴充至 1 以上。



◎ 基本學習內容 NC-4-8-2 為 NC-3-11-1 及 NC-4-8-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識整數數線；也應該已經認識一位小數數線。

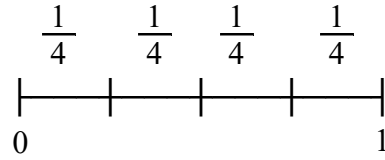
本基本學習內容延伸整數數線的範圍至分數數線。

- 本基本學習內容不要求學生自己繪製分數數線，教師教學或評量時應先繪製有刻度的分數數線。
- 本基本學習內容協助學生將簡單分數標記在數線上，簡單分數指的是分母為 2、3、4、5、10 的分數。
- 教師可以透過下列方法繪製分數數線，幫助學生認識分數數線：
步驟一：先復習整數數線的意義，幫助學生標示出整數數線 0、1、2、...



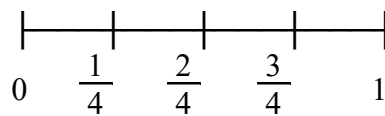
步驟二：先建立 0 和 1 間的分數數線。

0 和 1 兩點間的距離是 1，將 1 平分成 4 份，其中的 1 份長 $\frac{1}{4}$ ，在數線標示每一份的長是 $\frac{1}{4}$ 。



步驟三：透過和 0 的距離是多少的想法，標示出數線上的分數。

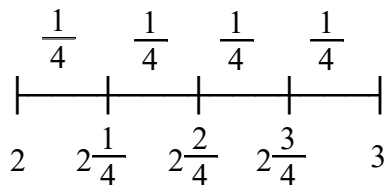
數線上的 $\frac{1}{4}$ 指的是 $\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{4}$ 指的是 $\frac{2}{4}$ 和 0 的距離是 2 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 指的是 $\frac{3}{4}$ 和 0 的距離是 3 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{3}{4}$ ，



步驟四：仿前面建立 0 和 1 間分數數線的步驟，建立其它的分數數線。

下面以建立 2 和 3 之間的分數數線為例說明：
先標示整數數線 0、1、2、3、...

數線上的 $2\frac{1}{4}$ 指的是 $2\frac{1}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $2\frac{2}{4}$ 指的是 $2\frac{2}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{2}{4}$ ， $2\frac{3}{4}$ 指的是 $2\frac{3}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{3}{4}$ 。



步驟五：幫助學生建立其它的分數數線。

- 教師應幫助學生認識帶分數的整數部份相當於數線上的整數。
- 數線是國中學習直角坐標的先備知識，也是統整所有數系及幾何的重要基礎，教師應多提供學生利用數線解題的經驗。



N-4-9	<p>長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。</p> <p>備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。</p>	n-II-9
-------	--	--------

基本學習內容

- NC-4-9-1 認識長度單位「公里」；「公里」與「公尺」、「公分」單位間的化聚(只處理大單位化為小單位)
- NC-4-9-2 含公里單位複名數的加減及整數倍乘法計算。

基本學習表現

- NCP-4-9-1-1 能認識長度單位「公里」。
- NCP-4-9-1-2 能以公里為單位作加、減及整數倍乘法計算。
- NCP-4-9-1-3 認識「1 公里=1000 公尺」，並進行公里、公尺間的整數倍化聚(只處理大單位化為小單位)。
- NCP-4-9-1-4 認識「1 公里=100000 公分」，並進行公里、公分間的整數倍化聚(只處理大單位化為小單位)。
- NCP-4-9-1-5 能選擇恰當的長度單位描述物長。
- NCP-4-9-2-1 能作「公里、公尺」複名數的加減計算問題。
- NCP-4-9-2-2 能作「公里、公尺」複名數的整數倍乘法計算問題。

- ◎ 基本學習內容 NC-4-9-1 為 NC-3-12-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識長度單位「公尺」、「公分」及「毫米」，並作相關的實測、估測與計算。本基本學習內容引入長度單位「公里」；以及長度單位「公里」與「公尺」、「公分」單位間的化聚(只處理大單位化為小單位)。
- 1 公里的量感不易引入，但可透過下列方式認識 1 公里大約有多長。
- (1) 1 公里學生大約走 30 分鐘，成人大約走 15 分鐘。
 - (2) 操場跑道一圈長 200 公尺，1 公里大約走 5 圈。
- 本基本學習內容為長度量的總結。
- 三年級長度化聚教學重點：
- (1) 公尺和公分，以及公分和毫米的整數倍雙向化聚

例如 3 公尺=()公分，300 公分=()公尺。

3 公分 6 毫米=()毫米，36 毫米=()公分()毫米。
 - (2) 引入一位小數後，可以處理毫米聚成公分及公分化成毫米的小數倍化聚

例如 3 毫米=()公分。

3.6 公分=()毫米



四年級長度化聚教學重點：

(1)公里和公尺的整數倍雙向化聚

例如 3 公里=()公尺，3000 公尺=()公里

(2)公里和公分的整數倍化聚(只處理大單位化為小單位)。

例如 3 公里=()公分

引入公里及公分化聚，是為了六年級比例尺的教學鋪路。

(3)引入二位小數後，可以處理公分聚成公尺或公尺化成公分的小數倍化聚。

例如 3 公分=()公尺。

23 公分=()公尺。

3.65 公尺=()公分。

(4)四年級不討論分數倍和小數倍的化聚，

例如 3.8 公尺=()公分(利用乘法解題)。

435 公尺=()公里(利用除法解題)。

分數倍和小數倍的化聚(利用乘法或除法解題)是五年級的教學重點。

◎ 基本學習內容 NC-4-9-2 為 NC-3-12-2 及 NC-4-9-1 之後續學習概念，故學生應該已經能進行公尺、公分，公分、毫米複名數的加減計算；也應該已經認識長度單位「公里」。

本基本學習內容進行含公里單位複名數的加減及整數倍乘法計算。

■ 本基本學習內容建議只要進行「公里、公尺」、「公尺、公分」、「公分、毫米」等較常使用的化聚及複名數加減計算，不宜進行「公尺、毫米」、「公里、公分」及「公里、毫米」等不常使用的化聚及複名數加減計算。

■ 二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如：

「 $38+25$ 」、「3 小時 40 分鐘+2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 5 公分+5 公尺 98 公分」、「3 公斤 460 公克+5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升+23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同。

二位數的加法是逢十進一（10 個①聚成 1 個⑩）。

時間的加法是逢六十進一（60 個 1 分鐘聚成 1 小時）。

長度的加法是逢一百進一（100 個 1 公分聚成 1 公尺）。

重量及容量的加法都是逢一千進一（1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升）。

教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。



- 下面以「 $35+58$ 」和「3 公尺 5 公分+5 公尺 98 公分」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數的加法是逢十進一（10 個①聚成 1 個⑩），長度的加法是逢一百進一（100 個 1 公分聚成 1 個 1 公尺）。

	⑩	①	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒5 個①加 8 個①是 13 個①
	8		⇒3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩
	1	3	⇒13 個①是 1 個⑩和 3 個①
	8		
	9	3	⇒合起來是 9 個⑩和 3 個①

	公	公	
	尺	分	
	3	5	
+	5	98	
		103	⇒ 5 公分加 98 公分是 103 公分
	8		⇒ 3 公尺加 5 公尺是 8 公尺
	1	3	⇒ 103 公分是 1 公尺 3 公分
	8		
	9	3	⇒ 合起來是 9 公尺 3 公分

- 日常生活中我們不會將複名數 3 公尺 5 公分稱為 3 公尺 05 公分，但是將複名數 3 公尺 5 公分改記成單名數時，會稱 3 公尺 5 公分為 305 公分。以複名數加法「3 公尺 5 公分+5 公尺 98 公分=()公尺()公分」為例，透過下圖中的直式算式，說明將 3 公尺 5 公分改記成 3 公尺 05 公分後，教學的重點不再是複名數的加法，而是單名數的加法。下圖中的直式算式一，將 3 公尺和 5 公尺看成一個單位，5 公分和 98 公分看成一個單位，教學重點是複名數的加法。下圖中的直式算式二，將 3 公尺 5 公分改記成 3 公尺 05 公分，目的是將「3 公尺 5 公分+5 公尺 98 公分」的複名數加法問題，轉換成「305 公分+598 公分」的單名數加法問題。

	公	公
	尺	分
	3	5
+	5	98

直式算式一

	公	公
	尺	分
	3	05
+	5	98

直式算式二

	公	公
	尺	分
		305
+		598

直式算式三



N-4-10	<p>角度「度」(同 S-4-1):量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。</p> <p>備註:量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。</p>	n-II-9
--------	--	--------

基本學習內容

NC-4-10-1 認識角度單位「度」。

基本學習表現

NCP-4-10-1-1 能認識角度單位「度」。

NCP-4-10-1-2 能使用量角器實測角度。

NCP-4-10-1-3 能使用量角器畫出指定角度的角。

NCP-4-10-1-4 能量出兩邊不在量角器刻度 0 上角的角度。

NCP-4-10-1-5 能進行角度的加、減計算。

◎ 基本學習內容 NC-4-10-1 為 N-3-13-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識角，並能進行角的直接及間接比較。

本基本學習內容引入角度的常用單位「度」，以及測量角度的工具—量角器。

- 教學時，應透過三角板，幫助學生建立 30 度、45 度、60 度、90 度等角度的量感。
- 評量給定角的角度時，應容許一些誤差，不應要求太嚴格。
- 本基本學習內容引入角度的常用單位「度」之後，可以說直角的角度是 90 度，也可以進行角度的加減計算。
- 為了方便量角度，量角器都有兩組刻度，其中一組是順時針方向，另一組是逆時針方向，因此，部份學生使用量角器測量角度時，常將 70 度報讀為 110 度。當學生尚未掌握直角、銳角及鈍角的意義前，報讀角度時，應要求同時報讀始邊和終邊兩個刻度，養成先將始邊對齊刻度 0，也就是先找 0 度，再看終邊刻度的習慣，並將刻度 0 到刻度 70 間的角度稱為 70 度。當學生掌握鈍角及銳角的意義，知道被測量角度和直角 90 度大小關係後，面對銳角 70 度時，不會將它報讀為 110 度。



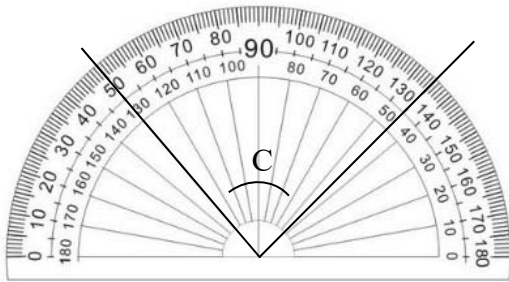
- 以「下圖中角 C 的角度是多少度？」為例，提出兩種幫助學生解題的方法。

(1) 透過點數刻度解題：

先找出角兩邊在量角器上外圈(或內圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，再由 50 度開始，往角的另一邊開始 10 度及 1 度一數，10、20、30、40、50、60、70、80，81、82、83、84、85，得到該角角度為 85 度的答案。

(2) 透過旋轉角及減法解題：

先找出角兩邊在量角器上外圈(或內圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，先說明可以利用減法算式 $50 - 0 = 50$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 50 度所夾的角是 50 度， $135 - 0 = 135$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 135 度，再說明可以利用減法算式 $135 - 50 = 85$ 算出刻度 50 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 85 度。



N-4-11	<p>面積：「平方公尺」。實測、量感、估測與計算。</p> <p>備註：基於 N-4-2，本條目不做「平方公分」換到「平方公尺」的問題。不用複名數進行計算。</p>	n-II-9
--------	--	--------

基本學習內容

NC-4-11-1 認識面積單位「平方公尺」；「平方公分」、「平方公尺」單位化聚(只處理大單位化為小單位)。

基本學習表現

NCP-4-11-1-1 能認識面積單位「平方公尺」，能以平方公尺為單位作相關的實測與估測。

NCP-4-11-1-2 能以平方公尺為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

NCP-4-11-1-3 能認識「1 平方公尺=10000 平方公分」，並進行平方公尺平方公分間的整數化聚(只處理大單位化為小單位)。

NCP-4-11-1-4 能理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同，並能說明原因。

◎ 基本學習內容 NC-4-11-1 為 NC-3-14-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積單位「平方公分」。

本基本學習內容開始引入面積單位「平方公尺」，並進行平方公分、平方公尺間的化聚活動(只處理大單位化為小單位)。

- 教師應多提供學生以「1 平方公尺」為單位的實測活動，例如走廊和 27 個「1 平方公尺」合起來一樣大，所以走廊的面積是 27 平方公尺，幫助學生建立較大單位面積的量感。
- 當學生理解「1 平方公尺」和「蘋果、花片等」相同，都是可以被計數的單位，就能幫助學生進行平方公尺面積單位的加減和整數倍計算。
 例如甲地和 10 個「1 平方公尺」合起來一樣大，乙地和 8 個「1 平方公尺」合起來一樣大，可以利用加法「 $10+8=18$ 」算出兩地合起來的面積與 18 個「1 平方公尺」合起來一樣大，所以兩地的面積和是 18 平方公尺。
 也可以利用減法「 $10-8=2$ 」算出甲地的面積比乙地大 2 個「1 平方公尺」，所以甲地和乙地的面積相差 2 平方公尺。
 也可以利用乘法「 $10\times 3=30$ 」算出甲地面積的 3 倍與 30 個「1 平方公尺」合起來一樣大，也就是 30 平方公尺。



- 本基本學習內容先引入 1 平方公分，再引入 1 平方公尺，下面說明如何幫助學生將平方公尺化成平方公分。
 - 步驟一：先命名邊長 1 公尺的正方形面積為 1 平方公尺
 - 步驟二：1 平方公尺是邊長 1 公尺的正方形面積，也是邊長 100 公分正方形的面積，邊長 100 公分正方形是由 10000 個 1 平方公分組成的，所以 1 平方公尺 = 10000 平方公分
 - (1) 如果尚未引入正方形的面積公式，可以利用平方公分板，透過乘法算式 $100 \times 100 = 10000$ ，算出邊長 100 公分正方形的面積是 10000 平方公分。
 - (2) 如果已引入正方形面積公式，可以利用面積公式算出邊長 100 公分正方形的面積是 10000 平方公分。

- 三年級引入面積單位「平方公分」，四年級引入面積單位「平方公尺」。本基本學習內容開始進行「平方公分」和「平方公尺」的化聚活動。因為學生除法的經驗尚不足，因此只可以評量平方公尺化成平方公分的問題，例如「8 平方公尺 = () 平方公分」，不宜評量「平方公分」聚成「平方公尺」的問題，例如「80000 平方公分 = () 平方公尺」。

- 學生在二年級已經理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。延伸上面的解題經驗，本基本學習內容要求學生也能理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同，並能說明原因。
 - 例如：有一塊地板，用藍色磁磚鋪 450 塊可以鋪滿，用綠色磁磚鋪要 310 塊，用黃色磁磚鋪要 200 塊，用紅色磁磚鋪要 120 塊，請問哪種顏色的磁磚面積最大？為什麼？

- 本基本學習內容不處理「平方公分」、「平方公尺」單位複名數的加、減和整數倍計算。

- 二年級只進行面積的直接、間接及個別單位比較。
 - 三年級引入面積單位「平方公分」。
 - 四年級引入面積單位「平方公尺」。
 - 五年級引入面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」。



N-4-12	<p>體積與「立方公分」：以具體操作為主。體積認識基於 1 立方公分之正方體。</p> <p>備註：教學應注意體積不容易做直接與間接比較，應和 1 立方公分之正方體一起教學。同 S-4-4。</p>	n-II-9
--------	---	--------

基本學習內容

NC-4-12-1 認識體積及體積單位「立方公分」，並進行實測、估測及計算。

基本學習表現

NCP-4-12-1-1 能認識體積。

NCP-4-12-1-2 能認識體積單位「立方公分」。

NCP-4-12-1-3 能以立方公分為單位作相關的實測與估測。

NCP-4-12-1-4 能以立方公分為單位作加、減及整數倍乘法計算。

- ◎ **基本學習內容 NC-4-12-1 首次引入體積的教材，幫助學生認識體積，同時引入體積的常用單位「立方公分」，並進行實測、估測及計算。**
- 長度、容量、面積、重量、角度、體積都是感官量，一年級開始引入長度，二年級開始引入容量、面積與重量，三年級開始引入角度，上述這些量開始引入時，都只進行直接、間接及個別單位比較，並沒有引入常用單位。四年級才開始引入體積，因為學生已有相當多學習其它感官量的經驗，因此同時引入體積的常用單位。教師應確定學生已認識體積的意義之後，才能進行體積常用單位「立方公分」的教學。
 - 體積的直接及間接比較不易進行，教師幫助學生認識體積的意義後，可以利用將白色積木堆疊成正方體或長方體的方式，進行體積的個別單位比較，例如正方體由 27 個白色積木排成，長方體由 24 個白色積木排成，27 個比 24 個多，所以正方體的體積比較大。
 - 教師應多提供學生以「1 立方公分」為單位的實測活動，邊長 1 公分正方體積木的體積是 1 立方公分，長方體由 24 個白色積木排成，所以長方體的體積和 24 個 1 立方公分合起來一樣大，可以說體積是 24 立方公分。
 - 教師可以評量由白色積木拼成長方體(或正方體)的體積，例如計算一層有 4 排、一排有 5 個、有 3 層長方體的體積，學生可以計算出白色積木有 60 個，得到長方體的體積是 60 立方公分。
但是不宜評量給定長、寬、高的長方體，或給定邊長正方體的體積，五年級才引入長方體(或正方體)的體積公式。



N-4-13	<p>解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。含時間單位換算。</p> <p>備註：教學須包含各種類型的時間加減問題。建議不直接談時差，與時差有關問題，可在布題時先處理。</p>	n-II-10
--------	--	---------

基本學習內容

- NC-4-13-1 認識 12 時制及 24 時制，並能進行互換。
 NC-4-13-2 解決複名數時間和時刻的加減問題。

基本學習表現

- NCP-4-13-1-1 能認識 12 時制及 24 時制。
 NCP-4-13-1-2 能進行 12 時制及 24 時制的互換。
 NCP-4-13-2-1 能解決複名數的時間量加減計算問題。
 NCP-4-13-2-2 能解決兩時刻間經過多少時間的問題。
 NCP-4-13-2-3 能解決甲時刻經過某時間量後是什麼時刻的問題。
 NCP-4-13-2-4 能解決甲時刻在某時間量之前是什麼時刻的問題。

- ◎ 基本學習內容 NC-4-13-1 為 NC-1-6-1 及 NC-2-13-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識常用時間用語上午、中午及下午；也應該已經能報讀幾點幾分。本基本學習內容幫助學生認識 12 時制及 24 時制，並能進行互換。
- 教師應分辨日常生活中的說法與數學上說法的異同。
 - (1) 「現在是什麼時間？」是日常生活中經常使用的說法，數學上的說法是「現在是什麼時刻？」。
 - (2) 「下午 12 時 40 分」是日常生活中經常使用的說法，而數學上的說法是「下午 0 時 40 分」，因為 12 時制不會超過 12 時。
 - (3) 「11 時至 13 時或 12 時至 13 時都稱為中午」是日常生活中經常使用的說法；數學上的說法是「中午是為了區分上午和下午，因此只有 12 時是中午」。
- 學生一年級已學過「上午」、「中午」及「下午」等時間用語，二年級學過報讀鐘面時刻。使用「上午」、「中午」及「下午」來表示一天時刻的方式，稱為「12 時制」。
- 學生必須熟悉 12 時制，才能將 12 時制改記成 24 時制，並進行 12 時制和 24 時制的互換。在二、三年級時，教師宜培養學生使用 12 時制的習慣，例如「上午 7 時 40 分到校」、「中午 12 時用餐」、「下午 3 點 10 分打掃工作」等，為四年級引入 24 時制，以及 12 時制及 24 時制的互換鋪路。



- 24 時制是將 12 時制重新命名的活動，教師宜透過時間數線進行教學。教學建議如下：

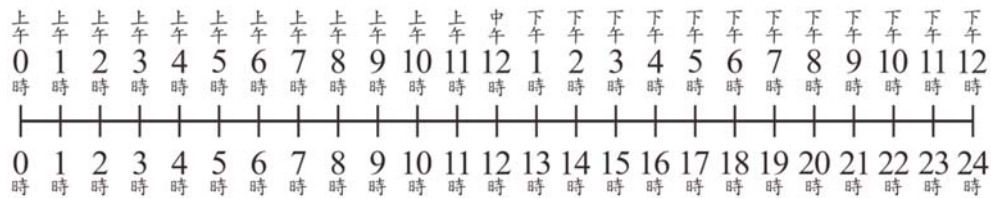
(1)從中午 12 時引入 12 時制的時間數線。

一般都從上午 0 時開始引入 12 時制的時間數線，建議先引入中午 12 時，接著依序標示出下午的時刻（中午 12 時經過 1 小時是下午 1 時）。

最後依序標示出上午的時刻（中午 12 時前面 1 小時是上午 11 時）。從中午 12 時引入 12 時制的時間數線，而不是從上午 0 時開始引入，主要的原因是上午 0 時學生都在睡覺，沒有經歷上午 0 時的經驗。



(2)透過重新命名，將 12 時制時間數線改記成 24 時制時間數線。



- ◎ 基本學習內容 NC-4-13-2 為 NC-3-17-2 之後續學習概念，故學生應該已能進行時、分複名數時間量的加減(不進退位)。

本基本學習內容幫助學生解決複名數時間和時刻的加減問題。

- 時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」的計算：
 三年級：只處理同單位加減及不進退位的複名數時間量加減問題。
 四年級：處理進退位的複名數時間量加減問題。

- 四年級時間的加減包含下列類型，都可以進退位：

(一)時間量的加減：

例如：「3 小時 50 分鐘和 2 小時 30 分鐘合起來是多少小時多少分鐘？」。

(二)時刻及時間的加減：

(1)兩時刻間經過多少時間：

上午 3 時 45 分到下午 7 時 18 分經過多少小時多少分鐘？

(2)甲時刻經過某時間量後是什麼時刻：

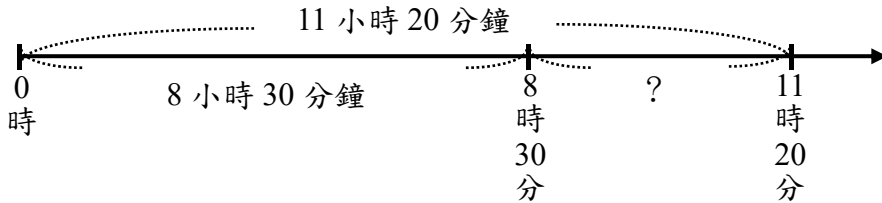
現在是 3 時 25 分，經過 5 小時 47 分鐘後是幾時幾分？

(3)甲時刻在某時間量之前是什麼時刻：

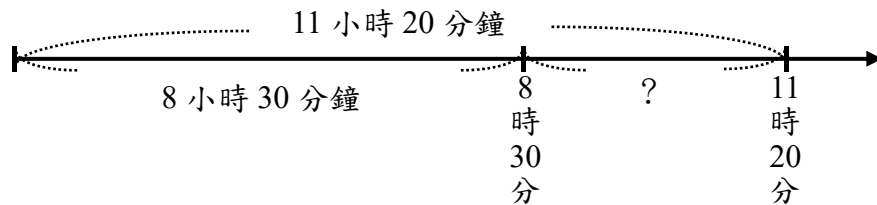
現在是下午 3 時 25 分，5 小時 47 分鐘前是上午幾時幾分？



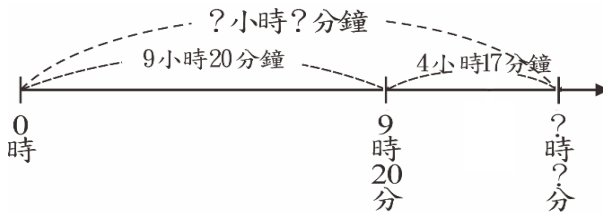
- 教師可透過時間數線，幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。以「上午8時30分到上午11時20分，經過幾小時幾分鐘？」為例，可以透過時間數線，將「上午8時30分」解讀為和上午0時0分的距離是「8小時30分鐘」，將「上午11時20分」解讀為和上午0時0分的距離是「11小時20分鐘」，利用「11小時20分鐘－8小時30分鐘＝2小時50分鐘」，就能得到經過2小時50分鐘的答案。



- 教師透過時間數線進行教學時，應清楚標示時間量或時刻的用語。以下圖為例，時間數線上課度標示的是時刻「8時10分」及「11時20分」，距離標示的是時間量「8小時10分鐘」及「11小時20分鐘」。將兩時間量相減可以算出8時30分到11時20分經過2小時50分鐘。

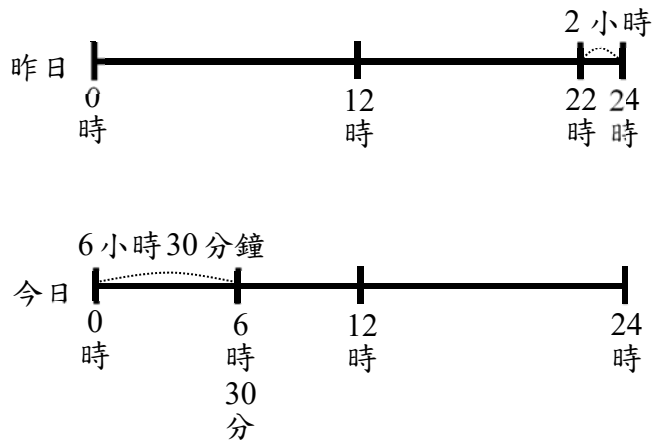


- 以「一部電影片長4小時17分鐘，從上午9時20分開始播放，電影結束是幾時幾分？(用12時制表示)」為例，可以透過時間數線，將「上午9時20分」解讀為和上午0時0分的距離是「9小時20分鐘」，利用「9小時20分鐘＋4小時17分鐘＝13小時37分鐘」，算出結束的時間是「13時37分」。13時37分就是下午1時37分。



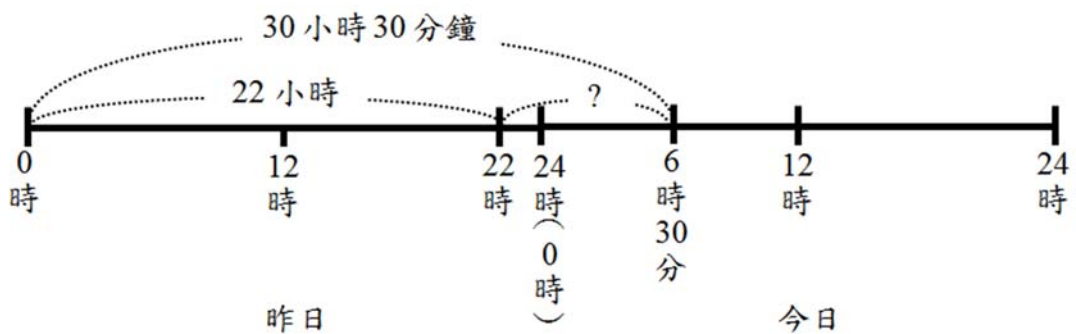
- 以「哥哥昨天下午 10 時上床睡覺，今天上午 6 時 30 分起床，他總共睡了幾小時幾分鐘？」為例，教師透過時間數線進行跨日時間教學時，宜先畫出兩日的兩條時間數線幫助學生解題，解題成功後再將兩日的時間數線合併。

方法一：畫出兩日的時間數線解題



下午 10 時改記成 24 時制是 22 時， $24 - 22 = 2$ ，表示昨日睡了 2 小時。
 6 時 30 分到 0 時的距離是 6 小時 30 分鐘，表示今日睡了 6 小時 30 分鐘，
 $2 \text{ 小時} + 6 \text{ 小時 } 30 \text{ 分鐘} = 8 \text{ 小時 } 30 \text{ 分鐘}$ ，表示哥哥從昨日下午 10 時到今日上午 6 時 30 分，共睡了 8 小時 30 分鐘。

方法二：連接兩日時間數線解題



下午 10 時改記成 24 時制是 22 時，0 時到 22 時的距離是 22 小時。
 $24 \text{ 小時} + 6 \text{ 小時 } 30 \text{ 分鐘} = 30 \text{ 小時 } 30 \text{ 分鐘}$ ，表示昨日 0 時到今日 6 時 30 分的距離是 30 小時 30 分鐘。
 $30 \text{ 小時 } 30 \text{ 分鐘} - 22 \text{ 小時} = 8 \text{ 小時 } 30 \text{ 分鐘}$ ，表示哥哥從昨日下午 10 時到今日上午 6 時 30 分，共睡了 8 小時 30 分鐘。

S-4-1	<p>角度「度」(同 N-4-10):量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。</p> <p>備註:量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。</p>	n-II-9
-------	---	--------

基本學習內容
SC-4-1-1 認識角度單位「度」。

基本學習表現
<p>SCP-4-1-1-1 能認識角度單位「度」。</p> <p>SCP-4-1-1-2 能使用量角器實測角度。</p> <p>SCP-4-1-1-3 能使用量角器畫出指定角度的角。</p> <p>SCP-4-1-1-4 能量出兩邊不在量角器刻度 0 上角的角度。</p> <p>SCP-4-1-1-5 能進行角度的加、減計算。</p>

◎ 本基本學習內容 SC-4-1-1 同 NC-4-10-1。



S-4-2	<p>解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。</p> <p>備註：不處理超過 360 度的問題。</p>	s-II-4
-------	---	--------

基本學習內容

SC-4-2-1 理解旋轉角的意義，並能認識平角及周角。

基本學習表現

SCP-4-2-1-1 能理解旋轉角的意義。

SCP-4-2-1-2 能認識順時針旋轉及逆時針旋轉的意義。

SCP-4-2-1-3 能認識平角的意義，知道平角的角度是 180 度。

SCP-4-2-1-4 能認識周角的意義，知道周角的角度是 360 度。

SCP-4-2-1-5 知道分針(時針)轉 1 圈時旋轉了 360 度，轉 1 大格時旋轉了 30 度，轉 1 小格時旋轉了 6 度。

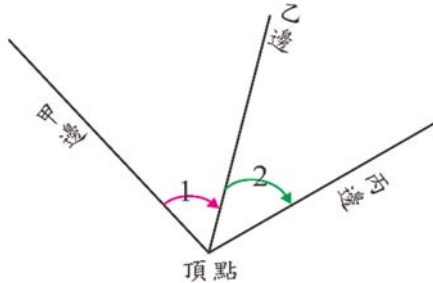
◎ 基本學習內容 SC-4-2-1 為 SC-3-13-1 及 SC-4-1-1(同 NC-4-10-1)之後續學習概念，故學生應該已經認識角、並能進行角的直接及間接比較；也應該已經認識角度單位「度」，並能使用量角器實測角度或畫出指定的角度。本基本學習內容幫助學生理解旋轉角，以及平角和周角的意義。

- 三年級討論的是「張開角」，教學重點是比較兩角張開程度的大小。四年級討論的是「旋轉角」，教學的重點是結合三年級張開角的概念及旋轉現象，不是將旋轉角當做新的名詞來定義。
「張開角」角度的範圍不能超過 180 度，「旋轉角」角度的範圍可以在 360 度以內(含 360 度)。
- 旋轉角是向量，應要求學生同時說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法，例如：-30 度或 +150 度。
- 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。
- 教師可以評量「向右轉」或「向後轉」旋轉了多少度，不宜評量「沿著正方形公園走一圈」旋轉了多少度。前者是旋轉角的概念，後者每次旋轉的端點都不相同。

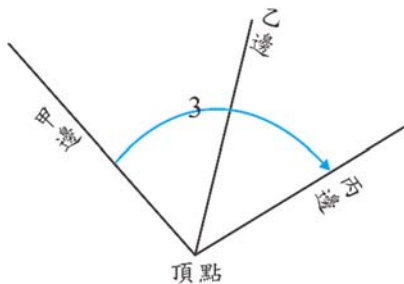


- 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及用減法算式記錄角度分解結果的意義。

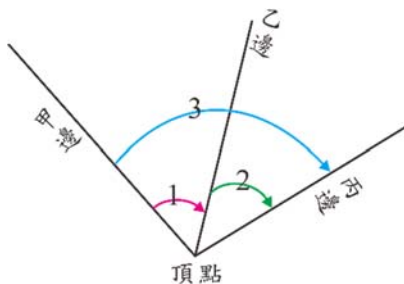
例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。



再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。



透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。



- 本基本學習內容引入「平角」及「周角」的名詞。

教師可透過鐘面，幫助學生看到指針以順時針方向從 12 轉到 3，再由 3 轉到 6，旋轉了兩個直角；以順時針方向從 3 轉到 9，也是旋轉了兩個直角，進而引入像這樣始邊與終邊在同一直線上的，看起來平平的角，稱為「平角」。平角是由兩個直角所合成，角度為 180 度。若指針以順時針方向從 12 轉到 6，再由 6 轉到 12，旋轉了一周；以順時針方向從 3 轉到 9，再由 9 轉到 3，也是旋轉了一周，像這樣旋轉一周，始邊與終邊重疊的角，稱為「周角」。周角由兩個平角所合成，角度為 360 度。



- 分針轉 1 圈時旋轉了一個周角，也就是旋轉了 360 度，1 圈有 12 大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以轉 1 大格時旋轉了 30 度；1 圈有 60 小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以轉 1 小格時旋轉了 6 度。也可以透過 1 大格有 5 小格， $30 \div 5 = 6$ ，得到轉 1 小格時旋轉了 6 度。



S-4-3	<p>正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。</p> <p>備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。</p>	s-II-1
-------	--	--------

基本學習內容

SC-4-3-1 理解長方形和正方形的周長公式。

SC-4-3-2 理解長方形和正方形的面積公式。

基本學習表現

SCP-4-3-1-1 能理解長方形的周長公式。

SCP-4-3-1-2 能理解正方形的周長公式。

SCP-4-3-1-3 能計算由正方形及長方形組成簡單複合圖形的周長。

SCP-4-3-2-1 能理解長方形的面積公式。

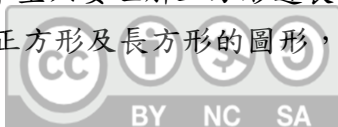
SCP-4-3-2-2 能理解正方形的面積公式。

SCP-4-3-2-3 能計算由正方形及長方形組成簡單複合圖形的面積。

◎ **基本學習內容 S-4-3-1 為 SC-2-4-2 之後續學習概念，故學生應該已經能夠實測平面圖形的邊長及周長。**

本基本學習內容引入長方形和正方形的周長公式。

- 利用正方形及長方形周長公式計算周長時，邊的長度可以是整數或一位、兩位小數；但利用正方形及長方形面積公式計算面積時，邊的長度只能是整數。
- 學生常混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義，教師應多提供學生利用長度單位「1 公分」或「1 公尺」實測的經驗，例如 50 個「1 公分」接起來，剛好和甲繩一樣長，可以稱甲繩的長度是 50 公分；也應該多提供學生利用面積單位「1 平方公分」或「1 平方公尺」實測的經驗，例如將 30 個「1 平方公分」合起來，剛好和色紙一樣大，就可以稱色紙的面積是 30 平方公分。
「1 公分」和「1 平方公分」是兩種不相同的量，當學生有豐富的長度及面積單位實測的經驗，比較不會混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義。
- 如果學生混淆正方形及長方形周長及面積公式，教師可以要求學生熟記面積公式即可，評量周長時，學生只要理解正方形邊長、長方形長邊、寬邊，以及圖形周長的意義，並畫出正方形及長方形的圖形，就能順利的解題。



- 長方形周長有三種解題方式。

第一種：長方形周長＝長＋長＋寬＋寬

第二種：長＋長＝長 \times 2，寬＋寬＝寬 \times 2

長方形周長＝長 \times 2＋寬 \times 2

第三種：長＋寬＋長＋寬＝(長＋寬) \times 2

長方形周長＝(長＋寬) \times 2

第三種解題方式最有效率，所以數學上選擇第三種解題方式為長方形周長的公式。

教師可以將求長方形周長視為先加後乘的兩步驟問題，透過併式的記法引入長方形周長公式。教師不宜透過第二種解題方式，利用乘法對加法的分配律

「長 \times 2＋寬 \times 2＝(長＋寬) \times 2」引入第三種長方形周長公式，基本學習內容五年級才引入乘法對加法的分配律。

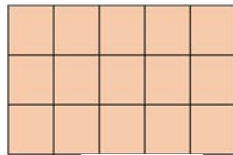
- ◎ 基本學習內容 S-4-3-2 為 NC-3-14-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積單位「平方公分」，並進行實測、估測及計算。

本基本學習內容引入長方形和正方形的面積公式。

- 以「長 5 公分、寬 3 公分長方形的面積是多少平方公分？」為例，教師布題時應給定圖一的長方形，不能給定圖二的長方形，因為長方形內部是沒有格線的。圖二是學生將 1 平方公分的方瓦排在圖一長方形內部後形成的圖形。



圖一



圖二

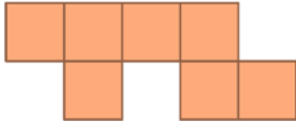
- 建議教師透過排列方瓦的方式引入長方形和正方形的面積公式，不宜透過鋪蓋平方公分板的方式引入長方形和正方形的面積公式。

排列方瓦比較容易讓學生認識面積單位 1 平方公分，例如 24 個方瓦能蓋滿一個長方形，得到長方形的面積和 24 個方瓦合起來一樣大，也就是和 24 個 1 平方公分合起來一樣大，所以長方形的面積是 24 平方公分。

- 以「長 5 公分、寬 3 公分長方形的面積是多少平方公分？」為例，說明如何幫助學生理解長邊及寬邊都是整公分的長方形面積公式。

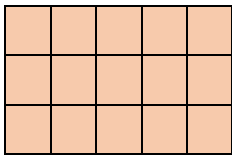
步驟一：建立單位面積 1 平方公分的概念

例如知道下圖是由 7 個 1 平方公分合起來的，所以下圖的面積是 7 平方公分。



步驟二：利用 1 平方公分的方瓦覆蓋給定的長方形，並利用乘法算式算出有多少個 1 平方公分

例如下圖是用 1 平方公分方瓦覆蓋的長方形，要求學生用一排有幾個 1 平方公分，一共有幾排的方式，利用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出面積是 15 平方公分。



步驟三：理解被乘數、乘數和長邊、寬邊的公分數之間的關係。

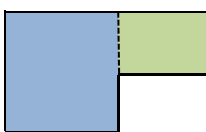
例如長邊是 5 公分，剛好有 5 個 1 平方公分的方瓦，也就是一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，剛好有 3 個 1 平方公分的方瓦，也就是一共有 3 排。

步驟四：透過長邊和寬邊的公分數，直接用乘法算出單位面積的個數，並形成長乘以寬面積公式算法的共識。

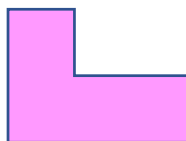
長邊是 5 公分，表示一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，表示一共有 3 排，因此可以透過長邊及寬邊的公分數，利用一排有幾個、有幾排的方式算出長方形的面積，並得到「長方形面積 = 長邊的公分數 \times 寬邊的公分數」的結果。

當學生有一些利用上述公式解題的經驗後，教師可以將上述公式中「長邊的公分數 \times 寬邊的公分數」簡記為「長邊 \times 寬邊」或「長 \times 寬」。

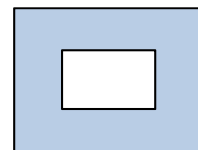
- 教學時，可以討論長方形面積相等，但形狀不一定相同，為五年級引入因數概念鋪路。也可以討論周長相等的長方形，他們的面積不一定相等。
- 本基本學習內容只要求學生計算簡單複合圖形的周長，簡單複合圖形限兩圖形之組合，如下圖圖一與圖二，不包含一圖形包含於另一圖形的問題，如圖三。



圖一



圖二



圖三



S-4-4	<p>體積：以具體操作為主。在活動中認識體積的意義與比較。認識 1 立方公分之正方體，能理解並計數正方體堆疊的體積。</p> <p>備註：教學應注意體積不容易做直接與間接比較，應和 1 立方公分之正方體一起教學。同 N-4-12。</p>	n-II-9
-------	---	--------

基本學習內容

SC-4-4-1 認識體積及體積單位「立方公分」，並進行實測、估測及計算。

基本學習表現

SCP-4-4-1-1 能認識體積。

SCP-4-4-1-2 能認識體積單位「立方公分」。

SCP-4-4-1-3 能以立方公分為單位作相關的實測與估測。

SCP-4-4-1-4 能以立方公分為單位作加、減及整數倍乘法計算。

◎ 基本學習內容 SC-4-4-1 同 NC-4-11-1。



S-4-5	<p>垂直與平行：以具體操作為主。直角是 90 度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線；作平行線。</p> <p>備註：透過操作和觀察知道平行線間距離處處相等，非數學證明。</p>	s-II-3
-------	--	--------

基本學習內容

SC-4-5-1 理解平面上兩線垂直的意義。

SC-4-5-2 理解平面上兩線平行的意義。

基本學習表現

SCP-4-5-1-1 能理解平面上垂直的意義。

SCP-4-5-1-2 能理解直角是 90 度並認識直角記號。

SCP-4-5-1-3 能用直尺或三角板畫出直角。

SCP-4-5-1-4 能用直尺或三角板畫出互相垂直的兩線段(包含過線上一點或線外一點作垂直線)。

SCP-4-5-2-1 能理解平面上平行的意義。

SCP-4-5-2-2 能用直尺或三角板畫出互相平行的兩直線(包含過線外一點作平行線)

SCP-4-5-2-3 能認識平行線間的距離處處相等。

- 基本學習內容 SC-4-5-1、SC-4-5-2 為 SC-3-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識直角。

基本學習內容 SC-4-5-1 幫助學生理解平面上兩線垂直的意義。基本學習內容 SC-4-5-2 幫助學生理解平面上兩線平行的意義。

- 本基本學習內容針對兩線平行與兩線垂直下定義，也就是給定判斷兩線是否互相平行或互相垂直的方法。

兩線平行： L_1 與 L_2 同時垂直於 L ，稱 L_1 與 L_2 兩線互相平行。

兩線垂直： L_1 與 L_2 相交且有一個交角為直角，稱 L_1 與 L_2 兩線互相垂直。

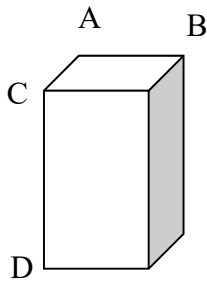
- 日常生活中常出現「水平線」和「鉛垂線」的名詞，水平線是伴隨著水平面出現的一條虛擬直線，將一杯水平放在桌面上，水面會是水平面，當我們將注意力放在水平面上的邊時，就能觀察到水平線的現象；日常生活中到處都存在鉛垂線，垂吊的燈飾，懸掛燈籠的繩子等都是鉛垂線。

學生可能混淆「水平線」和「平行線」，以及「鉛垂線」和「垂直線」的意義，誤認為「水平線」就是「平行線」，「鉛垂線」就是「垂直線」。

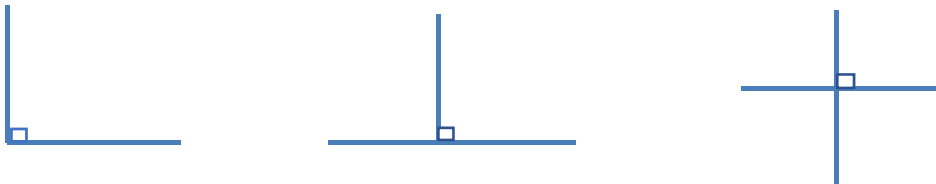
水平線和鉛垂線是日常生活中自然存在的一條直線，而平行線和垂直線是描述兩條直線間的關係。



- 本基本學習內容不討論空間中線與線的平行與垂直關係。以下圖中的線段 AB 和線段 CD 為例，國小階段討論垂直時，討論的對象是兩條給定的線段，圖中線段 AB 和線段 CD 這兩條直線並沒有相交，所以沒有交角是直角，回到垂直的定義，線段 AB 和線段 CD 不垂直。高中階段討論的對象是兩類直線(等價類)，我們可以製定一個三維的直角坐標，將線段 AB 的 A 點平移至原點，線段 CD 的 C 點也平移至原點，平移後的線段 AB 和線段 CD 相交於原點，且有一個交角是直角，所以高中階段稱線段 AB 和線段 CD 兩線互相垂直。教師在評量時，不宜出現此類問題，避免引起爭議。



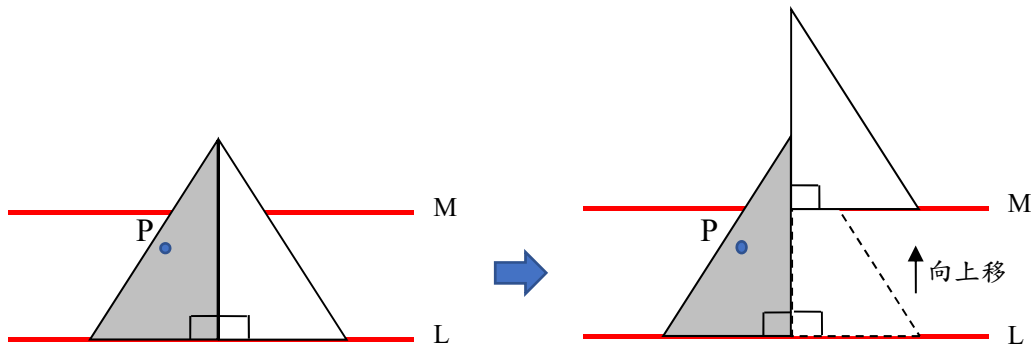
- 平面上存在下圖中三種垂直的情境，第一種情境只存在 1 個直角，第二種情境存在 2 個直角，第三種情境存在 4 個直角，這三種情境經常隱藏在幾何圖形中，它們都滿足兩直線互相垂直的關係。建議教師在教學時，這三種情境都要溝通，不能只討論其中一種情境。



- 兩直線永遠不會相交是兩線平行的現象，但是不能當作判斷兩線是否平行的方法，因為無法檢驗兩線是否不會有交點。
- 國小階段可以利用有刻度的直尺及三角板等工具，畫出平行線和垂直線，不必理會國中尺規作圖的約定。教師只要追問「你怎麼知道畫出的兩線是平行線或垂直線？」即可。
- 學生應先學會利用三角板檢驗直線 L 與直線 M 是否為平行線的方法，再解決給定一直線 L 及線外一點 P，畫出過 P 點且與直線 L 的平行線問題。
 - 利用兩個三角板來檢查兩線是否平行。

如下圖，檢查 L、M 兩直線是否平行，可先將兩個三角板的一股邊分別與直線 L 重合，且使這兩個三角板的另一股邊互相重合。接著，將其中的一個三角板不動，另一個三角板向上平移。此時，若此三角板原本與直線 L 重合的股邊能與直線 M 重合，L 和 M 兩直線互相平行。





(2) 給定一直線 L 及線外一點 P ，畫出過 P 且平行 L 的直線 M 。

學生有用兩個三角板來檢查兩線是否平行的經驗後，教師可以給定一直線 L 及線外一點 P ，要求學童利用兩個三角板，仿前面的方式，畫出過線外 P 點的平行線 M 。

- 本基本學習內容幫助學生觀察平行線間距離處處相等的現象，但是不給兩平行線的距離下定義。

建議教師依下列步驟幫助學生認識平行線間的距離處處相等

步驟一：溝通點到點的距離

以 A 、 B 為端點可以有很多不同的路徑，數學上稱最短路徑的長度為這兩點的距離。

在這些連接 A 、 B 兩點的路徑中，連接 A 、 B 兩點直線段路徑的長度最短，因此 AB 線段的長度就是 A 、 B 這兩點的距離，如圖一。

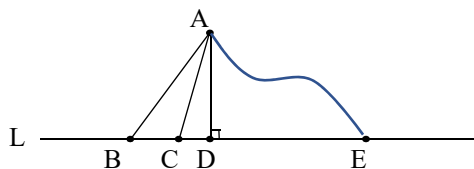


圖一

步驟二：溝通點到線的距離

A 點到直線 L 可以有很多不同的路徑，例如直線 AB 、 AC 、 AD 和曲線 AE 等，數學上稱最短路徑的長度為 A 點到直線 L 的距離。

教師可以透過實測，說明線段 AD 垂直直線 L 時，線段 AD 是這些路徑中最短的路徑，因此線段 AD 的長度就是點 A 到直線 L 的距離，如圖二。



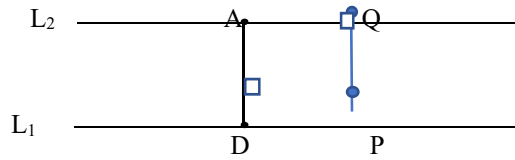
圖二



步驟三：溝通平行線的距離

L_1 、 L_2 為平行線，在 L_2 上取一點 A ，過 A 做垂直 L_1 的線段 AD ，線段 AD 的長度為這兩條平行線的距離。

在 L_1 上取一點 P ，過 P 做垂直 L_2 的線段 PQ ，則線段 PQ 的長度也是這兩條平行線的距離，如圖三。

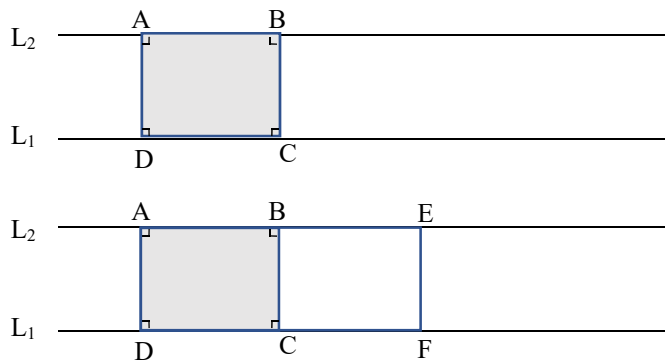


圖三

步驟四：利用長方形鄰邊互相垂直，對邊等長的性質，認識平行線間距離處處相等。

畫出長方形 $ABCD$ ，透過平行線的定義，說明邊 AB 和邊 DC 互相平行，再延伸邊 AB 為 L_1 、邊 DC 為 L_2 ， L_1 和 L_2 兩線也互相平行。邊 AD 和邊 BC 的長度都是兩平行線的距離，長方形對邊 AD 和 BC 等長，也就是兩平行線的距離相等。

可以在平行線 L_1 、 L_2 間做另一個長方形 $AEFD$ ，同理也可以得知，長方形對邊 EF 和 AD 等長，也就是兩平行線的距離都相等，如圖四。



圖四

S-4-6	<p>平面圖形的全等：以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。</p> <p>備註：在具有平移或旋轉對稱特性的圖形上，學生可察覺豐富的全等模式。平移、旋轉、翻轉描述操作的方式，非名詞教學，名詞不應出現。</p>	S-II-2
基本學習內容		
SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。		
基本學習表現		
SC-4-6-1 能判斷兩平面圖形是否全等。 SC-4-6-2 能用「對應點」、「對應邊」及、「對應角」描述兩全等圖形對應的關係。 SC-4-6-3 知道全等圖形的性質，在平移、旋轉、翻轉的操作下不會改變。		

◎ 基本學習內容 SC-4-6-1 為 S-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能透過疊合判斷兩個平面圖形是否全等。

本基本學習內容幫助學生認識平面圖形全等的意義，引入「全等」的名詞，並能用「對應點」、「對應邊」及「對應角」描述兩全等圖形對應的關係。

■ 將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，該圖形的形狀和大小不會改變，討論的是圖形形狀的保留概念；將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，會和另一個圖形完全疊合，討論的是兩個圖形的全等關係。學生必須掌握圖形形狀的保留概念，才能透過疊合判斷兩圖形是否全等。

當學生掌握兩圖形全等的意義後，可以開始討論全等關係的對稱性及遞移性。

全等的對稱性：圖形甲和圖形乙全等，圖形乙也會和圖形甲全等。

全等的遞移性：若圖形甲和圖形乙全等，圖形乙和圖形丙全等，則圖形甲和圖形丙全等。

■ 四年級引入全等圖形、五年級引入線對稱圖形、六年級引入放大與縮小圖，這些教材討論的重點都是兩個圖形之間的關係。

全等是最容易溝通的關係，教師應透過操作，幫助學生認識兩圖形間構成要素的對應關係，例如三角形 ABC 和三角形 DEF 全等，將兩圖形疊合後，邊 AB 和邊 DE 重合，稱邊 AB 的對應邊為邊 DE，也稱邊 AB 和邊 DE 互為對應邊； $\angle A$ 和 $\angle D$ 重合，稱 $\angle A$ 的對應角為 $\angle D$ ，也稱 $\angle A$ 和 $\angle D$ 互為對應角；A 點和 D 點重合，稱 A 點的對應點為 D 點，也稱 A 點和 D 點互為對應點，為五年級及六年級學習相關教材鋪路。

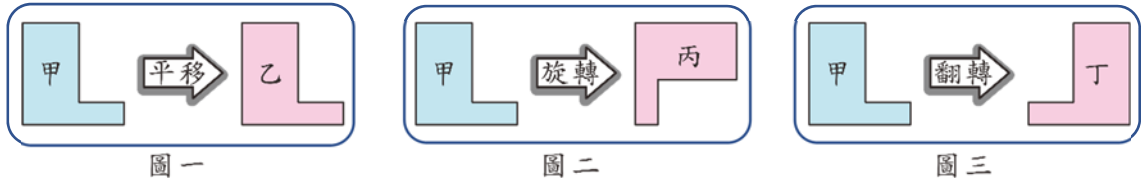
■ 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後，和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。下面以圖一、圖二及圖三為例說明。



在圖一中，只要將左邊的圖形平移至右邊，就能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

在圖二中，必須先將左邊的圖形平移至右邊，再將左邊的圖形順時針旋轉 90 度，或逆時針旋轉 270 度，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

在圖三中，將左邊的圖形平移至右邊，不論如何旋轉，這兩個圖形都無法完全疊合，必須將左邊的圖形翻轉，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。



- 全等圖形不受顏色干擾，教師應強調「形狀、大小」相同，兩個圖形能完全疊合，釐清學生迷思概念。
- 教師應透過平移、旋轉或翻轉圖形，幫助學生理解圖形的性質，在全等的操作下不會改變。例如將等腰三角形橫放、直放、斜放或翻轉，兩腰等長或兩底角相等的性質不會改變。

S-4-7	三角形 ：以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。	s-II-1
-------	---	--------

基本學習內容

SC-4-7-1 運用「角」與「邊」的特徵比對辨認三角形。

SC-4-7-1 透過操作，認識三角形的簡單性質。

基本學習表現

SCP-4-7-1-1 理解有一個角是直角、另兩個角是銳角的三角形為直角三角形。

SCP-4-7-1-2 理解有一個角是鈍角、另兩個角是銳角的三角形為鈍角三角形。

SCP-4-7-1-3 理解三個角都是銳角的三角形為銳角三角形。

SCP-4-7-1-4 理解有兩邊等長或三邊都等長的三角形為等腰三角形。

SCP-4-7-1-5 理解三邊都等長的三角形為正三角形。

SCP-4-7-1-6 理解有一個角是直角的等腰三角形為等腰直角三角形。

SCP-4-7-2-1 認識等腰三角形兩底角相等。

SCP-4-7-2-2 認識正三角形的三個角都會相等。

◎ **基本學習內容 SC-4-7-1 為 SC-2-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識給定正三角形、等腰三角形的邊長關係。**

本基本學習內容運用「角」與「邊」的特徵比對辨認三角形。

■ 本基本學習內容運用「角」與「邊」的特徵比對，辨認下列三角形，也就是給下列三角形下定義。

等腰三角形：兩邊等長或三邊都等長的三角形。

直角三角形：有一個角是直角，另兩個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角，另兩個角是銳角的三角形。

等腰直角三角形：有一個角是直角的等腰三角形。

正三角形：三邊都等長的三角形。

■ 有兩種定義正三角形的方法：

第一種：三邊都等長的三角形。

第二種：三邊都等長且三個角都一樣大的三角形。

建議教師在四年級時引入第一種定義，因為只要知道三角形三邊等長，就能確定該三角形為正三角形。

五年級引入正多邊形的定義，例如 n 邊都一樣長， n 個角都一樣大的 n 邊形，稱為正 n 邊形後 ($n \geq 3$)，正三角形成為正多邊形的一種，此時才能引入第二種定義，稱三邊都等長且三個角都一樣大的三角形為正三角形。

- 有三種定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的方法：
 - 第一種方法：直角三角形：有一個角是直角、其它二個角是銳角的三角形。
 - 鈍角三角形：有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形。
 - 銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。
 - 第二種方法：直角三角形：有一個角是直角的三角形。
 - 鈍角三角形：有一個角是鈍角的三角形。
 - 銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。
 - 第三種方法：直角三角形：最大角是直角的三角形。
 - 鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。
 - 銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

因為五年級才引入三角形內角和為 180 度的性質，學生不知道一個角是直角或鈍角時，其它兩個角一定是銳角，因此本基本學習內容限制使用第一種方法定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形。

- 有兩種定義等腰三角形的方法：
 - 第一種：有兩邊等長的三角形。
 - 第二種：兩邊等長或三邊都等長的三角形。

數學上將正三角形也看成等腰三角形，因此第一種定義中的「有」，指的是「最少有」，學生可能不理解其意義，建議教師引入第二種定義。

教師不宜過度評量正三角形是等腰三角形的問題。

- 教師不宜直接宣告有 2 條邊一樣長且有一個角是直角的三角形為等腰直角三角形，學生不易同時掌握「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質。建議教師透過下列兩種方式幫助學生理解等腰直角三角形的意義。
 - 第一種：由等腰三角形中找出直角三角形
 - 教師可以利用扣條等教具先做出等長的兩條邊，也就是先滿足等腰三角形的條件，再旋轉扣條讓兩邊的夾角是直角，最後圍成一個三角形，稱這個做出來的三角形為等腰直角三角形。
 - 第二種：由直角三角形中找出等腰三角形
 - 教師可以先利用三角板畫出直角，也就是先滿足直角三角形的條件，再利用圓規畫出等長的兩邊，最後再連成一個三角形，稱這個畫出來的三角形為等腰直角三角形。當學生有這兩種方法的學習經驗後，較能夠掌握等腰直角三角形同時具備「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質的意義。



- ◎ 基本學習內容 SC-4-7-2 為 SC-4-7-1 之後續學習概念，故學生應該已經能運用「角」與「邊」的特徵比對辨認三角形。
本基本學習內容透過操作，幫助學生認識三角形的簡單性質。
- 可以透過摺紙或實測，幫助學生認識圖形的幾何性質。例如：等腰三角形的兩個底角相等，正三角形的三個角都相等。



S-4-8	<p>四邊形：以邊與角的特徵（含平行）認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。</p> <p>備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。</p>	s-II-3
-------	---	--------

基本學習內容

- SC-4-8-1 運用「角」與「邊」的特徵比對，辨識正方形、長方形、菱形。
- SC-4-8-2 運用「有幾雙對邊平行」的特徵比對，辨識平行四邊形、梯形。
- SC-4-8-3 透過操作，認識四邊形的簡單性質。

基本學習表現

- SCP-4-8-1-1 理解四邊等長且四個角都是直角的四邊形為正方形。
- SCP-4-8-1-2 理解四個角都是直角的四邊形為長方形。
- SCP-4-8-1-3 理解四邊等長的四邊形為菱形。
- SCP-4-8-2-1 理解兩雙對邊平行的四邊形是平行四邊形。
- SCP-4-8-2-2 理解一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形是梯形。
- SCP-4-8-2-3 理解兩腰等長的梯形是等腰梯形。
- SCP-4-8-3-1 認識等腰梯形的兩個底角相等。
- SCP-4-8-3-2 理解平行四邊形沿對角線分開的兩三角形全等。
- SCP-4-8-3-3 認識長方形兩雙對邊等長。

◎ 基本學習內容 SC-4-8-1 為 SC-3-2-1 及 SC-3-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能以邊與角的特徵比對來定義正方形和長方形。

本基本學習內容幫助學生由邊和角的特徵比對辨識正方形、長方形、菱形。

■ 本基本學習內容運用「角」與「邊」的特徵比對辨認正方形、長方形、菱形，也就是給下列四邊形下定義。

正方形：四邊等長且四個角都是直角的四邊形。

長方形：四個角都是直角的四邊形。

菱形：四邊都等長的四邊形。

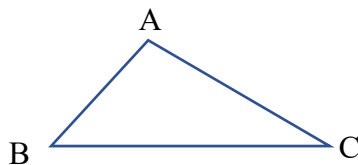
■ 可以透過定義討論正方形是否為長方形。例如正方形的四個角都是直角，滿足長方形四個角都是直角的定義，所以正方形也是長方形。正方形的四個邊都等長，滿足菱形四個邊都等長的定義，所以正方形也是菱形。但不宜評量兩類圖形的包含關係。



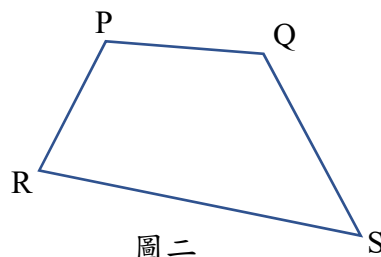
◎ 基本學習內容 SC-4-8-2 為 SC-4-5-2 及 SC-4-8-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解平面上兩線平行的意義；也應該已經能由邊和角的特徵比對辨識正方形、長方形、菱形。

本基本學習內容幫助學生由「有幾雙對邊平行」的特徵比對，辨識平行四邊形、梯形。

- 本基本學習內容運用「有幾雙對邊平行」的特徵比對辨認平行四邊形、梯形，也就是給下列四邊形下定義。
 平行四邊形：兩雙對邊都平行的四邊形。
 梯形：一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形。
- 教師不宜稱「有一雙對邊平行的四邊形為梯形」，應該稱「一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形為梯形」。因為「有」可以包含三種意義，第一種是「至多有」，第二種是「恰有」，第三種是「至少有」，學生可能混淆其意義。
- 對邊指的是某條邊或某個角相對的邊，一雙對邊(或一組對邊)指的是兩條邊的關係，這兩條邊互為相對的邊，國小學生常混淆對邊和一雙對邊的意義。
- 以圖一中的三角形 ABC 為例，我們稱邊 AB 為角 C 的對邊，稱角 A 為邊 BC 的對角，也就是說，三角形中，每個角都有對邊，每個邊都有對角。
 數學上稱大角對大邊、大邊對大角就是這個意思。
- 教師也可以幫助學生認識等腰梯形。
 由梯形中找出等腰形並不困難，教師先溝通梯形中不平行的兩邊稱為梯形的兩腰，再說明兩腰等長的梯形稱為等腰梯形。
- 以圖二中的四邊形 PQRS 為例，邊 PQ 有兩條相鄰的邊 PS 和邊 QR，邊 PQ 有一條相對的邊 SR，我們稱邊 PS 和邊 QR 為邊 PQ 的鄰邊，稱邊 SR 為邊 PQ 的對邊。相同的方式，邊 SR 也有一條相對的邊 PQ，我們稱邊 PQ 為邊 SR 的對邊。當學生掌握邊 SR 是邊 PQ 的對邊時，邊 PQ 也是邊 SR 的對邊、邊 PQ 是邊 SR 的對邊時，邊 SR 也是邊 PQ 的對邊的關係後，可以引入一雙對邊的名詞，稱邊 PQ 和邊 RS 為一雙對邊。
 相同的方式，教師也可以說明角 P 和角 R 為一雙對角。



圖一



圖二



- ◎ 基本學習內容 SC-4-8-3 為 SC-4-8-1 及 SC-4-8-2 之後續學習概念，故學生應該已經能運用「角」與「邊」的特徵比對，辨識正方形、長方形、菱形；也應該已經能運用「有幾雙對邊平行」的特徵比對，辨識平行四邊形、梯形。
本基本學習內容透過操作，幫助學生認識四邊形的簡單性質。

- 可以透過摺紙，幫助學生認識圖形的幾何性質。例如：長方形兩雙對邊等長，正方形四邊等長且四個角都是直角等性質。

- 可以透過摺紙或實測，幫助學生認識等腰梯形的兩個底角相等。



R-4-1	<p>兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。</p> <p>備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題（N-2-8、N-3-7），也應複習並進行併式學習。</p>	r-II-3
-------	---	--------

基本學習內容

RC-4-1-1 用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。
RC-4-1-2 整數四則混合計算(兩步驟)。

基本學習表現

RCP-4-1-1-1 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並用一個併式記錄解題過程。
RCP-4-1-1-2 能用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。
RCP-4-1-2-1 能認識整數兩步驟四則混合計算「括號先算」的約定。
RCP-4-1-2-2 能認識整數兩步驟四則混合計算「先乘除後加減」的約定。
RCP-4-1-2-3 能認識整數兩步驟四則混合計算「由左往右算」的約定。
RCP-4-1-2-4 能用逐次減項的記法記錄整數四則混合計算(兩步驟)解題。

◎ **基本學習內容 RC-4-1 為 NC-4-3-1 及 NC-4-3-2 之後續學習概念，故學生應該已經能夠解決整數乘、除兩步驟問題；也應該能夠解決整數連除兩步驟問題，並用兩個算式記錄解題活動。**

本基本學習內容是整數兩步驟問題的總結。幫助學生用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

■ 能在具體情境中，解決多步驟問題的教學順序如下：

二年級：在具體情境中，解決「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題。

三年級：在具體情境中，解決「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題。

四年級：在具體情境中，解決「乘、除」及「連除」兩步驟問題。

在具體情境中，能用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

五年級：在具體情境中，能用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

六年級：在具體情境中，能用併式列出二步驟及三步驟分數或小數問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。



- 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

(1)用兩個算式記錄解題活動

$$15+25=40, 40\div 5=8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(2)將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將「} 15+25=40, 40\div 5=8 \text{」改記成「} (15+25)\div 5=8 \text{」}$$

(3)用併式記錄解題活動

$$(15+25)\div 5=8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(4)用算式填充題來列式

$$(15+25)\div 5=()$$

(5)先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(15+25)\div 5=()$$

$$(15+25)\div 5$$

$$=40\div 5$$

$$=8, \text{答：可以買 8 枝}$$

- 以逐次減項的記法「 $5\times(12+8)=5\times 20=100$ 」為例，它是以下解題過程的摘要記法：

$$5\times(12+8)=5\times 20,$$

$$5\times 20=100,$$

因為等號滿足遞移性($A=B, B=C$ ，所以 $A=C$)，

$$\text{所以 } 5\times(12+8)=100$$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 5×20 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性，所以 $5\times(12+8)=100$ 」也省略了。教師可以透過詢問為什麼「 $5\times(12+8)$ 」的答案是 100，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

- ◎ **基本學習內容 RC-4-1-2 開始引入整數四則混合計算(兩步驟)問題，幫助學生認識「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」等運算次序的約定。**

- 整數四則混合計算時，除法必須能整除。

- $2\times 3+7=6+7=13$ 是利用「先乘除後加減」運算次序的約定，不是利用「由左往右算」運算次序的約定。

- 「 $12\div 3\times 2=12\div 6=2$ 」是學生常出現的迷思概念，這些學生混淆「先乘除後加減」運算次序的約定，誤認為乘的運算次序比除優先。教師應說明這些算式都是「乘、除」，要使用「由左往右算」運算次序的約定。



- 以 $7+2+2+2+2$ 為例，學生可以利用加法來解題，如果學生將算式改記成 $7+2\times 4$ ，就表示要先算「 $2+2+2+2=2\times 4$ 」的部份，所以數學上約定乘的部份要先算。

- 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

括號先算： $13-(2+5)=13-7=6$

$$7\times(5-2)=7\times 3=21$$

先乘除後加減： $5+3\times 4=5+12=17$

$$12-6\div 2=12-3=9$$

$$5\times 6+2=30+2=32$$

$$60\div 2-9=30-9=21$$

由左往右算： $12+3-5=15-5=10$

$$12\div 3\times 2=4\times 2=8$$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部份要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

(1)算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減

(2)算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。

簡稱為由左往右算。

- 以「 $25\times 17\times 4=()$ 」為例，說明運算次序和運算性質的差異。

(1)運算次序： $25\times 17\times 4=(25\times 17)\times 4=425\times 4=1700$

教學重點：先算什麼，後算什麼。

(2)運算性質： $25\times 17\times 4=(25\times 4)\times 17=100\times 17=1700$

教學重點：利用乘法交換律與乘法結合律簡化計算。

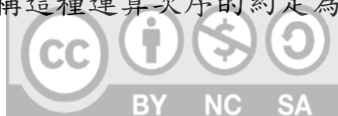
本基本學習內容的教學重點是運算次序，教師教學的重點是「由左往右算」運算次序的約定，不宜同時討論運算性質。

- 對四年級學生而言，「先乘除後加減」的四則混合計算問題最困難，建議教師透過比較下列左右兩個算式的運算次序，幫助學生發現兩個共同的特徵。

(1)這些算式中，「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都有。

(2)左邊的算式有括號，括號的部份要先算，右邊的算式中沒有括號，有乘或除運算的部份要先算。

再說明算式中「加、減」這一類和「乘、除」這一類的運算都有的時候，要先算「乘、除」的部份，稱這種運算次序的約定為「先乘除後加減」。



$(2 \times 3) + 7 = 6 + 7$ $= 13$	$2 \times 3 + 7 = 6 + 7$ $= 13$
$(30 \div 3) - 7 = 10 - 7$ $= 3$	$30 \div 3 - 7 = 10 - 7$ $= 3$
$20 - (3 \times 4) = 20 - 12$ $= 8$	$20 - 3 \times 4 = 20 - 12$ $= 8$
$8 + (12 \div 3) = 8 + 4$ $= 12$	$8 + 12 \div 3 = 8 + 4$ $= 12$

R-4-2	<p>四則計算規律 (I)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。</p> <p>備註：加減部分，不做$a-(b-c)$之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。</p>	r-II-4
-------	--	--------

基本學習內容

RC-4-2-1 理解乘法結合律。

RC-4-2-2 在四則混合計算中，應用數的運算性質簡化計算。

基本學習表現

RCP-4-2-1-1 能在具體情境中，理解乘法結合律。

RCP-4-2-1-2 能在具體情境中，利用乘法結合律來簡化計算。

RCP-4-2-2-1 能在四則混合計算中，應用數的運算性質簡化計算。

- ◎ **基本學習內容 RC-4-2-1 為 RC-2-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識乘法交換律。**

本基本學習內容在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。

- 建議教師在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。

以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，幫助學生認識先算 1 箱有 25×12 顆蘋果，再算 20 箱有幾顆蘋果，記成 $(25 \times 12) \times 20 = 6000$ ；和先算 20 箱有 12×20 盒蘋果，再算 12×20 盒有幾顆蘋果，記成 $25 \times (12 \times 20) = 6000$ ，因為答案相同，所以 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$ 。

- 教師應幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次，以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，有兩個認識乘法結合律性質的層次：

層次一：學生必須算出答案，才相信「 $(25 \times 12) \times 20$ 」和「 $25 \times (12 \times 20)$ 」的答案相同。

層次二：學生不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同。

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。



- 「乘法結合律」的名詞不宜出現在四年級以前(含四年級)的教學與評量中。
- 以「 $25 \times 11 \times 4 = ?$ 」為例，數學上常同時利用乘法結合律和乘法交換律來簡化計算， $(25 \times 11) \times 4 = 25 \times (11 \times 4) = 25 \times (4 \times 11) = (25 \times 4) \times 11 = 100 \times 11 = 1100$ 。

◎ 基本學習內容 RC-4-2-2 為 RC-1-2-1、RC-2-2-1、RC-2-3-1、RC-4-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律。

本基本學習內容幫助學生在四則混合計算中，應用數的運算性質簡化計算。

- 本基本學習內容的運算性質指的是：

加法交換律： $a + b = b + a$ 。

加法結合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

乘法交換律： $a \times b = b \times a$ 。

乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

- 本基本學習內容只處理利用加法交換律和結合律，以及將數字拆解來簡化計算的運算性質。

例如： $23 + 58 + 73 + 142 = (23 + 73) + (58 + 142) = 100 + 200 = 300$

$$\begin{aligned} 1001 + 1003 + 1005 &= (1000 + 1000 + 1000) + (1 + 3 + 5) \\ &= 3000 + 9 = 3009 \end{aligned}$$

本基本學習內容不處理下列加減混合的運算性質。

$a + b - c = a - c + b$ ； $a - b - c = a - (b + c)$ ； $a - b + c = a - (b - c)$

- 本基本學習內容只處理利用乘法交換律和結合律，以及將數字分解來簡化計算的運算性質。

例如： $25 \times 11 \times 12 \times 4 = (25 \times 4) \times 11 \times 12$

$$20 \times 30 \times 40 = 2 \times 10 \times 3 \times 10 \times 4 \times 10 = (2 \times 3 \times 4) \times (10 \times 10 \times 10) = 24 \times 1000 = 24000$$

$$37 \times 5 = 37 \times 10 \div 2 = 370 \div 2 = 185$$

本基本學習內容不處理下列乘除混合的運算性質。

$a \times b \div c = a \div c \times b$ ； $a \div b \div c = a \div (b \times c)$ ； $a \div b \times c = a \div (b \div c)$



R-4-3	<p>以文字表示數學公式：理解以文字和運算符號聯合表示的數學公式，並能應用公式。可併入其他教學活動（如 S-4-3）。</p> <p>備註：如 S-4-3 的「長方形面積＝長×寬」、「正方形周長＝邊長×4」等。</p>	r-II-2
-------	---	--------

基本學習內容

RC-4-3-1 用文字表示長方形和正方形的周長公式。

RC-4-3-2 用文字表示長方形和正方形的面積公式。

基本學習表現

SCP-4-3-1-1 能用文字表示長方形的周長公式。

SCP-4-3-1-2 能用文字表示正方形的周長公式。

SCP-4-3-2-1 能用文字表示長方形的面積公式。

SCP-4-3-2-2 能用文字表示正方形的面積公式。

◎ 基本學習內容 R-4-3-1 為 SC-4-3-1 及 SC-4-3-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方形和正方形的周長及面積公式。

本基本學習內容幫助學生使用文字表示長方形和正方形的周長及面積公式。

- 以正方形周長公式為例，周長公式中的文字「邊長」是變數的概念，指的是正方形的邊長是任意的數字時，正方形的周長都可以表示成「正方形周長＝邊長×4」。國小四年級學生可能無法理解變數的意義。

建議教師透過以符號代表一個已知數的想法，幫助學生認識可以用文字表示求正方形周長計算過程中的邊長。

例如用 $5 \times 4 = 20$ 求出邊長 5 公分正方形的周長後，可以將「正方形周長＝ 5×4 」改記成「正方形周長＝邊長×4」，此時的邊長只代表 5 公分；

用 $12 \times 4 = 48$ 求出邊長 12 公分正方形的周長後，可以將「正方形周長＝ 12×4 」改記成「正方形周長＝邊長×4」，此時的邊長只代表 12 公分。

當學生有足夠以邊長代表一個數的經驗後，才可能理解邊長可以代表任意數的意義。

- 本基本學習內容限制只能用文字來表示公式，不處理用符號來表示公式的教學。



- 以長方形面積公式為例，面積公式中的文字「長」和「寬」都是變數的概念，指的是長方形的長或寬是任意的數字時，長方形的面積都可以表示成「長方形面積＝長×寬」。國小四年級學生可能無法理解變數的意義。
建議教師透過以符號代表一個已知數的想法，幫助學生認識可以用文字表示求長方形的面積計算過程中的長和寬。
例如用 $5 \times 4 = 20$ 求出長 5 公分、寬 4 公分長方形的面積後，可以將「長方形面積＝ 5×4 」改記成「長方形面積＝長×寬」，此時的長只代表 5 公分，而寬只代表 4 公分；
用 $12 \times 4 = 48$ 求出長 12 公分，寬 4 公分長方形的面積後，可以將「長方形面積＝ 12×4 」改記成「長方形面積＝長×寬」，此時的長只代表 12 公分，寬只代表 4 公分。
當學生有足夠以長和寬分別代表一個數的經驗後，才可能理解長和寬可以代表任意數的意義。



R-4-4	<p>數量模式與推理 (II)：以操作活動為主。二維變化模式之觀察與推理，如二維數字圖之推理。奇數與偶數，及其加、減、乘模式。</p> <p>備註：含學生之簡單推理與說明。如百數表模式、月曆模式之數字模式等。不可出現公式，此非本條目之學習目標。</p>	r-II-2
-------	--	--------

基本學習內容
RC-4-4-1 找出二維變化模式的下一項，並說明理由。

基本學習表現
RCP-4-4-1-1 觀察二維圖表之變化模式並說明。
RCP-4-4-1-2 觀察數字模式之變化並說明。
RCP-4-4-1-3 根據觀察之模式進行下一項推理。

◎ 基本學習內容 RC-4-4-1 是 RC-3-2-1 之後續學習概念，學生應該已經能從一維變化模式簡單推理題目中的規律、數量模式的變化並說明原因。

本基本學習內容開始引入二維變化模式，主要活動以長方形方式呈現，包括文字、圖像、物件和數字表格等的察覺、說明和溝通，並透過十十乘法表、基本加法事實的規律探討來理解奇數與偶數，及其加、減、乘模式之變化。

■ 透過將基本加法事實表中是奇數(或偶數)的數塗色的方法，幫助學生發現，在基本加法事實表中的數都滿足「奇數+偶數=奇數」、「偶數+奇數=奇數」、「奇數+奇數=偶數」、「偶數+偶數=偶數」的結果。

教師可以舉一些基本加法事實表以外的數字，例如 $5+37=42$ ， $37+63=100$ ，幫助學生認識「奇數+奇數=偶數」的結果，對所有的數字都成立。

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18



- 透過將十十乘法表中積是奇數(或偶數)的數塗色的方法，幫助學生發現，在十十乘法表中的數都滿足「奇數 \times 偶數=偶數」、「偶數 \times 奇數=偶數」、「奇數 \times 奇數=奇數」的結果。

教師也可以舉一些十十乘法表以外的數字，例如 $5 \times 37 = 185$ ， $37 \times 63 = 2331$ ，幫助學生認識「奇數 \times 奇數=奇數」的結果，對所有的數字都成立。

\times	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- 教師可從學生熟悉的物件切入，如百數表、月曆、十十乘法表、基本加法事實...等，幫助學生察覺與分析簡單的二維模式規律，進行推理、溝通與說明，但涉及整理結構的九宮格、數獨和魔方陣，非本基本學習內容探討之範圍。

D-4-1	<p>折線圖以及製作長條圖：報讀與說明 生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。</p> <p>備註：教學與示例應注意處理「分類資料」與「有序變化性資料」之差別。</p>	d-II-1
-------	--	--------

基本學習內容

DC-4-1-1 報讀長條圖。

DC-4-1-2 報讀折線圖。

基本學習表現

DCP-4-1-1-1 能報讀生活中常用的簡單長條圖。

DCP-4-1-1-2 能報讀生活中常用的複雜長條圖(包含省略符號的長條圖)。

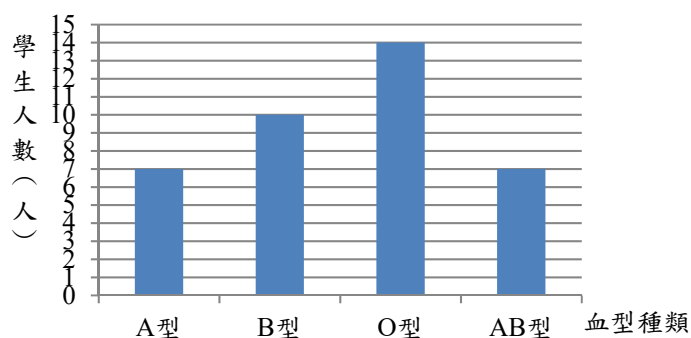
DCP-4-1-2-1 能報讀生活中常用的折線圖。

DCP-4-1-2-2 能報讀生活中常用的複雜折線圖。

◎ 基本學習內容 DC-4-1-1 為 DC-3-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀生活中常見的一維及二維表格。

本基本學習內容幫助學生報讀生活中常用的長條圖。

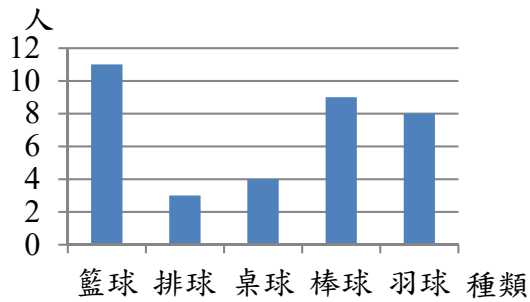
- 由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，若資料項目屬於類別變數，也就是只知道某一個項目和其它的項目不同，這些項目間沒有顯著的關聯性、次序性，數學上經常使用長條圖來溝通。以統計某年級學生血型人數的長條圖為例，當改變類別變數(血型)的位置時，並不會影響長條圖的意義。長條圖很容易看到部份與部份間的差異量關係，但是不容易看到部份與全體間的倍數關係。以圖一為例，我們較容易看到不同血型人數的差異量，例如 A 型的學生比 O 型的學生少 7 人、A 型和 AB 型學生人數的和與 O 型學生人數一樣多；較不容易看到不同血型學生人數和全體學生人數間的倍數關係，例如 A 型學生人數佔全體學生人數的幾分之幾。



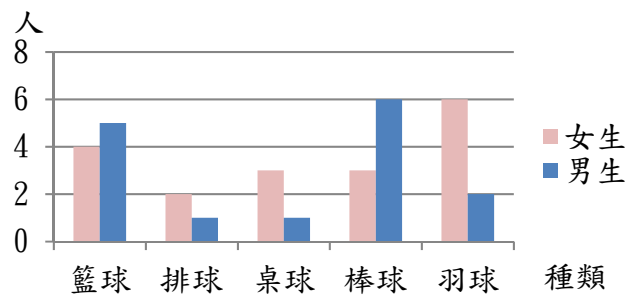
四年級學生血型人數統計 (圖一)



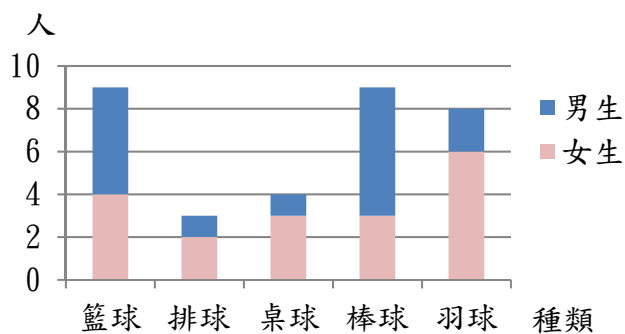
- 學生必須有報讀長條圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能要求學生解讀。
報讀：看到資料直接讀出數據。
解讀：觀察資料以後，能使用自己的話說出對資料的想法。
- 可配合其它領域進行教學，並與社會重要議題結合。
- 本基本學習內容要求學生必須有報讀「簡單的長條圖」的能力(如圖二)，有足夠報讀經驗後，才能要求學生報讀「複雜的長條圖」(如圖三和圖四)。



四年級學生喜愛球類運動長條圖 (圖二)



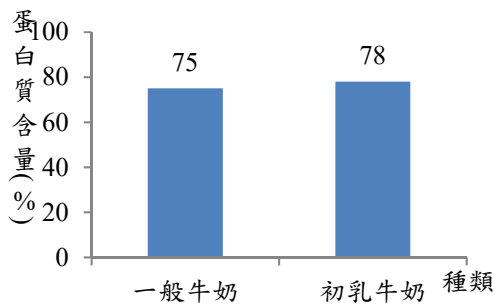
四年級學生喜愛球類運動長條圖 (圖三)



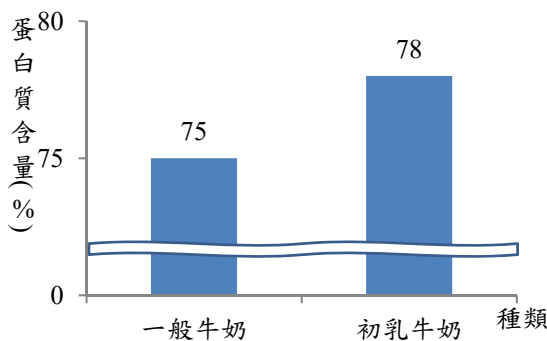
四年級學生喜愛球類運動長條圖 (圖四)



- 在繪製長條圖或折線圖時，當部份項目的個數很多，繪出來的長條太長，或折線都偏向圖形的上方，為了圖形的美觀，我們經常使用省略符號調整圖形的高度，讓整個長條圖或折線圖的長與寬接近黃金比例。雖然使用省略符號會讓長條圖比較美觀，但是也會影響部份傳遞訊息的正確性。以一般牛奶(蛋白質含量是 75%)與初乳牛奶(蛋白質含量是 78%)蛋白質含量比較的情境為例，圖五是沒有省略符號的長條圖，圖六是有省略符號的長條圖，圖五和圖六中蛋白質含量的差異量都是 3%，並沒有改變，但是它們高度的倍數關係產生改變，在圖五中，兩者蛋白質含量的比值很接近 1，但是在圖六中，初乳牛奶蛋白質含量是一般牛奶蛋白質含量的 2 倍以上。



兩種牛奶蛋白質含量統計圖(圖五)



兩種牛奶蛋白質含量統計圖(圖六)

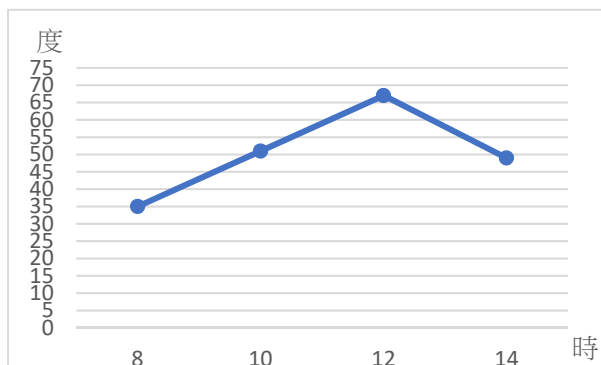
- 本基本學習內容只要求學生報讀長條圖，並沒有要求學生繪製長條圖。教師在課堂活動中可以提供學生有繪製長條圖的經驗，但不可以評量學生繪製長條圖的問題。



- ◎ 基本學習內容 DC-4-1-2 為 DC-3-1-1 及 DC-4-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀生活中常見的一維及二維表格；也應該已經能夠報讀生活中常用的長條圖。

本基本學習內容幫助學生報讀生活中常用的折線圖。

- 由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，如果資料項目屬於有序變數，例如時間、成績、身高、體重等，也就是當變數有方向或次序的關係時，數學上經常使用折線圖來溝通。以不同時間太陽高度角測量的折線圖為例，當我們改變有序變數(時間)的位置時，就會失去折線圖原本要傳遞訊息的意義。一般而言，折線圖是探討資料隨著時間或次序關係增加的變化情形，或用以預測可能的變化趨勢，其橫軸大都是依據時間的先後順序或數字的大小順序排列的，以下圖為例，我們很容易看到由 8 時至 14 時太陽高度角的變化情形。



太陽高度角測量統計圖

本基本學習內容要求學生必須有報讀折線圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能要求學生解讀。

報讀：看到資料直接讀出數據。

解讀：觀察資料以後，能使用自己的話說出對資料的想法。

- 本基本學習內容只要求學生報讀生活中常用的折線圖，繪製折線圖是五年級教學的重點。



國民小學五年級數學基本學習內容

數與量

N-5-1	<p>十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。</p> <p>備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「300×1200」與「$600000 \div 4000$」之處理。</p>	n-III-1
-------	--	---------

基本學習內容

NC-5-1-1 認識十進位位值系統。

基本學習表現

NCP-5-1-1-1 能認識「十億」、「百億」、「千億」、「兆」、「十兆」、「百兆」、「千兆」的位名。

NCP-5-1-1-2 能進行大數的位值單位換算。

NCP-5-1-1-3 能認識三位小數。

NCP-5-1-1-4 能認識「千分位」的位名。

NCP-5-1-1-5 能進行小數位值單位的換算。

NCP-5-1-1-6 能知道在整數及小數中，左邊位名的位值都是相鄰右邊位名的 10 倍，右邊位名的位值都是相鄰左邊位名的 $\frac{1}{10}$ 倍。

- ◎ 基本學習內容 NC-5-1-1 為 NC-4-1-1 及 NC-4-7-1 之後續學習概念，在大數部分，學生應該已經認識一億以內的整數；在小數部分，學生應該已經認識二位小數。

本基本學習內容將大數範圍擴充至兆位、將小數的範圍擴充至三位小數，並整合整數與小數概念，幫助學生理解十進位位值系統。

- 本基本學習內容限制整數的範圍不超過 9999 兆 9999 億 9999 萬 9999；小數的範圍不超過三位小數。
- 進行「億」單位教學時，必須進行 1 億到 9999 億的命名活動。
進行「兆」單位教學時，必須進行 1 兆到 9999 兆的命名活動。
以「億(兆)」單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，學生只要學會 1 億(兆)到 9 億(兆)，10 個「億(兆)」就換成 1 個「十億(兆)」，「億(兆)」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 億(兆)到 9999 億(兆)，10000 個「億」才會換成 1 兆。



- 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：

十進位記數法將 145240607143825 這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五(見下圖)。

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5

萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右至左、四位一撇改記成 145,2406,0714,3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五(見下圖)。

兆	億	萬	一
145	2406	0714	3825

- 日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。
- 教師應幫助學生將「個、十、百、千」的關係類推到「億、十億、百億、千億」、「兆、十兆、百兆、千兆」的關係。例如，由 1 個十是 10 個一，類推出 1 個十兆是 10 個兆；由 1 個百是 100 個一、也是 10 個十，類推出 1 個百兆是 100 個兆、也是 10 個十兆；由 1 個千是 1000 個一、也是 100 個十、也是 10 個百，類推出 1 個千兆是 1000 個兆、也是 100 個十兆，也是 10 個百兆。
- 印度-阿拉伯記數系統是十進位制的系統，整數左邊位名的位值都是相鄰右邊位名的 10 倍，右邊位名的位值都是相鄰左邊位名的 $\frac{1}{10}$ 倍。小數是整數十進位系統的延伸，因此當我們引入小數時，小數的位值也要滿足右邊位名的位值都是相鄰左邊位名的 $\frac{1}{10}$ 倍。

因此在引入一位小數時，一位小數(十分位)的值必須是一個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，

所以規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。十分位位名的由來是「 $\frac{1}{10} = 0.1$ 」的關係。

相同的理由，千分位的值必須是個位的 $\frac{1}{1000}$ 倍，因此規定「 $0.001 = \frac{1}{1000}$ 」。

千分位位名的由來是「 $\frac{1}{1000} = 0.001$ 」的關係。



- 報讀小數時，整數部分會唸出每一個數字的位名，但小數部分只唸出數字，不唸位名。例如：將「2345.234」讀作「二千三百四十五點二三四」。報讀有零的帶小數時，整數部分若有連續的0時，可以省略只讀出一個零，小數部分若有連續的0時則不可省略，例如：將「2004.004」讀作「二千零四點零零四」。
- 以5.678為例，教師應引入「小數點以下(後)第二位為7、第三位為8」的說法，為五年級對小數在指定位數取概數的問題鋪路。
- 以三位純小數0.123為例，進行位值單位的換算，指的是能將「123個0.001」聚成「1個0.1、2個0.01、3個0.001」，以及將「1個0.1、2個0.01、3個0.001」化成「123個0.001」的雙向化聚。也就是說，0.123由123個0.001所組成，也由1個0.1、2個0.01及3個0.001所組成。
- 教師可以透過定位板，幫助學生理解在十進位記數法中，所有的整數及小數，都滿足左邊位名的位值是相鄰右邊位名的10倍，右邊位名的位值是相鄰左邊位名的 $\frac{1}{10}$ 倍。
以222222.2222為例，萬位的2所代表的值是千位的2所代表值的10倍、百分位的2所代表的值是千分位的2所代表值的10倍。千位的2所代表的值是萬位的2所代表值的 $\frac{1}{10}$ 倍、千分位的2所代表的值是百分位的2所代表值的 $\frac{1}{10}$ 倍。



N-5-2	<p>解題：多步驟應用問題。除「平均」之外，原則上為三步驟解題應用。</p> <p>備註：以學生較熟悉、能直接併式之問題為原則。本條目要求併式。須含分配律情境之三步驟問題，以和分配律教學連結（R-5-2）。</p>	n-III-2
-------	---	---------

基本學習內容

NC-5-2-1 解決三步驟問題，並用併式記錄三步驟問題的解題活動。

NC-5-2-2 用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

基本學習表現

NCP-5-2-1-1 能在具體情境中，解決三步驟問題。

NCP-5-2-1-2 能用併式記錄三步驟問題的解題活動。

NCP-5-2-2-1 能用併式列出三步驟問題的算式。

NCP-5-2-2-2 能用併式列三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

- ◎ 基本學習內容 NC-5-2-1 為 RC-4-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經能用併式列出兩步驟問題的算式，並用逐次減項的記法記錄解題活動。
本基本學習內容幫助學生解決三步驟問題，並用併式記錄三步驟問題的解題活動。

- 整數兩步驟問題引入的順序包含三個部份：

第一部份：用兩個算式記錄解題活動

二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；

三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；

四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題。

第二部份：將兩個算式改記成一個併式，再用一個併式記錄解題活動。

第三部份：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程。

第二及第三部份是四年級教學的重點。

- 整數三步驟問題引入的順序包含兩個部份：

第一部份：用兩個算式(其中一個是併式)記錄解題活動

第二部份：將兩個算式(其中一個是併式)改記成一個併式，再用一個併式記錄解題活動。

第三部份：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程。

基本學習內容 NC-5-2-1 的教學重點是第一和第二部份，NC-5-2-2 的教學重點屬於第三部份。



- ◎ 基本學習內容 NC-5-2-2 為 RC-4-1-1 及 NC-5-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能用併式列出兩步驟問題的算式，並用逐次減項的記法記錄解題活動；也應該能解決三步驟問題，並用併式記錄三步驟問題的解題活動。本基本學習內容幫助學生用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

- 下面以「小洋原本有 100 元，買了 2 個 25 元的麵包後，爸爸又給他 48 元，請問小洋現在有多少元？」為例，說明三步驟問題的教學流程。

- (1) 用一個併式及一個算式記錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98, \text{答：現在有 } 98 \text{ 元}$$

- (2) 將一個併式及一個算式改記成併式的記法

將「 $100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98$ 」改記成「 $100 - 25 \times 2 + 48 = 98$ 」

- (3) 用併式記錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 + 48 = 98, \text{答：現在有 } 98 \text{ 元}$$

- (4) 用算式填充題來列式

$$100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$$

- (5) 先列式，再用逐次減項的記法記錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$$

$$100 - 25 \times 2 + 48$$

$$= 100 - 50 + 48$$

$$= 50 + 48$$

$$= 98, \text{答：現在有 } 98 \text{ 元}$$

- 以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10 = 100 - 10 = 90$ 」為例，逐次減項是以下解題過程的摘要記法：

$$5 \times (12 + 8) - 10 = 5 \times 20 - 10,$$

$$5 \times 20 - 10 = 100 - 10,$$

$$100 - 10 = 90$$

因為等號滿足遞移性($A = B, B = C, C = D$ ，所以 $A = D$)，

$$\text{所以 } 5 \times (12 + 8) - 10 = 90$$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 $5 \times 20 - 10$ 」和「 $100 - 10$ 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性，所以 $5 \times (12 + 8) - 10 = 90$ 」也省略了。教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8) - 10$ 」的答案是 90，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

- 學生面對沒有見過的多步驟問題時，只能用多個算式來記錄解題活動，學生解題成功後，教師應要求學生將多個算式改記成併式。以後再遇到相同的問題時，應要求學生先用併式來列式，再利用逐次減項的記法記錄解題活動。儘量要求學生以併式的方法思考與演算，這是代數列式的前置經驗。



N-5-3	<p>公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。</p> <p>備註：以概念認識為主，不用短除法（N-6-1、N-6-2）。</p>	n-III-3
-------	--	---------

基本學習內容

- NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數。
- NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數。
- NC-5-3-3 認識 2、3、5 及 10 的倍數判斷方法。

基本學習表現

- NCP-5-3-1-1 能理解因數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數的所有因數。
- NCP-5-3-1-2 能判斷甲數是否為乙數的因數。
- NCP-5-3-1-3 能認識兩數的公因數及最大公因數。
- NCP-5-3-1-4 能判斷某數是否為給定兩數的公因數或最大公因數。
- NCP-5-3-1-5 能知道公因數是最大公因數的因數。
- NCP-5-3-1-6 能解決簡單求公因數或最大公因數的情境問題。
- NCP-5-3-2-1 能理解倍數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數在某範圍內所有的倍數。
- NCP-5-3-2-2 能判斷丙數是否為丁數的倍數。
- NCP-5-3-2-3 能認識兩數的公倍數及最小公倍數。
- NCP-5-3-2-4 能判斷某數是否為給定兩數的公倍數或最小公倍數。
- NCP-5-3-2-5 能知道公倍數是最小公倍數的倍數。
- NCP-5-3-2-6 能知道兩數的乘積一定是此兩數的公倍數
- NCP-5-3-2-7 能解決簡單求公倍數或最小公倍數的情境問題。
- NCP-5-3-3-1 能認識 2、5 及 10 的倍數判斷方法。
- NCP-5-3-3-2 能認識 3 的倍數判斷方法。

◎ 基本學習內容 NC-5-3-1 為 NC-2-6-1 及 NC-3-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識乘法及除法的意義。

本基本學習內容引入因數的意義，並幫助學生理解公因數與最大公因數。

- 多數國小五年級學生已經掌握整數情境的乘除互逆，因此教師可以透過乘法算式「 $5 \times 8 = 40$ ，5、8 以及 40 都是整數」，幫助學生認識 5 是 40 的因數，也可以透過除法算式「 $40 \div 5 = 8 \dots 0$ ，40、5 以及 8 都是整數」，幫助學生認識 5 是 40 的因數。



- 國小五年級引入因數問題時，給定的數字多在九九乘法的範圍，因此部份教師喜歡透過乘法算式幫助學生認識因數。建議教師必須提供學生利用除法判斷因數的解題經驗，因為當數字變大時，無法直接利用乘法算式找出因數，以「23 是否為 12581 的因數」為例，學生不易透過乘法算式「 $23 \times () = 12581$ 」來判斷，必須透過除法算式「 $12581 \div 23$ 」來判斷。
- 以「求 60 的因數和倍數」為例，五年級的教學重點是看著數字 60 找出 60 的因數及倍數，六年級的教學重點是看著 60 質因數分解的算式 $2 \times 2 \times 3 \times 5$ 找出 60 的因數及倍數。本基本學習內容限制五年級只能透過嘗試錯誤的方式，尋找兩數的公因數和最大公因數，以及公倍數和最小公倍數。
教師不宜引入短除法求最大公因數及最小公倍數的方法，利用短除法求最大公因數及最小公倍數是六年級的教學重點。
- 利用嘗試錯誤找出一數所有的因數，或找出兩數的公因數或最大公因數，學生必須進行很多次的乘除計算，要花很多的時間，而且到六年級時，會引入比較有效率的解題策略，例如質因數分解法或短除法。建議教師只要讓學生有一些解題的經驗即可，不必要求學生熟練，也不宜過度評量。
- 以「求 18 和 24 的所有公因數」為例，有兩種解題的方法。
方法一：分別求出 18 和 24 的所有因數，再找出共同的因數 1、2、3、6，共同的因數為 18 和 24 的公因數。
方法二：先求出 18 所有的因數 1、2、3、6、9、18，再判斷這些數是否為 24 的因數。
1、2、3、6 是 18 的因數，也是 24 的因數，所以 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數。
教師應引入方法二，幫助學生簡化求公因數的解題過程。
- 當學生求出 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數，6 是 18 和 24 的最大公因數後，教師應幫助學生認識公因數 1、2、3、6 是最大公因數 6 的因數，為六年級利用短除法解公因數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最大公因數，無法求出所有的公因數。
- 教師應透過生活情境問題引入因數的意義，不宜直接在數的情境下引入因數的意義。
以「12 個蘋果想要分裝成幾袋，讓每袋的蘋果一樣多，有那些分法？」為例，教學的重點不是「可以分裝成多少袋」，也不是「有幾種分裝蘋果的方法」，教學的重點是「一袋可以有多少個蘋果」。針對 12 個蘋果，12 的因數指的是幾個蘋果可以整數倍合成為 12 個蘋果，2 個蘋果裝 1 袋，12 個蘋果可以裝滿 6 袋，2 個蘋果可以整數倍的合成為 12 個蘋果，所以 2 個蘋果是 12 個蘋果的因數，而 6 袋不是 12 個蘋果的因數。



◎ 基本學習內容 NC-5-3-2 為 N-2-7 和 NC-5-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經熟記九九乘法；也應該已經理解因數、公因數與最大公因數的意義。本基本學習內容引入倍數的意義，並幫助學生理解公倍數與最小公倍數。

■ 區分「倍數」與「幾倍」的意義。

學生可能混淆「倍數」與「幾倍」的意義，誤認為 2 是 0.1 的倍數。

正確的說法是：2 不是 0.1 的倍數，但 2 是 0.1 的 20 倍。

(1) 倍數的意義：

數學上只在整數的情境討論因數與倍數，因此，不論透過乘法 $b = a \times q$ 或除法 $b \div a = q \dots 0$ ，判斷 a 是否為 b 的因數時， a 、 b 和 q 都必須是整數。0.1 不是整數，因此 0.1 不是 2 的因數，2 也不是 0.1 的倍數。

(2) 幾倍的意義：

a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍，指的是將 b 視為基準量 1 時，比較量 a 是 $\frac{a}{b}$ 。

將 0.1 視為基準量 1，比較量 2 是 20 個 0.1，因此 2 是 0.1 的 20 倍。

■ 以求「8 和 12 的公倍數」為例，教師可以先求出 12 部份的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96 等，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如 24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程。

■ 以求「8 和 12 的公倍數」為例，當學生求出 24、48、72、96 等是 8 和 12 的公倍數，24 是 8 和 12 的最小公倍數後，教師應幫助學生認識公倍數 24、48、72、96 等都是最小公倍數 24 的倍數，為六年級利用短除法解公倍數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最小公倍數，無法求出其它的公倍數。

■ 可以透過簡單生活情境幫助學生認識最大公因數及最小公倍數的意義，但是五年級不宜過度評量利用最大公因數或最小公倍數解題的文字題。

■ 「36 位男生和 24 位女生全部混合分組，每組的男生和女生分別一樣多，最多可以分成幾組？」是五年級常出現的問題，多數學生可能不理解題意。

建議教師先說明「每組的男生和女生分別一樣多」的意義，再幫助學生解題。

例如：平分成 2 組時，第一組有 18 位男生和 12 位女生，第二組也有 18 位男生和 12 位女生，所以每組的男生和女生分別一樣多。

平分成 4 組時，每一組都有 9 位男生和 6 位女生，所以每組的男生和女生分別一樣多。



◎ 基本學習內容 NC-5-3-3 為 NC-5-3-2 之後續學習概念，故學生應該已經能理解倍數、公倍數與最小公倍數的意義。

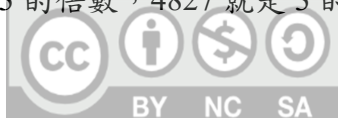
本基本學習內容引入 2、3、5 及 10 的倍數判斷方法。

- 本基本學習內容不討論11 的倍數判斷方法。
- 教師可以在百數表中圈出 2 的倍數，幫助學生理解百數表中，2 的倍數都是偶數，偶數的個位數字都是 0、2、4、6、8；不是 2 的倍數的數都是奇數，奇數的個位數字都是 1、3、5、7、9。也可以在百數表中圈出 5 的倍數，幫助學生理解百數表中，5 的倍數的個位數字都是 5 和 0。也可以在百數表中圈出 10 的倍數，幫助學生理解百數表中，10 的倍數的個位數字都是 0。
- 上述判斷 2、5 和 10 倍數的方法，只能保證 100 以內的數滿足這些特徵。建議教師在百數表內討論完 2、5 和 10 倍數的判斷法後，還要舉一些比 100 大的整數例子，幫助學生延伸判斷法使用的範圍。
 例如：236 的個位數字是 6，236 也是 2 的倍數、375 的個位數字是 5，375 不是 2 的倍數。375 的個位數字是 5，375 也是 5 的倍數、653 的個位數字是 3，653 不是 5 的倍數。780 的個位數字是 0，780 是 10 的倍數，780 也是 5 的倍數，298 的個位數字是 8，298 不是 10 的倍數，也不是 5 的倍數。幫助學生認識這些判斷方法對大於 100 的數也成立。
- 在百數表中圈出 3 的倍數，學生不易看出 3 的倍數其各位數的數字和都是 3 的倍數，因此 3 的倍數判斷方法可以由教師直接宣告。
 教師也可以給定一個 3 的倍數來說明，下面的說明可以提供學生參考，但是不必強求學生必須理解。以 4827 為例，說明 4827 各位數的數字和「 $4+8+2+7=21$ 」是 3 的倍數，4827 就是 3 的倍數。

$$\begin{aligned}
 4827 &= 1000 \times 4 + 100 \times 8 + 10 \times 2 + 1 \times 7 \\
 &= (999 + 1) \times 4 + (99 + 1) \times 8 + (9 + 1) \times 2 + 1 \times 7 \\
 &= (999 \times 4 + 1 \times 4) + (99 \times 8 + 1 \times 8) + (9 \times 2 + 1 \times 2) + 1 \times 7 \\
 &= (999 \times 4 + \textcircled{4}) + (99 \times 8 + \textcircled{8}) + (9 \times 2 + \textcircled{2}) + \textcircled{7} \\
 &= 999 \times 4 + 99 \times 8 + 9 \times 2 + (4 + 8 + 2 + 7) \\
 &\quad \text{都是 3 的倍數}
 \end{aligned}$$

3 的倍數加 3 的倍數，和還是 3 的倍數。

999×4、99×8、9×2 都是 3 的倍數，3 的倍數加 3 的倍數的和，還是 3 的倍數，所以「 $999 \times 4 + 99 \times 8 + 9 \times 2$ 」是 3 的倍數。因此只要 4827 各位數的數字和「 $4+8+2+7=21$ 」是 3 的倍數，4827 就是 3 的倍數。



N-5-4	<p>異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。</p> <p>備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限(1)分母均為一位數；(2)一分母為另一分母的倍數，且兩數小於100；(3)乘以2、3、4、5就可以找到兩分母之公倍數(如12與18)。</p>	n-III-4
-------	---	---------

基本學習內容

NC-5-4-1 用約分、擴分處理等值分數的換算。

NC-5-4-2 用通分作簡單異分母分數的比較與加減。

基本學習表現

NCP-5-4-1-1 能在具體情境中用約分、擴分處理等值分數的換算。

NCP-5-4-1-2 能在數的情境中用約分、擴分處理等值分數的換算。

NCP-5-4-2-1 能用通分作簡單異分母分數的大小比較。

NCP-5-4-2-2 能用通分作簡單異分母分數的加、減。

NCP-5-4-2-3 能在分數的情境中，理解加減互逆。

◎ 基本學習內容 NC-5-4-1 為 NC-4-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識等值分數。

本基本學習內容幫助學生利用約分、擴分處理等值分數的換算。

- 四年級已幫助學生在量的情境中理解等值分數，例如 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{4}{8}$ 條繩子一樣長，一袋水餃有40個， $\frac{1}{2}$ 袋水餃和 $\frac{4}{8}$ 袋水餃一樣多。

本基本學習內容幫助學生透過約分和擴分，將一個分數改記成它的等值分數，例如將 $\frac{4}{8}$ 改記成 $\frac{1}{2}$ ，或將 $\frac{1}{2}$ 改記成 $\frac{4}{8}$ ，為用通分作簡單異分母分數的比較與加減鋪路。

- 區分等值分數和約分、擴分與通分的意義：

等值分數：在選取相同單位量的情境下，兩分數雖然等分割的份數與合成的份數不同，但是兩分數所代表的量(值)一樣多。

例如： $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{4}{8}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2}$ 條 $=\frac{4}{8}$ 條。

$\frac{2}{5}$ 盒蘋果和 $\frac{4}{10}$ 盒蘋果一樣多，可以記成 $\frac{2}{5}$ 盒 $=\frac{4}{10}$ 盒。



約分、擴分：將一個分數轉換成它的等值分數稱之為約分或擴分。

分割份數由少變多稱為擴分，例如 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ ；

分割份數由多變少稱為約分，例如 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

通分：透過約分或擴分，讓兩個分數分母相等的活動稱為通分。

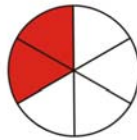
- 約分與擴分教學時，因為分割的份數不同，因此要選用不同的量詞來描述，以將圓形色紙 3 等分及 6 等分為例，教師應說明將 1 張圓形色紙平分成 3 大塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 小塊。

教師不可以說將 1 張圓形色紙平分成 3 塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 塊，因為 3 塊中的「1 塊」和 6 塊中的「1 塊」大小不一樣，學生會混淆量詞「塊」的意義。

建議教學方式如下：



平分成 3 大塊



平分成 6 小塊

擴分： $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ (1 大塊可以換成 2 小塊，3 大塊可以換成 6 小塊)

約分： $\frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$ (2 小塊可以換成 1 大塊，6 小塊可以換成 3 大塊)

- ◎ 基本學習內容 NC-5-4-2 為 NC-4-6-2 及 NC-5-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經能進行簡單異分母分數的大小比較與加減；應該也能用約分、擴分處理等值分數的換算。

本基本學習內容幫助學生用通分進行異分母分數的比較與加減。

- 四年級「進行簡單異分母分數的大小比較與加減」中的「簡單異分母分數」，指的是一分母為另一分母之倍數。
本基本學習內容限制異分母分數比較與加減的範圍，兩分數的分母必須滿足下列其中一個條件：
 - (1) 分母都是一位數字。
 - (2) 一分母為另一分母的倍數，且兩數都小於 100。
 - (3) 乘以 2、3、4、5 就能找到兩分母之公倍數(例如兩分母是 12 及 18)。
- 六年級才引入最簡分數，因此五年級不宜要求最後的答案必須是最簡分數，但是教師可鼓勵學生儘量將答案約分為比較簡單的分數。



- 以「 $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = ?$ 」為例，說明如何幫助學生解異分母分數的加減問題。

等值分數是解異分母分數加減問題的先備知識，建議教師先幫助學生列出兩分數部份等值分數來解決問題；等待學生有一些解題經驗後，再幫助學生認識能以兩分數分母的乘積為公分母來解決問題；最後再幫助學生以兩分數分母的公倍數為公分母來解決問題。

五年級尚未引入利用短除法求最小公倍數的解題方式，也沒有引入最簡分數，教師不必強求學生必須以最小公倍數為公分母來解題。

方法一：列出兩分數部份等值分數來解題

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \text{ 的等值分數：} & \frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}, \frac{4}{24}, \frac{5}{30}, \frac{6}{36}, \frac{7}{42}, \frac{8}{48}, \frac{9}{54}, \dots \\ \frac{3}{8} \text{ 的等值分數：} & \frac{3}{8}, \frac{6}{16}, \frac{9}{24}, \frac{12}{32}, \frac{15}{40}, \frac{18}{48}, \frac{21}{56}, \frac{24}{64}, \frac{27}{72}, \dots \\ \text{可以得到：} & \frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24} \\ & \text{或：} \frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{8}{48} + \frac{18}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24} \end{aligned}$$

方法二：以兩分數分母的乘積為公分母來解題：

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} &= \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{1 \times 6}{6 \times 6} = \frac{1 \times 7}{6 \times 7} = \frac{1 \times 8}{6 \times 8} \\ \frac{3}{8} &= \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \frac{3 \times 6}{8 \times 6} \\ \frac{1}{6} + \frac{3}{8} &= \frac{1 \times 8}{6 \times 8} + \frac{3 \times 6}{8 \times 6} = \frac{8}{48} + \frac{18}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24} \end{aligned}$$

方法三：利用兩分數分母的公倍數為公分母來解題：

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \text{ 等值分數的分母：} & 6, 12, 18, \frac{24}{}, 30, 36, \dots \\ \frac{3}{8} \text{ 等值分數的分母：} & 8, 16, \frac{24}{}, 32, 40, 48, \dots \\ \frac{1}{6} &= \frac{(4)}{24}, \frac{3}{8} = \frac{(9)}{24}, \frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24} \end{aligned}$$



- 以「 $\frac{3}{8}$ 盒和 $\frac{1}{6}$ 盒合起來有多少盒？」為例，異分母分數的單位都是「盒」，這兩個異分母分數的單位相同，因此可以相加，數學上約定相同單位的數字加減後的答案必須是一個數字。

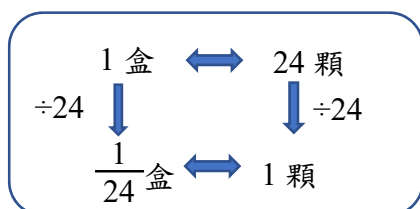
要讓 $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$ 的和是1個數字，必須要找一個比較小的**共測單位**，例如 $\frac{1}{24}$ ，讓異分母分數 $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{1}{6}$ 都變成 $\frac{1}{24}$ 的整數倍， $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ ，也就是9個 $\frac{1}{24}$ ， $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$ ，也就是4個 $\frac{1}{24}$ ，9個 $\frac{1}{24}$ 和4個 $\frac{1}{24}$ 合起來是13個 $\frac{1}{24}$ ，就能用一個數字 $\frac{13}{24}$ 來描述 $\frac{3}{8}$ 與 $\frac{1}{6}$ 的和，記成 $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{13}{24}$ 。

- 以「1盒蘋果有24顆， $\frac{3}{8}$ 盒和 $\frac{1}{6}$ 盒合起來有多少盒？」為例，如果學生通分還不熟練，教師也可以提供1盒蘋果的顆數，幫助學生利用整數的乘、除法來解決問題。

$24 \div 8 = 3$ ， $3 \times 3 = 9$ ，得到 $\frac{3}{8}$ 盒有9顆。

$24 \div 6 = 4$ ， $4 \times 1 = 4$ ，得到 $\frac{1}{6}$ 盒有4顆。

$9 + 4 = 13$ ，得到 $\frac{3}{8}$ 盒和 $\frac{1}{6}$ 盒合起來13顆。



由上圖可以知道1顆是 $\frac{1}{24}$ 盒，得到13顆是 $\frac{13}{24}$ 盒。

- 二年級學生已在整數情境中，理解加減互逆的意義。本基本學習內容已完成分數加減的教學，教師應檢查學生是否能在分數情境中，理解加減互逆的意義。

N-5-5	<p>分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p> <p>備註：建立例如「的$\frac{1}{2}$」和「$\frac{1}{2}$倍」的關連。</p>	n-III-6
-------	---	---------

基本學習內容

NC-5-5-1 理解整數乘以分數的意義。

NC-5-5-2 理解分數乘以分數的意義。

基本學習表現

NCP-5-5-1-1 理解整數乘以分數，積是整數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

NCP-5-5-1-2 能理解整數乘以分數，積是分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

NCP-5-5-2-1 能理解真分數乘以真分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

NCP-5-5-2-2 能理解假分數乘以假分數的意義(被乘數及乘數中至少有一數為假分數)，並熟練其計算，解決生活中的問題。

NCP-5-5-2-3 能理解帶分數乘以帶分數的意義(被乘數及乘數中至少有一數為帶分數)，並熟練其計算，解決生活中的問題。

NCP-5-5-2-4 能理解乘數大於、小於或等於 1 時，積與被乘數的大小關係。

NCP-5-5-2-5 能知道在分數的情境中，乘法交換律也成立。

◎ **基本學習內容 NC-5-5-1 為 NC-4-5-3 及 NC-5-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經能進行分數整數倍的計算；也能在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。**

本基本學習內容幫助學生理解整數乘以分數的意義。

■ 本基本學習內容首次引入乘數為分數的乘法問題，乘數為分數的乘法問題對五年級學生而言相當困難，因為無法類比乘數為整數的乘法問題，透過連加的想法來解題。

■ 六年級才引入最簡分數，因此五年級**不宜**要求最後的答案必須是最簡分數，但是教師可鼓勵學生儘量將答案約分為比較簡單的分數。



- 下面透過三個問題，說明乘數是分數和整數問題的差異，以及如何幫助學生解乘數為分數的乘法問題。

問題 1：一桶果汁 12 公升，3 桶有多少公升？

問題 2：一桶果汁 $\frac{2}{7}$ 公升，3 桶有多少公升？

問題 3：一桶果汁 12 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

問題 1 是整數乘以整數的乘法問題，學生可以利用連加的算式

「 $12+12+12=36$ 」來解題，並將連加的算式改記成乘法算式「 $12\times 3=36$ 」。

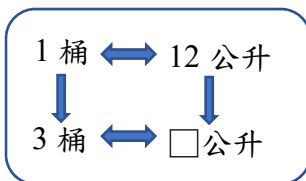
問題 2 是分數乘以整數的乘法問題，學生也可以利用連加的算式

「 $\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$ 」來解題，並將連加的算式改記成乘法算式

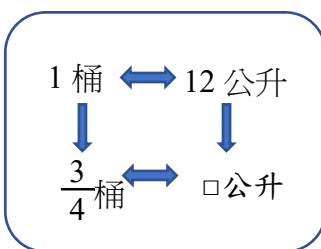
「 $\frac{2}{7}\times 3=\frac{6}{7}$ 」。

問題 3 是整數乘以分數的乘法問題，因為 12 無法加 $\frac{3}{4}$ 次，因此無法利用連加的算式算出答案。

建議教師利用比的想法，透過下列的關係式，先幫助學生解決問題 1，再類比問題 1 的解題方式，幫助學生解決問題 3。



1 桶有 12 公升，3 桶是 3 個 1 桶，也就是 3 個 12 公升，可以利用加法 $12+12+12=36$ 或乘法 $12\times 3=36$ ，算出 3 桶有 36 公升。



1 桶有 12 公升， $\frac{3}{4}$ 桶是把 1 桶平分成 4 份，再取出其中的 3 份，可以利用除法 $12\div 4=3$ 和乘法 $3\times 3=9$ ，算出 $\frac{3}{4}$ 桶有 9 公升。

- 學生在三年級時，已有離散量情境做數的解題經驗，可以利用 $12 \div 4 = 3$ ， $3 \times 3 = 9$ ，算出 $\frac{3}{4}$ 桶果汁有 9 公升。因此上面問題 3 教學的重點不是解題，而是能用乘數是分數的乘法算式 $12 \times \frac{3}{4} = 9$ 記錄解題過程。
教師可以類比問題 1，說明「一桶果汁 12 公升，3 桶有 12 公升可以記成 $12 \times 3 = 36$ 」，所以「一桶果汁 12 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有 9 公升可以記成 $12 \times \frac{3}{4} = 9$ 」。

- 區分「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的意義。

問題 1：一盒蘋果有 20 個，全部平分給 4 個人，每個人分到幾個蘋果？

問題 2：一盒蘋果有 20 個，甲分到 $\frac{1}{4}$ 盒，甲分到幾個蘋果？

問題 3：一盒蘋果有 20 個，乙分到 $\frac{3}{4}$ 盒，乙分到幾個蘋果？

上面三個問題中，問題 2 和問題 3 的語意類似，解問題 3 時，必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再取出其中的 3 份，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 3 = 15$ 」，可以算出乙分到 15 個蘋果。

因此解問題 2 時，也必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再拿出其中的 1 份給甲，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 1 = 5$ 」，才能算出甲分到 5 個蘋果。

但是解問題 1 時，只要將 20 個蘋果平分成 4 份即可，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ 」，可以算出每人分到 5 個蘋果。

由上面的說明可以知道，「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的答案雖然相同，但是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」

指的是「 $(20 \div 4) \times 1$ 」，所以「 $20 \div 4$ 」只是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」解題活動中的一部份。

- 問題 1：將 5 公升果汁，平分成 4 份，1 份是多少公升？

問題 2：一桶果汁 5 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

問題 1 是問題 2 的先備知識，學生必須先解決問題 1，才能解決問題 2。

1 桶果汁有 5 公升， $\frac{3}{4}$ 桶果汁是把 1 桶果汁平分成 4 份，再取出其中的 3 份，

學生必須先解決把 5 公升平分成 4 份的問題，並用除法算式 $5 \div 4 = \frac{5}{4}$ 記錄解題

過程，才能利用乘法 $\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$ ，算出 3 份，也就是 $\frac{3}{4}$ 桶有 $\frac{15}{4}$ 公升。



- 首次引入問題 2 時，教師不宜直接要求學生利用「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用整數乘以分數的算式「 $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 」算出答案。

- 在描述整數倍與小數倍時，通常不會省略「倍」字，例如說「甲是乙的 5 倍」或「甲是乙的 0.5 倍」，不會說「甲是乙的 5」或「甲是乙的 0.5」。

但是在描述分數倍時，通常會省略「倍」字，例如常說「全班人數的 $\frac{3}{8}$ 」，不常說「全班人數的 $\frac{3}{8}$ 倍」。建議老師教學時，先不省略分數倍的「倍」字，待學生熟悉或掌握其意義後，再省略「倍」字。

- ◎ 基本學習內容 NC-5-5-2 為 NC-5-5-1 及 NC-5-7-1 之後續學習概念，故學生應該已經能理解整數乘以分數的意義；也應該已經能理解分數除以整數的意義。本基本學習內容幫助學生理解分數乘以分數的意義。

- 下面透過二個問題，說明整數乘以分數，積是分數的乘法問題是一次分割的問題，分數乘以分數，積是分數的乘法問題是二次分割的問題。

問題 1：一桶果汁 5 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？

問題 2：一瓶果汁 $\frac{2}{7}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 瓶有多少公升？

問題 1 是整數乘以分數、積是分數的問題，利用 $5 \div 4 = \frac{5}{4}$ ， $\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$ 解題時，待答的單位 1 公升只被分割成 4 等份，屬於一次分割的問題。

問題 2 是分數乘以分數的問題，命題者先將 1 公升分割成 7 等份，在題目中呈現 $\frac{2}{7}$ 公升，解題者再將 $\frac{2}{7}$ 公升分割成 4 等份，待答的單位 1 公升被分割成 7×4 等份，屬於兩次分割的問題。

- 本基本學習內容首次引入被乘數及乘數都是分數的乘法問題，建議教師先布真分數乘以真分數的乘法問題，再布假分數乘以假分數的乘法問題，最後布帶分數乘以帶分數的乘法問題。

問題 1： $\frac{5}{7}$ 公升果汁，平分成 4 份，1 份是多少公升？

問題 2：一桶果汁 $\frac{5}{7}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？



問題 1 是問題 2 的先備知識，學生必須先解決問題 1，才能解決問題 2。

1 桶果汁有 $\frac{5}{7}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶果汁是把 1 桶果汁平分成 4 份，再取出其中的 3 份，

學生必須先解決把 $\frac{5}{7}$ 公升平分成 4 份的問題，並用除法算式 $\frac{5}{7} \div 4 = \frac{5}{7 \times 4} = \frac{5}{28}$

記錄解題過程，才能利用乘法 $\frac{5}{28} \times 3 = \frac{15}{28}$ ，算出 3 份，也就是 $\frac{3}{4}$ 桶有 $\frac{15}{28}$ 公升。

- 首次引入問題 2 時，教師不宜直接要求學生利用「 $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用分數乘以分數的算式「 $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ 」算出答案。

- 以「一桶果汁 $\frac{5}{6}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？」為例，學生利用「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ 」解題時，不宜要求學生將被乘數的分母 6 和乘數的分子 3 直接約分，因為 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{3}{4}$ 兩個數字的單位不一樣。

當學生算出「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 」之後， $\frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 是一個數字，因為分母的 6 和分子的 3 有公因數 3，所以可以將 (6×4) 和 (5×3) 同時除以 3，得到

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \times 4} = \frac{5 \times 1}{2 \times 4} = \frac{5}{8}。$$

教師也可以比對先約分和算出積後再約分的算式，幫助學生認識最後的結果都一樣，因此可以先約分後算出答案。

- 乘法交換律是指每一個乘法問題都有兩種算法。
以「1 隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙有幾條腿」為例，說明整數情境乘法交換律的意義。有下列兩種計算出青蛙腿數的方法：
方法一：以一隻青蛙的腿數為單位，每一隻青蛙都有 4 條腿，可以利用「 $4+4+4=4 \times 3$ 」的方式算出答案。
方法二：以青蛙被切割成 4 塊的想法來解題，每一隻青蛙都被切割成左、右前腿及左、右後腿 4 塊，3 隻青蛙的左、右前腿及左、右後腿各有 3 條，可以利用「 $3+3+3+3=3 \times 4$ 」的方式算出答案。
這兩種算法都是計算 3 隻青蛙有幾條腿的正確算法，因此不必算出答案，就知道 3×4 和 4×3 的答案一定相等，可以記成「 $4 \times 3 = 3 \times 4$ 」。

再以「一瓶果汁有 5 公升， $\frac{2}{3}$ 瓶果汁有多少公升？」為例，說明在分數的情境



中，乘法交換律也成立。有下列兩種計算果汁有多少公升的方法：

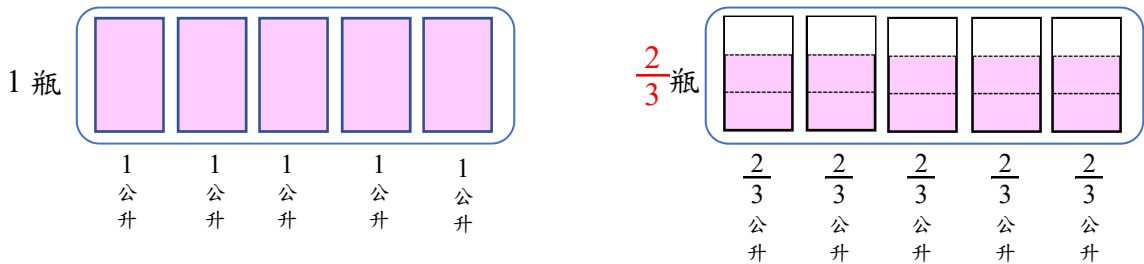
方法一：利用「 $5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ 」算出 $\frac{2}{3}$ 瓶果汁有 $\frac{10}{3}$ 公升。

一瓶果汁有5公升， $\frac{2}{3}$ 瓶是將5公升(1瓶)平分成3份，再取出其中的2份，可以用「 $5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ 」算出 $\frac{2}{3}$ 瓶果汁有 $\frac{10}{3}$ 公升。

方法二：利用「 $\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$ 」算出5個 $\frac{2}{3}$ 公升合起來是 $\frac{10}{3}$ 公升。

一瓶果汁有5公升， $\frac{2}{3}$ 瓶是將5公升(1瓶)平分成3份，再取出其中的2份。可以將5公升看成5個1公升，將每個1公升都平分成3份，再取出其中的2份，可以得到5個 $\frac{2}{3}$ 公升，可以透過

「 $\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$ 」算出5個 $\frac{2}{3}$ 公升合起來是 $\frac{10}{3}$ 公升。



這兩種算法都是計算 $\frac{2}{3}$ 瓶果汁有多少公升的正確算法，因此不必算出答案，就

知道 $5 \times \frac{2}{3}$ 和 $\frac{2}{3} \times 5$ 的答案一定相等，可以記成「 $5 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 5$ 」。

- 帶分數乘以帶分數的問題，除了引入將帶分數轉換成假分數的策略外，建議在課堂活動中引入利用乘法對加法分配律解題的策略，為國中的代數乘法運算鋪路，但是，評量時不宜限制學生使用該策略來解題。

$$\begin{aligned} \text{例如：} 2\frac{3}{5} \times 4\frac{2}{7} &= (2 + \frac{3}{5}) \times (4 + \frac{2}{7}) = 2 \times 4 + \frac{3}{5} \times 4 + \frac{2}{7} \times 2 + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \\ &= 2 \times 4 + 2 \times \frac{2}{7} + \frac{3}{5} \times 4 + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \end{aligned}$$

N-5-6	<p>整數相除之分數表示：從分裝（測量）和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。</p> <p>備註：本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）。</p>	n-III-5
-------	--	---------

基本學習內容

NC-5-6-1 理解等分除情境分數之「整數相除」的意涵。

NC-5-6-2 理解包含除情境分數之「整數相除」的意涵。

基本學習表現

NCP-5-6-1-1 能在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

NCP-5-6-2-1 能在包含除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

NCP-5-6-2-2 能在測量情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

NCP-5-6-2-3 能區分有餘數及沒有餘數問題的意義及記法。

- ◎ 基本學習內容 NC-5-6-1 為 NC-3-4-1、NC-3-9-1 之後續學習概念，故學生應該已經能理解除法的意義；也應該能在具體情境中認識分數。

本基本學習內容幫助學生在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

- 本基本學習內容首次引入整數除以整數，商是分數，且沒有餘數問題，建議教師先布等分除情境問題，再布包含除情境問題，最後布測量情境問題。

等分除情境：3 個(或 13 個)蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到多少個蘋果？

包含除情境：一盒蘋果有 5 個，3 個(或 13 個)蘋果相當於幾盒？

測量情境：一條繩子長 5 公分，3 公分(或 13 公分)相當於幾條？

- 本基本學習內容為整數乘以分數問題的先備知識，以整數乘以分數的乘法問題

「一瓶果汁有 3 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」為例，學生必須透過先除「 $3 \div 7 = \frac{3}{7}$ 」再乘「 $\frac{3}{7} \times 2 = \frac{6}{7}$ 」兩個步驟，才能算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{7}$ 公升；其中整數

除以整數「 $3 \div 7 = \frac{3}{7}$ 」是本基本學習內容教學的重點。



- 學生常有分數必須比 1 小的迷思概念，建議教師先處理商數小於 1 的問題，再處理商數大於 1 的問題，但是教學及評量時，這兩類問題都必須處理。

- 區分有餘數及沒有餘數問題的意義及記法：

有餘數問題的記法： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。

沒有餘數問題的記法： $a \div b = \frac{a}{b}$ ， $b \neq 0$ 。

有餘數的等分除問題：13 個蘋果平分給 5 個人，每人最多分到幾個？剩下幾個蘋果？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：每人最多分到 2 個，剩下 3 個蘋果。

沒有餘數的等分除問題：13 個蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到幾個蘋果？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：每人分到 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 個蘋果。

有餘數的包含除問題：13 公分長的繩子，5 公分剪一段，最多可以剪幾段，剩下幾公分？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：最多可以剪成 2 段，剩下 3 公分。

沒有餘數的包含除問題：13 公分長的繩子，5 公分剪成一段，全部剪完，相當於剪成幾段？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：相當於剪成 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 段。

下列問題的餘數是 0，餘數是 0 的問題也屬於有餘數的問題：15 個蘋果平分給 5 個人，每人最多分到幾個？剩下幾個蘋果？

$$15 \div 5 = 3 \dots 0$$

答：每人最多分到 3 個，剩下 0 個蘋果。

- 以等分除問題「5 公升果汁，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，第一種是回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗；第二種是回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

下面分別說明這兩種解題策略。



第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成 3 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$$

$$5 \text{ 公升是 5 個 1 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} (\text{公升}), \text{ 答：每瓶裝 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出答案。

◎ 基本學習內容 NC-5-6-2 為 NC-3-9-1 之後續學習概念，故學生應該已經能在離散量情境中，初步認識分數。

本基本學習內容幫助學生在包含除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

- 學生三年級時，已有離散量情境分數命名的舊經驗，以「一盒蘋果有 10 顆，7 顆蘋果相當於多少盒？」為例，學生已經知道 1 顆蘋果是 $\frac{1}{10}$ 盒，7 顆蘋果是 7 個 $\frac{1}{10}$ 盒，也就是 $\frac{7}{10}$ 盒。

因此本基本學習內容的教學重點不是解題，而是能用商是分數的除法算式「 $7 \div 10 = \frac{7}{10}$ 」記錄解題過程。

- 包含除情境中之整數相除問題「一盒蘋果有 10 顆，7 顆蘋果相當 $\frac{7}{10}$ 盒？」，是比率問題「有 10 顆蘋果，7 顆蘋果佔 $\frac{7}{10}$ 」的先備知識。
- 部份教師常要求學生最後的答案如果是假分數，必須要改記成帶分數，這是不合理的要求。
建議當學生最後算出的答案是假分數時，就記成假分數，最後算出的答案是帶分數時，就記成帶分數。本基本學習內容提供的算法，最後算出的答案都是假分數。



- 以包含除問題「一盒蘋果有 5 個，8 個蘋果相當於幾盒？」為例，教師可以透過將「1 盒」及「5 個」同時平分成 5 份的方式，幫助學生解題。

「1 盒」有「5 個」 \Rightarrow

<p>5 個平分成 5 份，1 份是 1 個</p> <p>1 盒平分成 5 份，1 份是 $\frac{1}{5}$ 盒</p>
--

\Rightarrow 1 個是 $\frac{1}{5}$ 盒

\Rightarrow 8 個是 $\frac{8}{5}$ 盒

當學生有一些解題成功的經驗後，教師應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」算出答案。

N-5-7	<p>分數除以整數：分數除以整數的意義。最後將問題轉化為乘以單位分數。</p> <p>備註：等分除教學可運用乘法分數倍之經驗（N-5-5）。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）。</p>	n-III-6
-------	---	---------

基本學習內容

NC-5-7-1 理解分數除以整數的意義。

基本學習表現

NCP-5-7-1-1 能理解真分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

NCP-5-7-1-2 能理解假分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

NCP-5-7-1-3 能理解帶分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

- ◎ 基本學習內容 NC-5-7-1 為 NC-5-6-1 之後續學習概念，故學生應該已能在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

本基本學習內容擴充被除數的範圍至分數的情境。

- 基本學習內容 NC-5-6-1 及 NC-5-6-2 教學重點是整數除以整數，商是分數的除法問題。

基本學習內容 NC-5-7-1 教學重點是分數除以整數，商是分數的除法問題。六年級才引入除數是分數的除法問題。

- 教師應先引入被除數的分子是除數整數倍的問題(見問題 1)，再引入被除數的分子不是除數整數倍的問題(見問題 2)。

問題 1：「將 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

問題 2：「將 $\frac{3}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

問題 1 中的 $\frac{1}{5}$ 公升並沒有被分割，將問題 1 中的 $\frac{12}{5}$ 公升解讀為 12 個 $\frac{1}{5}$ 公升，

就能利用整數除法 $12 \div 4 = 3$ ，算出 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一

杯是 $\frac{3}{5}$ 公升。

而問題 2 中的 $\frac{1}{5}$ 公升被分割成 4 等份。



- 本基本學習內容為分數乘以分數問題的先備知識，以分數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」為例，學生必須透過先除「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」再乘「 $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 」兩個步驟，才能算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{35}$ 公升；其中分數除以整數「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」是本基本學習內容教學的重點。
- 以等分除問題「 $\frac{3}{5}$ 公升果汁，平分裝成4瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義，第二種策略的詳細說明，請見下一個黑點的說明。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是0的舊經驗

$$\frac{3}{5} \text{公升} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \text{公升} (12 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{ 公升}), 12 \div 4 = 3 (3 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 $\frac{1}{5}$ 公升來分)

$$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20} (\frac{1}{5} \text{ 公升果汁平分成 4 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{20} \text{ 公升})$$

$$\frac{3}{5} \text{ 公升是 3 個 } \frac{1}{5} \text{ 公升} \Rightarrow \frac{1}{20} \times 3 = \frac{3}{20} (\text{公升}),$$

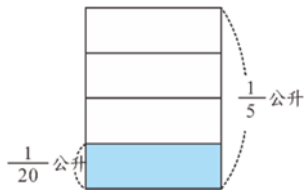
答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ 」算出答案。

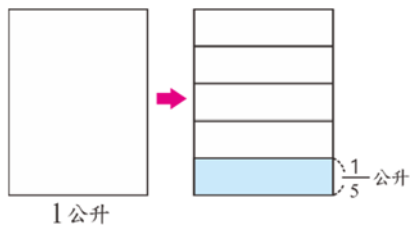
- 以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。



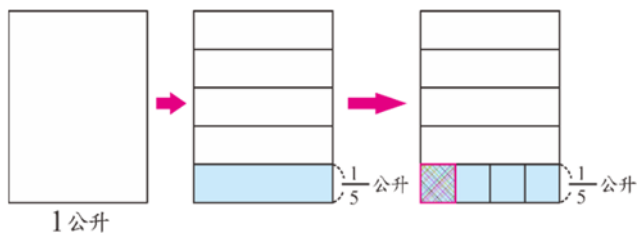
教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成4份，透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ 」說明其中1份是 $\frac{1}{20}$ 公升，在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。



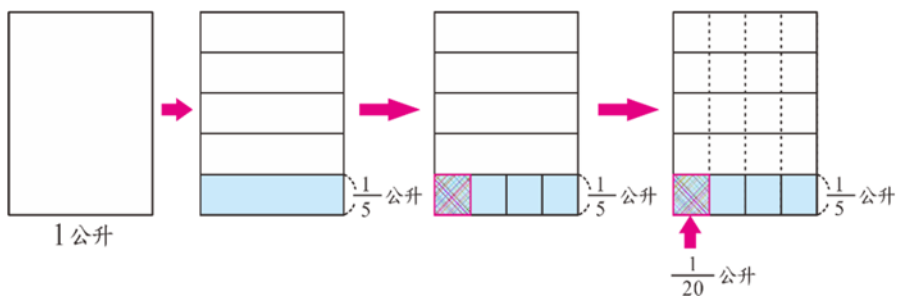
教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表1公升，再將1公升平分成5大份，得到其中的1大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。



再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成4小份。



因為看不到1小份和1公升的關係，因此將平分成4小份的線延長，就能看到1公升被分割成20(5×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」，說明其中的1小份是 $\frac{1}{20}$ 公升。



N-5-8	<p>小數的乘法：整數乘以小數、小數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。</p> <p>備註：先連結「乘以 0.1」和「乘以 0.01」的意義和乘法直式計算的經驗再做推廣。小數乘法直式計算的方法和整數類似，但須留意小數點記法和小數加減時記法不同。</p>	n-III-7
-------	--	---------

基本學習內容

NC-5-8-1 熟練乘數是小數乘法的直式計算。

基本學習表現

NCP-5-8-1-1 能用直式處理整數乘以小數的計算，並解決生活中的問題。

NCP-5-8-1-2 能用直式處理小數乘以小數的計算，並解決生活中的問題。

NCP-5-8-1-3 能理解乘數大於、小於或等於 1 時，積與被乘數的大小關係。

- ◎ 基本學習內容 NC-5-8-1 為 NC-4-7-3 及 NC-5-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經能用直式處理二位小數的整數倍計算；也應該已經理解分數乘以分數的意義。

本基本學習內容將小數乘法中乘數的範圍由整數延伸至小數。

- 透過將小數乘法轉換成分數乘法，再說明小數乘法的意義，是學生比較容易掌握小數乘法意義的方法。
因此本基本學習內容限制先引入分數乘以分數的乘法問題，再引入小數乘以小數的乘法問題。
- 乘數是小數計算的教學及評量重點以二位小數互乘為原則，且轉換成整數相乘時被乘數及乘數都不能超過三位數字。例如：「 32.14×267.34 」是兩位小數乘以兩位小數，但是「 3214×26734 」被乘數及乘數的範圍都超過三位數字；「 2.34×0.28 」也是兩位小數乘以兩位小數，但是「 234×28 」被乘數及乘數的範圍都沒有超過三位數字。



- 以二位小數乘以一位小數「 2.38×6.7 」為例，說明如何幫助學生理解小數乘以小數乘法直式計算的意義。

步驟一：複習整數乘以整數的乘法直式計算

學生能算出「 $238 \times 67 = 15946$ 」。

步驟二：複習分數乘以分數的分數乘法計算

學生能算出 $\frac{238}{100} \times \frac{67}{10} = \frac{238 \times 67}{100 \times 10} = \frac{15946}{1000}$ 。

步驟三：幫助學生看到整數除以 10、100、1000、10000 等數時，被除數和商小數點位置移位的關係。

因為 15946 中沒有小數點，教師應先說明小數點可以告訴我們個位數字在哪裡，將「15946」改記成「15946.」後，再說明小數點移位的關係。 $15946. \div 10 = 1594.6$ ，(除以 10，小數點向左移一位)

$15946. \div 100 = 159.46$ ，(除以 100，小數點向左移二位)

$15946. \div 1000 = 15.946$ ，(除以 1000，小數點向左移三位)

$15946. \div 10000 = 1.5946$ ，(除以 10000，小數點向左移四位)

步驟四：透過比對小數乘以小數乘法直式算式和改記成分數乘以分數逐次減項的算式，幫助學生理解小數乘以小數乘法直式計算的意義。

$$\begin{aligned}
 & 2.38 \times 6.7 \\
 &= \frac{238}{100} \times \frac{67}{10} \quad (\text{將小數} \times \text{小數，改記成分數} \times \text{分數}) \\
 &= \frac{238 \times 67}{100 \times 10} \quad (\text{分數乘法算則：分子乘以分子、分母乘以分母}) \\
 &= \frac{15946}{1000} \\
 &= 15946 \div 1000 \\
 &= 15946. \div 1000 \quad (\text{在個位右邊加上小數點}) \\
 &= 15.946 \quad (\text{小數點往左移 3 位})
 \end{aligned}$$

步驟五：將步驟四的解題活動改記成直式

列出直式	算出 238×67 的乘積	小數點往左移 3 位
$ \begin{array}{r} 2.38 \\ \times 6.7 \\ \hline \end{array} $	$ \begin{array}{r} 238 \\ \times 67 \\ \hline 1666 \\ 1428 \\ \hline 15946 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2.38 \\ \times 6.7 \\ \hline 1666 \\ 1428 \\ \hline 15.946 \end{array} $



- 當學生掌握小數乘以小數乘法直式算則解題的意義後，教師應幫助學生理解小數乘法中，積的小數位數＝被乘數的小數位數＋乘數的小數位數。
以「 $4.3 \times 1.5 = ?$ 」為例，「4.3」是一位小數，「1.5」也是一位小數，在計算一位小數乘以一位小數時，先算出「 $43 \times 15 = 645.$ 」，再將乘積的小數點向左移(1+1)位，也就是移2位，就能得到「 $4.3 \times 1.5 = 6.45$ 」。
再以「 $2.38 \times 1.6 = ?$ 」為例，「2.38」是二位小數，「1.6」是一位小數，計算二位小數乘以一位小數時，先算出「 $238 \times 16 = 3808.$ 」，再將乘積的小數點向左移(2+1)位，也就是移3位，就能得到「 $2.38 \times 1.6 = 3.808$ 」。
- 如果評量重點是被乘數、乘數及積之間的小數點位置關係，不涉及整數乘法的直式計算，教師可以命下列的問題。
 - (1) 「 $238 \times 67 = 15946$ ，請問 $2.38 \times 6.7 = (\quad)$ 」。
 - (2) 「 $2.38 \times 6.7 = 15.946$ ，請問 $238 \times 67 = (\quad)$ 」。



N-5-9	<p>整數、小數除以整數（商為小數）：整數除以整數（商為小數）、小數除以整數的意義。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。能用概數協助處理除不盡的情況。熟悉分母為 2、4、5、8 之真分數所對應的小數。</p> <p>備註：原則上只處理商限三位小數的情況。可讓學生從計算中發現可能有除不盡的循環現象，教師以概數處理這類問題（N-5-11），不處理「循環小數」的命名與課題。</p>	n-III-7
-------	--	---------

基本學習內容

NC-5-9-1 熟練整數、小數除以整數，商為小數的直式計算。

基本學習表現

NCP-5-9-1-1 能用直式處理小數除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

NCP-5-9-1-2 能用直式處理整數除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

NCP-5-9-1-3 能熟練分母為 10、100 之真分數所對應的小數。

NCP-5-9-1-4 能熟練分母為 2、5 之真分數所對應的小數。

NCP-5-9-1-5 能熟練分母為 4、8 之真分數所對應的小數。

◎ **基本學習內容 NC-5-9-1 為 NC-4-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能熟練較大位數的除法直式計算。**

本基本學習內容將被除數及商的範圍由整數延伸至小數。

- 本基本學習內容限制整數或小數除以整數問題的商最多為三位小數。
- 教師可以先布小數除以整數，商數是小數且有餘數的問題，例如：「 $17.5 \div 4$ 」。再布整數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如：「 $17 \div 4$ 」、「 $17.5 \div 4$ 」的被除數是一位小數，學生較容易類比整數除法直式計算，將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1，再加上原有的 0.5 後繼續運算。而「 $17 \div 4$ 」的被除數是整數，學生不易自行加上小數點，再將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1。

- 以 $\frac{3}{4}$ 為例，有兩種將分數改記成小數的方法：

(1) 利用除法直式算則來解題。

$$\text{例如：} \frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75$$

(2) 透過約分或擴分，將分母改記成 10 的次方後，再轉換成小數。

$$\text{例如：} \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0.75。$$



- 以「將 231.8 公升果汁，平分裝成 14 瓶，每瓶最多可以裝幾公升，剩下幾公升？(商數算到小數第一位)」為例，說明如何幫助學生解小數除以整數除法直式計算。

步驟一：將 231.8 分解為 2 個「100」、3 個「10」、1 個「1」和 8 個「0.1」。

步驟二：先分 2 個「100」，2 個「100」平分成 14 份不夠分；將 2 個「100」

換成 20 個「10」，加上原有的 3 個「10」，合起來是 23 個「10」。

23 個「10」平分成 14 份，每份是 1 個「10」。

步驟三：還剩下 9 個「10」不夠分，9 個「10」再換成 90 個「1」，加上原有的 1 個「1」，合起來是 91 個「1」。

步驟四：91 個「1」平分成 14 份，每份是 6 個「1」，分掉 84 個「1」。

步驟五：還剩下 7 個「1」不夠分，7 個「1」換成 70 個「0.1」，加上原有的 8 個「0.1」，合起來是 78 個「0.1」。

步驟六：78 個「0.1」平分成 14 份，每份是 5 個「0.1」，分掉 70 個「0.1」。

步驟七：剩下 8 個「0.1」。

步驟八：每瓶分到 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，剩下 8 個「0.1」，也就是每瓶分到 16.5 公升，剩下 0.8 公升。

上述的解題活動，可以使用下列直式來記錄：

	1 6. 5		⇒ 步驟八
1 4	2 3 1. 8		⇒ 步驟一
	1 4		⇒ 步驟二
	9 1		⇒ 步驟三
	8 4		⇒ 步驟四
	7 8		⇒ 步驟五
	7 0		⇒ 步驟六
	8		⇒ 步驟七

- 最簡分數的分母是 $2^m \times 5^n$ 的樣式，其中 m 、 n 都是非負整數，才能轉換成有限小數。

例如： $\frac{3}{8}$ 的分母是 $2^3 \times 5^0$ ，可以透過下列算式將 $\frac{3}{8}$ 改記成有限小數。

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{8 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times 10 \times 10} = \frac{375}{1000} = 0.375。$$

- 學生應熟練分母為 2、4、5、8、10、100 之真分數所對應的小數值。

例如： $\frac{1}{8} = 0.125$ ， $\frac{3}{8} = 0.375$ ， $\frac{5}{8} = 0.625$ ， $\frac{7}{8} = 0.875$ 。

- 本基本學習內容 不要求 學生從計算中發現可能有除不盡的循環現象，也 不處理 「循環小數」的命名與相關問題。



N-5-10	<p>解題：比率與應用。整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。</p> <p>備註：本條目限結果不大於 1 (100%) 的應用情境 (大於 1 之延伸情境見 N-6-8)。</p>	<p>n-III-5 n-III-9</p>
--------	---	----------------------------

基本學習內容

NC-5-10-1 認識比率及其在生活上的應用 (含「百分率」、「折」)。

基本學習表現

NCP-5-10-1-1 能認識比率及其在生活上的應用。

NCP-5-10-1-2 能認識百分率及其在生活上的應用。

NCP-5-10-1-3 能認識打折及其在生活上的應用。

NCP-5-10-1-4 能認識加成及其在生活上的應用。

NCP-5-10-1-5 能熟練常用百分率 and 分數的互換。

◎ 基本學習內容 NC-5-10-1 為 NC-5-6-2 之後續學習概念，故學生應該已經能在包含除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

本基本學習內容引入比率，幫助學生利用分數或百分率等描述部份和全體的關係。

■ 本基本學習內容五年級引入比率，六年級引入比值，比率和比值的意義相同，都是用一個數表示兩量的關係，比率討論的是部份和全體的情境，限制以全體為基準量，部份為比較量，而比值討論是任意兩量的情境，可以選擇其中的一量為基準量，剩下的另一量為比較量。

■ 五年級比率教學的重點是部份及全體的關係。

例如：「全班 20 人，男生有 12 人，將全班人數看成基準量 1，男生人數看成比較量，男生人數佔全班的 $\frac{3}{5}$ (或 60%)」。

六年級比值的教學重點是基準量及比較量兩量間的關係。

例如：「甲的體重是 18 公斤，乙的體重是 30 公斤，將甲的體重看成基準量 1，乙的體重看成比較量，乙的體重是甲的 $\frac{5}{3}$ 倍。」

■ 比率問題包含「比率未知」、「部份量未知」及「全部量未知」三類問題。

因為「全部量未知」的問題涉及除數是分數的除法計算，因此五年級只處理「比率未知」及「部份量未知」的問題，等待六年級引入除數是分數的除法後，再處理「全部量未知」的問題。

下面以「全班有 25 人，女生有 10 人」為例，說明這三類問題的題型：



比率未知問題：全班有 25 人，女生有 10 人，女生佔全班的幾分之幾？

部份量未知問題：全班有 25 人，女生佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，女生有多少人？

全部量未知問題：女生有 10 人，佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，全班有多少人？

- 以「全班有 10 人，男生有 7 人，男生人數佔全班人數的多少？」問題為例，建議教師透過下面佈題引導，幫助學生掌握「男生人數佔全班人數的 $\frac{7}{10}$ 」的意義。

(1) 一盒蘋果有 10 顆，7 顆蘋果相當於多少盒？

幫助學生理解「把 10 顆蘋果平分成 10 份，其中的 1 份是 1 顆蘋果，

1 顆蘋果是 $\frac{1}{10}$ 盒，7 顆蘋果是 $\frac{7}{10}$ 盒」。

(2) 全班有 10 人，男生有 7 人，男生相當於多少班？

幫助學生理解「全班有 10 人，1 人是 $\frac{1}{10}$ 班，7 人是 $\frac{7}{10}$ 班」。

(3) 全班有 10 人，男生有 7 人，把全班當成 1 份，男生相當於多少份？

幫助學生理解「全班有 10 人，把全班當成 1 份，1 人是 $\frac{1}{10}$ 份，7 人是 $\frac{7}{10}$ 份」。

(4) 全班有 10 人，男生有 7 人，男生人數佔全班人數的多少？

幫助學生理解「把全班人數(10 個人)當作 1 時，男生人數(7 個人)是 $\frac{7}{10}$ 」。

- $75\% = 75 : 100 = 0.75 : 1$ ，可以簡記成 $75\% = 0.75$ ，指的是當全體佔 1 份時，部份佔 0.75 份。

$75\% = 75 : 100 = \frac{75}{100} : 1 = \frac{3}{4} : 1$ ，可以簡記成 $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ ，指的是當全體佔 100 份時，部份佔 75 份；或全體佔 4 份時，部份佔 3 份。

- 百分率是常用的比率表示法，教師應幫助學生熟練常用百分率與分數的轉換。評量時以常用百分率與分數的轉換為宜。

例如：

$$100\% = \frac{100}{100} = 1, 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}, 75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4},$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, 60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}, 80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5},$$

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}。$$



- 比率是比或比值的先備知識，教師可以幫助學生用兩量併置的想法來解釋比率問題。
例如全班有 20 人，男生有 12 人，男生人數佔全班的 60%，指的是當全班看成 100 人時，男生有 60 人；男生人數佔全班的 $\frac{3}{5}$ ，指的是將全班看成 1 份時，男生有 $\frac{3}{5}$ 份，或將全班看成 1 時，男生有 $\frac{3}{5}$ 。
因為六年級才引入比或比值的記法，因此不能利用比或比值的記法來記錄比率問題，例如：「男生人數：全班人數 = 12：20」或「男生人數：全班人數的比值為 $\frac{3}{5}$ 」。
- 比率是部份與全體的關係，教師描述比率時應同時呈現部份與全體。
以「出席率為 80%」為例，教師應先說「出席人數和全班人數的比率為 80%」，等待學生掌握其意義後，再說明「出席人數和全班人數的比率為 80%」，可以簡稱為「出席率為 80%」。
- 「打八折」有兩種說法：
說法一：售價是定價的 0.8 倍
把定價當 1，售價是 0.8，售價 ÷ 定價 = 0.8，售價 = 定價 × 0.8。
說法二：售價是定價的 80%。
把定價當 1，售價是 $\frac{80}{100}$ ，售價 ÷ 定價 = $\frac{80}{100}$ ，售價 = 定價 × $\frac{80}{100}$ ，售價 = 定價 × 80%。「20% off」是指把定價當作 1 時，售價比定價減少 20%。為了與「20% off」教學一致性，建議教師採用說法二(售價是定價的 80%) 引入「打八折」。
- 教師應幫助學生區分「打八折」和「打七五折」的意義，「打八折」指的是售價是定價的 80%，「打七五折」指的是售價是定價的 75%。
建議教師教學時先說明「打七五折」指的是售價是定價的 75%，再說明「打八折」指的是售價是定價的 80%，簡稱為「打八折」。
- 建議教師仿打折的方式，透過百分率說明加成的意義。
「加二成」指的是把成本當作 1 時，定價比成本多 20%，「加三成五」指的把成本當作 1 時，定價比成本多 35%。
- 本基本學習內容限制比率或百分率都不能大於 1。
以「成本是 100 元，加二成五為定價，請問定價是多少元？」為例：
教師可以透過「 $100 \times 25\% = 25$ ， $25 + 100 = 125$ 」算出定價是 125 元；但不宜透過「 $100\% + 25\% = 125\%$ ， $100 \times 125\% = 125$ 」算出定價是 125 元。



N-5-11	<p>解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。</p> <p>備註：教學討論近似問題時，不出現「誤差」、「近似值」之用語。</p>	n-III-8
--------	--	---------

基本學習內容

NC-5-11-1 用四捨五入法對小數在指定位數取概數。

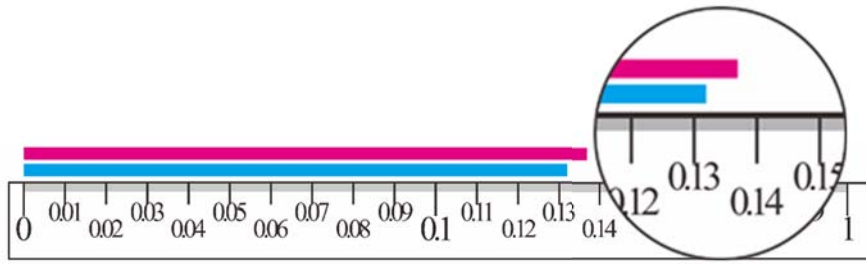
基本學習表現

NCP-5-11-1-1 對小數在指定位數利用四捨五入法取概數。

- ◎ **基本學習內容 NC-5-11-1 為 NC-4-4-2 之後續學習概念，故學生應該已經能用四捨五入法對大數在指定位數取概數。**
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，對小數在指定位數利用四捨五入法取概數。
- 日常生活中常見利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的問題，但是它們取概數的單位不一定是十、百、千或萬等單位。
以包裝 734 個蘋果為例，並不一定要 10 個或 100 個蘋果才能裝一盒，8 個蘋果裝一袋，12 個蘋果裝一盒，120 個蘋果裝一箱，都是合理的情境。
本基本學習內容限制只在具體情境中，對小數在指定位數利用四捨五入法取概數，不討論對小數在指定位數利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的問題。
- 本基本學習內容限制最多只能利用四捨五入法取概數到小數點第三位。
- 以「7.2468 用四捨五入法取概數到小數第一位」為例，部份學生可能從小數點最後一位開始四捨五入，例如 7.2468 最後一位是 8，針對 8 四捨五入後得到 7.247，再針對 7 四捨五入得到 7.25，再針對 5 四捨五入得到 7.3。
教師應說明四捨五入的意義，7.2468 介於 7.2 和 7.3 之間，用四捨五入法取概數到小數第一位，教學重點是判斷 7.2468 距離 7.2 比較近，或距離 7.3 比較近，因此當取概數到小數點第一位時，只要判斷小數點第二位即可，7.2468 小數點後第 2 位是 4，也就是 7.2468 距離 7.2 比較近，所以 7.2468 用四捨五入法取概數到小數第一位的結果是 7.2。



- 建議透過下面的測量情境，幫助學生理解四捨五入法取概數的意義例子。



當我們用最小刻度是 0.01 公尺(1 公分)的直尺測量上圖的上、下兩條繩子長度時，如果用無條件捨去法取概數，剩下不到 0.01 公尺(1 公分)的捨去不算，兩條繩子的長度都是 0.13 公尺(13 公分)；如果用無條件進入法取概數，剩下不到 0.01 公尺(1 公分)的也算 0.01 公尺(1 公分)，兩條繩子的長度都是 0.14 公尺(14 公分)，這兩種描述繩長的誤差很大。

如果繩子長度比較接近 0.14 公尺(14 公分)，就記成 0.14 公尺；繩子長度比較接近 0.13 公尺(13 公分)，就記成 0.13 公尺。因此，將下面藍色繩子的長度記成 0.13 公尺，上面紅色繩子的長度記成 0.14 公尺，這樣比較接近實際的長度，也是比較公平的記法；數學上稱這種取概數的方法為四捨五入法。

0.135 公尺剛好介於 0.13 公尺和 0.14 公尺之間，為了讓下一位是 0、1、2、3、4 時都捨去，5、6、7、8、9 都進位，四捨五入法約定將 0.135 公尺記成 0.14 公尺。

- 本基本學習內容只處理對給定小數在指定位數利用四捨五入法取概數的問題，不處理商數算至小數指定位數取概數的問題。

N-5-12	<p>面積：「公畝」、「公頃」、「平方公里」。生活實例之應用。含與「平方公尺」的換算與計算。使用概數。</p> <p>備註：針對量的大單位教學，教師應運用學生熟悉的生活示例，體會各單位的量感。</p>	n-III-11
--------	--	----------

基本學習內容

- NC-5-12-1 認識面積單位「公畝」、「公頃」及「平方公里」；「平方公尺公畝」、「平方公尺」、「公頃」，「公畝、公頃」及「平方公尺、平方公里」單位間的化聚。
- NC-5-12-2 「平方公尺、公畝」，「公畝、公頃」單位複名數的加減及整數倍乘法計算。

基本學習表現

- NCP-5-12-1-1 能認識面積單位「公畝」。
- NCP-5-12-1-2 能認識面積單位「公頃」。
- NCP-5-12-1-3 能認識面積單位「平方公里」。
- NCP-5-12-1-4 能以「公畝」為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- NCP-5-12-1-5 能以「公頃」為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- NCP-5-12-1-6 能以「平方公里」為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- NCP-5-12-2-1 「平方公尺」、「公畝」單位間的化聚。
- NCP-5-12-2-2 「平方公尺」、「公頃」單位間的化聚。
- NCP-5-12-2-3 「平方公尺」、「平方公里」單位間的化聚。
- NCP-5-12-2-4 「公畝」、「公頃」單位間的化聚。
- NCP-5-12-2-5 能進行「平方公尺、公畝」，「公畝、公頃」單位複名數的加減計算。
- NCP-5-12-2-6 能進行「平方公尺、公畝」，「公畝、公頃」單位複名數的數倍乘法計算。

◎ 基本學習內容 NC-5-12-1、NC-5-12-2 為 NC-4-11-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積單位「平方公尺」；也能進行「平方公分」、「平方公尺」單位間化聚(只處理大單位化為小單位)。

基本學習內容 NC-5-12-1 幫助學生認識較大的面積單位「公畝」、「公頃」及「平方公里」；進行「平方公尺、公畝」、「平方公尺、公頃」「公畝、公頃」及「平方公尺、平方公里」單位間的化聚。基本學習內容 NC-5-12-2 進行「平方公尺、公畝」，「公畝、公頃」及「平方公尺、平方公里」單位複名數的加減及整數倍乘法計算。



- 平方公里單位的引入，和平方公分及平方公尺單位引入的方式相同(見下表)，數學上稱邊長 1 公分正方形的面積是 1 平方公分，邊長 1 公尺正方形的面積是 1 平方公尺，相同的命名方式，邊長 1 公里正方形的面積是 1 平方公里。

正方形的邊長	1 公分	1 公尺	1 公里
正方形的面積	1 平方公分	1 平方公尺	1 平方公里

- 平方公分、平方公尺和平方公里都是利用正方形的邊長引入，建議教師也透過正方形的邊長引入公頃和公畝。

教師可以命名邊長 10 公尺正方形的面積為 1 公畝，邊長 100 公尺正方形的面積為 1 公頃(如下表)；再透過面積公式說明 1 公畝的面積為 100 平方公尺，1 公頃的面積為 10000 平方公尺。

正方形的邊長	1 公尺	10 公尺	100 公尺	1000 公尺
正方形的面積	1 平方公尺	1 公畝	1 公頃	1 平方公里
平方公尺之值	1	100	10000	1000000

- 可以透過 1 公里=1000 公尺及正方形面積公式，說明邊長 1 公里的正方形面積是 1 平方公里， $1000 \times 1000 = 1000000$ ，邊長 1000 公尺正方形面積是 1000000 平方公尺，所以 1 平方公里=1000000 平方公尺。

但是不宜過度評量平方公里和平方公尺雙向化聚的問題，例如：

「3 平方公里=()平方公尺」或「3.5 平方公里=()平方公尺」。

本基本學習內容討論小數的範圍不超過三位小數，因此不引入

「1 平方公尺= $\frac{1}{1000000}$ (或 0.000001)平方公里」的問題。

- 面積單位引入的年級：

三年級引入「平方公分」。

四年級引入「平方公尺」。

五年級引入「公畝」、「公頃」、「平方公里」。



N-5-13	<p>重量：「公噸」。生活實例之應用。含與「公斤」的換算與計算。使用概數。</p> <p>備註：教師應運用學生熟悉的生活示例，體會各單位的量感。</p>	n-III-11
--------	--	----------

基本學習內容

- NC-5-13-1 認識重量單位「公噸」；「公噸」與「公斤」單位的化聚。
 NC-5-13-2 「公噸」與「公斤」單位複名數的加減及整數倍乘法計算。

基本學習表現

- NCP-5-13-1-1 能認識重量單位「公噸」。
 NCP-5-13-1-2 能以「公噸」為單位作加、減及整數倍乘法計算。
 NCP-5-13-1-3 能認識「1 公噸=1000 公斤」，並進行公噸與公斤單位的整數倍化聚。
 NCP-5-13-1-4 能認識「1 公噸=1000 公斤」，並進行公噸與公斤單位的分、小數倍化聚。
 NCP-5-13-2-1 能進行含公噸單位複名數的加減計算。
 NCP-5-13-2-2 能進行含公噸單位複名數的整數倍乘法計算。

◎ 基本學習內容 NC-5-13-1 為 NC-3-16-1 及 NC-3-16-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識重量單位「公斤」、「公克」，及「公斤」、「公克」單位的整數倍化聚；也應該能做「公斤、公克」複名數的加減及整數倍乘法計算。

本基本學習內容引入新的重量單位「公噸」，並進行公噸與公斤單位的整數倍及分、小數倍的化聚。

- 本基本學習內容在三年級引入「公斤」及「公克」單位，五年級引入「公噸」單位。
- 本基本學習內容限制三年級只能進行重量情境整數倍的化聚，五年級開始才可以進行重量情境分數或小數倍的化聚。

整數倍單名數化聚(大單位化成小單位)：例如 5 公噸=()公斤

整數倍單名數化聚(小單位聚成大單位)：例如：3000 公克=()公斤

分、小數倍單名數化聚(大單位化成小單位)：例如：3.2 公噸=()公斤

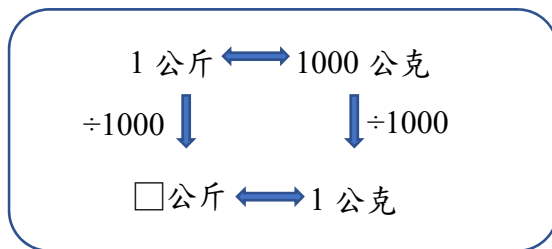
分、小數倍單名數化聚(小單位聚成大單位)：例如：40 公克=()公斤

- 三年級重量單位複名數的加減及整數倍乘法計算，不可以進退位。
 五年級重量單位複名數的加減及整數倍乘法計算，可以進退位。



- 以「1 公克=()公斤」為例，教師可以透過將「1000 公克=1 公斤」等號兩邊同時平分成 1000 份的想法，將幫助學生掌握「1 公克 = $\frac{1}{1000}$ 公斤(或 0.001 公斤)」的結果。

將 1000 公克平分成 1000 份，其中的 1 份是 1 公克，將 1 公斤平分成 1000 份，其中的 1 份是 $\frac{1}{1000}$ 公斤(或 0.001 公斤)，可以得到「1 公克 = $\frac{1}{1000}$ 公斤(0.001 公斤)」的結果。教師也可以將上面的說明改用下面的關係式來說明。



- 以「3.8 公斤=()公克」為例，提出三種解題的方法，說明如何幫助學生進行分、小數倍單名數化聚(大單位化成小單位)。

方法一：利用類比整數倍單名數化聚想法來解題

中年級學過利用「 $1000 \times 5 = 5000$ 」，算出 5 公斤是 5000 公克。

可以類比中年級的方法，利用「 $1000 \times 3.8 = 3800$ 」，算出 3.8 公斤是 3800 公克。

方法二：利用單位量轉換的概念來解題

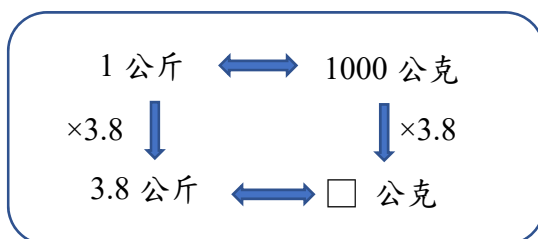
3.8 公斤是 3.8 個 1 公斤

⇒ 3.8 公斤是 3.8 個 1000 公克(1 公斤 = 1000 公克)

⇒ 3.8 公斤是 1000 公克的 3.8 倍(可以記成 1000×3.8)

⇒ 3.8 公斤是 3800 公克($1000 \times 3.8 = 3800$)

方法三：利用關係式來解題



1 公斤的 3.8 倍是 3.8 公斤，所以 1000 公克的 3.8 倍是 3800 公克。

可以利用 $1000 \times 3.8 = 3800$ ，得到 3.8 公斤是 3800 公克。

- 以「40 公克=()公斤」為例，提出四種解題的方法，說明如何幫助學生進行分、小數倍單名數化聚(小單位聚成大單位)。

方法一：利用類比整數倍單名數化聚想法來解題

中年級學過利用「 $4000 \div 1000 = 4$ 」算出 4000 公克是 4 公斤。

可以類比中年級的方法，利用「 $40 \div 1000 = 0.04$ 」，算出 40 公克是 0.04 公斤。

方法二：利用單位量轉換的概念來解題

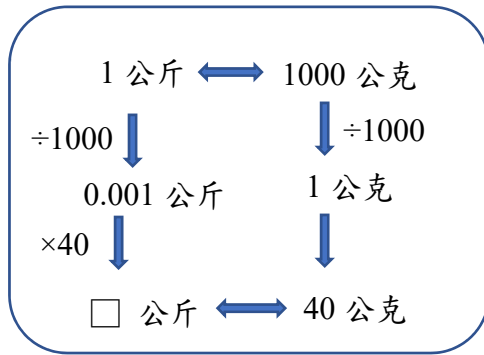
40 公克是 40 個 1 公克

⇒ 40 公克是 40 個 0.001 公斤(1 公克=0.001 公斤)

⇒ 40 公克是 0.001 公斤的 40 倍(可以記成 0.001×40)

⇒ 40 公克是 0.04 公斤 ($0.001 \times 40 = 0.04$)

方法三：利用關係式來解題



$1 \div 1000 = 0.001$ (或 $\frac{1}{1000}$)公斤，1 公克是 0.001 (或 $\frac{1}{1000}$)公斤，

$0.001 \times 40 = 0.04$ (或 $\frac{1}{1000} \times 40 = \frac{40}{1000}$)，得到 40 公克是 0.04 公斤(或 $\frac{40}{1000}$ 公斤)。

- 重量單位引入的年級：

三年級引入「公斤、公克」單位。

四年級沒有引入新的單位。

五年級引入「公噸」單位。

N-5-14	<p>體積：「立方公尺」。簡單實測、量感、估測與計算。</p> <p>備註：不用複名數進行計算。1 立方公尺與 1 立方公分的換算較龐雜，不須評量。</p>	n-III-11
--------	--	----------

基本學習內容

NC-5-14-1 認識體積單位「立方公尺」，並進行實測及估測。

基本學習表現

NCP-5-14-1-1 能認識體積單位「立方公尺」。

NCP-5-14-1-2 能以「立方公尺」為單位作相關的實測與估測。

NCP-5-14-1-3 能以「立方公尺」為單位作加、減及整數倍乘法計算。

NCP-5-14-1-4 能認識「1 立方公尺=1000000 立方公分」，並進行「立方公尺」、「立方公分」間的整數倍化聚關係(只處理大單位化為小單位)。

- ◎ 基本學習內容 NC-5-14-1 為 NC-4-12-1(同 SC-4-4-1)之後續學習概念，故學生應該已經認識體積及體積單位「立方公分」，並進行實測、估測及計算。本基本學習內容引入新的體積單位「立方公尺」，並進行實測及估測。
- 本基本學習內容不引入立方公尺及立方公分的複名數加減及整數倍計算。
- 教師可以透過 1 公尺=100 公分及正方體體積公式，說明邊長 1 公尺的正方體面積是 1 立方公尺， $100 \times 100 \times 100 = 1000000$ ，邊長 100 公分的正方體面積是 1000000 立方公分，所以 1 立方公尺=1000000 立方公分。但是不宜過度評量「3 立方公尺=()立方公分」或「3.5 立方公尺=()立方公分」的問題。
本基本學習內容討論小數的範圍不超過三位小數，因此不引入「1 立方公分= $\frac{1}{1000000}$ (或 0.000001)立方公尺」的問題。
- 體積單位引入的年級：
四年級引入「立方公分」。
五年級引入「立方公尺」。



N-5-15	<p>解題：容積。容量、容積和體積間的關係。知道液體體積的意義。</p> <p>備註：教學中須包含如何以容積的想法求不規則物體的體積。</p>	n-III-12
--------	---	----------

基本學習內容

NC-5-15-1 理解容量、容積和體積間的關係。

基本學習表現

NCP-5-15-1-1 能認識容積。

NCP-5-15-1-2 能理解容量、容積和體積間的關係。

NCP-5-15-1-3 知道「 $1ml=1c.c.$ 」。

NCP-5-15-1-4 能解決容量、容積和體積間相關的問題。

NCP-5-15-1-5 能算出不規則形狀物體的體積。

◎ 基本學習內容 NC-5-15-1 為 NC-2-12-1 及 NC-4-12-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識容量；也應該已經認識體積。

本基本學習內容幫助學生理解容量、容積和體積間的關係。

■ 固體、液體和氣體都有體積，國小階段只討論固體和液體的體積，不討論氣體的體積。固體的周界是固定的，因此比較容易測量出固體的體積。液體的周界不固定，例如地上的一灘水，水會流動，隨時會改變形體，因此無法直接測量液體的體積，必須先用容器將液體的體積固定後，才能測量出液體的體積。當我們將容器裝滿液體時，液體的體積稱為該容器的容量。

■ 以玻璃杯為例，玻璃是固體，玻璃部份所佔的空間，稱為玻璃杯的體積；如果玻璃杯最多能裝 500 立方公分的水，我們稱玻璃杯的容量為 500 毫升；玻璃杯的容量是 500 毫升，指的是當它裝滿水時，水的體積是 500 立方公分。

■ 「c.c.」是英文「cubic centimeter(立方公分)」的簡記，而立方公分是體積的單位，因此「c.c.」是體積的單位，ml(毫公升或毫升)才是容量的單位。

■ 一粒米或一顆沙的體積是固定的，但是一堆米或一堆沙的情境和液體相同，會流動並隨時改變周界的形狀，因此可以類比容量的概念，用容積來描述米或沙的量。

以一個長、寬、高都是 10 公分的容器為例：

當這個容器裝滿液體時，我們稱該容器的容量是 1 公升。

當這個容器是密閉的，裝滿米或沙(平鋪而沒有凸出)等固體時，我們稱該容器的容積是 1 公升。



- 日常生活中的瓶裝或罐裝液體，常見體積(例如 500c.c.)、容量(例如 500ml)及重量(例如 500g)這三種標示的方法。
比重比 1 大的液體，描述重量的數字會比描述體積或容量的數字大，因此常用重量的方式來標示，500g 表示瓶內液體的重量是 500 公克。
多數的瓶裝飲料使用容量來標示，500ml 表示瓶子的安全容量是 500 毫升，也就是瓶內飲料的體積是 500 立方公分。
部份瓶裝飲料使用體積來標示，500c.c.表示瓶內液體的體積是 500 立方公分，與瓶子的容量沒有關係。
- 量杯內原來有 5ml 的水，丟入 1 個白色積木(體積是 1 立方公分)，水位會上升 1ml，丟入 5 個白色積木，水位會上升 5ml，可以得到 $1c.c.=1ml$ 。
同理，量杯內原來有 500ml 的水，丟入一塊石頭後，水位上升至 600ml， $600-500=100$ ，可以得到石頭的體積是 100 立方公分。
- 教師可以透過下列步驟，說明長 5 公分、寬 4 公分、高 3 公分長方體容器的容量是 60ml。
步驟一：幫助學生理解長方體容器裝滿水時，容器內水的形狀是長 5 公分、寬 4 公分、高 3 公分長方體。
步驟二：長方體體積 $=5 \times 4 \times 3 = 60$ ，得到水的體積是 60 立方公分。
步驟三：長方體容器裝滿水時，水的體積是 60 立方公分，所以長方體容器的容量是 60ml。
- 以「量杯中有 1200 毫升的水，1 塊石頭完全沉入水中，水位上升至刻度 1500 毫升，請問這塊石頭的體積是多少立方公分？」為例，問題中出現毫升和立方公分兩種單位，教師幫助學生將毫升單位轉換成立方公分後再解題。
建議教師依下列步驟幫助學生解題時。
步驟一：量杯中有 1200 毫升的水，也就是水的體積是 1200 立方公分。
步驟二：水位上升至 1500 毫升時，也就是水和石頭的體積合起來是 1500 立方公分。
步驟三： $1500-1200=300$ (立方公分)，得到石頭的體積是 300 立方公分。



N-5-16	<p>解題：時間的乘除問題。在分數和小數學習的範圍內，解決與時間相關的乘除問題。</p> <p>備註：含以分數和小數表示的時間量。如 15 分是$\frac{1}{4}$時 $(\frac{15}{60}=\frac{1}{4})$；$\frac{1}{5}$時是 12 分$(60\times\frac{1}{5}=12)$。可含工程問題。</p>	n-III-11
--------	--	----------

基本學習內容

NC-5-16-1 時間量分、小數倍的化聚。

NC-5-16-2 時間量複名數的整數倍乘法計算。

NC-5-16-3 時間量複名數的除法計算。

基本學習表現

NCP-5-16-1-1 能解決時間量分數倍、小數倍的化聚。

NCP-5-16-2-1 能解決時間量複名數的整數倍乘法計算。

NCP-5-16-3-1 能解決等分除情境時間量複名數的除法計算。

NCP-5-16-3-2 能解決包含除情境時間量複名數的除法計算。

◎ **基本學習內容 NC-5-16-1 為 NC-5-13-1 之後續學習概念，故學生應該已經能解決「公噸」與「公斤」單位的分數倍及小數倍化聚。**

本基本學習內容開始引入時間單位的分數倍及小數倍化聚。

■ 本基本學習內容限制五年級以前只能進行時間量整數倍的化聚，五年級開始才可以進行時間量分數或小數倍的化聚。

(1)時間單位整數倍化聚問題：

①大單位化成小單位：

3 日 = () 小時、3 小時 20 分鐘 = () 分鐘

②小單位聚成大單位：

72 小時 = () 日、150 分鐘 = () 小時 () 分鐘

(2)時間單位分數倍及小數倍化聚問題：

①大單位化成小單位：

2.4 小時 = () 分鐘、3.4 分鐘 = () 分鐘 () 秒鐘

②小單位聚成大單位：

20 分鐘 = () 小時、2 小時 15 分鐘 = () 小時



- 以 $\frac{2}{5}$ 小時 = () 分鐘為例，提出二種幫助學生解題的方法。

方法一：單位量轉換

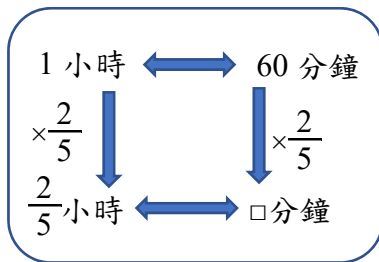
$$\frac{2}{5} \text{ 小時是 } \frac{2}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 小時}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} \text{ 小時是 } \frac{2}{5} \text{ 個 } 60 \text{ 分鐘} (1 \text{ 小時} = 60 \text{ 分鐘})$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} \text{ 小時是 } 60 \text{ 分鐘的 } \frac{2}{5} \text{ 倍} (\text{可以記成 } 60 \times \frac{2}{5})$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} \text{ 小時是 } 24 \text{ 分鐘} (60 \times \frac{2}{5} = 24)$$

方法二：透過比的想法，利用關係式來解題



$$60 \times \frac{2}{5} = 24, \text{ 所以 } \frac{2}{5} \text{ 小時} = 24 \text{ 分鐘}$$

- 以 12 分鐘 = () 小時為例，說明如何幫助學生解題。

方法一：單位量轉換

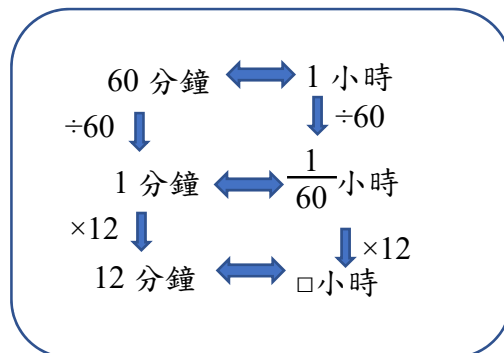
12 分鐘是 12 個 1 分鐘

$$\Rightarrow 12 \text{ 分鐘是 } 12 \text{ 個 } \frac{1}{60} \text{ 小時} (1 \text{ 分鐘} = \frac{1}{60} \text{ 小時})$$

$$\Rightarrow 12 \text{ 分鐘是 } \frac{1}{60} \text{ 小時的 } 12 \text{ 倍} (\text{可以記成 } \frac{1}{60} \times 12)$$

$$\Rightarrow 12 \text{ 分鐘是 } \frac{1}{5} \text{ 小時} (\frac{1}{60} \times 12 = \frac{1}{5})$$

方法二：透過比的想法，利用關係式來解題



$$\frac{1}{60} \times 12 = \frac{1}{5}, \text{ 所以 } 12 \text{ 分鐘} = \frac{1}{5} \text{ 小時}$$



- ◎ 基本學習內容 NC-5-16-2 為 NC-4-13-2 之後續學習概念，故學生應該已經能解決複名數時間和時刻的加減問題。

本基本學習內容開始引入複名數時間量整數倍的乘法計算。

- 以「小明每天長跑時間是1小時30分鐘，連續7天，共跑多少小時多少分鐘？」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：先複習時間單位的化聚關係，1小時=60分鐘，60分鐘=1小時

步驟二：溝通利用時間複名數乘法直式算則解題時，最後答案的分鐘數字不能比60大。

步驟三：利用直式算出答案10小時30分鐘。

小時	分鐘										
1	30										
×	7										
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">210</td> <td style="font-size: small; color: blue;">→ 分鐘的數字不能比60大</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">330</td> <td style="font-size: small; color: blue;">→ 210分鐘聚成3小時30分鐘</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">30</td> <td style="font-size: small; color: blue;">→ 答案是10小時30分鐘</td> </tr> </table>			7	210	→ 分鐘的數字不能比60大	+	330	→ 210分鐘聚成3小時30分鐘	10	30	→ 答案是10小時30分鐘
7	210	→ 分鐘的數字不能比60大									
+	330	→ 210分鐘聚成3小時30分鐘									
10	30	→ 答案是10小時30分鐘									

- ◎ 基本學習內容 NC-5-16-3 為 NC-5-16-2 之後續學習概念，故學生應該已經能解決複名數時間量整數倍的乘法計算。

本基本學習內容開始引入複名數時間量的除法計算。

- 以等分除情境時間量問題「13日9小時48分鐘÷4=()日()小時()分鐘」為例，提出兩種幫助學生解題的方法：

方法一：被除數換成單名數(都換成分鐘)策略：

1小時=60分鐘；1日=24小時=1440分鐘

13日9小時48分鐘=19308分鐘 (1440×13+60×9+48=19308)

19308÷4=4827(分鐘)，4827分鐘=3日8小時27分鐘

方法二：將被除數視為多單位估商策略：

	日	小時	分鐘
	3	8	27
4	13	9	48
	-12	+24	+60
	1	33	108
		-32	108
		1	0

1日=24小時

1小時=60分鐘

- 以包含除情境時間量問題「機器完成一件成品要3日8小時50分鐘，14日19小時15分鐘最多可完成幾件成品，剩下多少時間？」為例，提出兩種幫助學生解題的方法：

方法一：被除數和除數都換成「幾分鐘」策略

$$24 \times 3 = 72, 72 + 8 = 80 \text{ (小時)}$$

$$60 \times 80 = 4800, 4800 + 50 = 4850 \text{ (分鐘)}$$

$$24 \times 14 = 336, 336 + 19 = 355 \text{ (小時)}$$

$$60 \times 355 = 21300, 21300 + 15 = 21315 \text{ (分鐘)}$$

$$21315 \div 4850 = 4 \text{ (件)} \dots 1915 \text{ (分鐘)}$$

$$1915 \div 60 = 31 \text{ (小時)} \dots 55 \text{ (分鐘)}$$

$$31 \div 24 = 1 \text{ (日)} \dots 7 \text{ (小時)}$$

答：最多可以完成4件成品，剩下1日7小時55分鐘。

方法二：先乘後減策略：

$$3 \text{ 日 } 8 \text{ 小時 } 50 \text{ 分鐘} \times 4 = 13 \text{ 日 } 11 \text{ 小時 } 20 \text{ 分鐘}$$

$$14 \text{ 日 } 19 \text{ 小時 } 15 \text{ 分鐘} - 13 \text{ 日 } 11 \text{ 小時 } 20 \text{ 分鐘} = 1 \text{ 日 } 7 \text{ 小時 } 55 \text{ 分鐘}$$

	日	小時	分鐘
	3	8	50
×			4
	12	32	200
	13	11	20

	日	小時	分鐘
	14	19	15
—	13	11	20
	1	7	55

答：最多可以完成4件成品，剩下1日7小時55分。

- 上面所舉等分除及包含除情境時間量的計算問題，都出現三個時間單位，主要是提供給教師參考，希望較詳細的說明兩種方法解題的意義。為了不要讓計算的數字太大，評量時不宜出現三個時間單位的複名數除法問題，只能評量二個相鄰時間單位的複名數除法問題。例如：「13小時35分鐘÷5」、「13小時35分鐘÷3小時15分鐘」等問題。
- 上面分別提供等分除及包含除情境時間量計算問題兩種解題方法，其中第一種方法概念比較簡單，但是計算比較複雜，第二種方法概念比較困難，但是計算比較簡單。教學時可以嘗試說明這兩種解題方法，但是評量時學生只要解題成功即可，不宜限制學生使用某種方法解題。



S-5-1	<p>三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。</p> <p>備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度，三角形不可能有兩鈍角。</p>	s-III-5
-------	---	---------

基本學習內容

- SC-5-1-1 理解三角形三內角和為 180 度。
 SC-5-1-2 理解三角形任意兩邊和大於第三邊。
 SC-5-1-3 理解平行四邊形的對邊相等、對角相等。

基本學習表現

- SCP-5-1-1-1 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。
 SCP-5-1-1-2 能利用三角形三內角和為 180 度的性質解決問題。
 SCP-5-1-1-3 能利用三角形三內角和為 180 度，理解四邊形四內角和為 360 度。
 SCP-5-1-2-1 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。
 SCP-5-1-2-2 能判斷給定的三線段是否能圍成三角形。
 SCP-5-1-3-1 能透過操作，理解平行四邊形的對邊相等、對角相等。

◎ 基本學習內容 SC-5-1-1 為 NC-4-10-1(同 SC-4-1-1)之後續學習概念，故學生應該已經認識角度單位「度」。

本基本學習內容透過操作，幫助學生理解三角形三內角和為 180 度。

■ 有兩種幫助學生理解三角形三內角和是 180 度的方法，分別說明如下：

方法一：拿出或畫出多個不同的三角形(三角形要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的角度和。幫助學生理解這些三角形三個角的角度和大約都是 180 度。

方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生理解這些三角形的三個角都可以拼成一個平角，因此這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。

■ 本基本學習內容教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。



- 有三種定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的方法：

方法一：直角三角形：有一個角是直角、其它二個角是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

方法二：直角三角形：有一個角是直角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

方法三：直角三角形：最大角是直角的三角形。

鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。

銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

本基本學習內容限制四年級使用第一種方法定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形。

- 五年級引入三角形內角和為 180 度的性質後，教師可以幫助學生理解三角形的內角和是 180 度，如果有 2 個直角或 2 個鈍角其內角和會大於 180 度，所以一個三角形不可能有 2 個直角或 2 個鈍角。並改用第二種或第三種方法重新定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形。

- 有兩種引入四邊形內角和是 360 度的方法，如果學生無法掌握方法一解題的意義，教師應引入方法二。

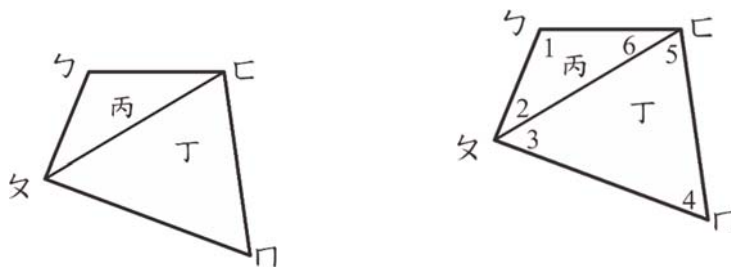
方法一：沿著對角線將四邊形切割成三角形丙和三角形丁。



(圖一)

三角形丙和三角形丁的內角和都是 180 度， $180 + 180 = 360$ ，所以四邊形內角和為 360 度。

方法二：沿著對角線將四邊形切割成三角形丙和三角形丁後，將兩個三角形每個內角都標示出來。



先列出已知的條件： $\angle 1 + \angle 2 + \angle 6 = \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180(\text{度})$ ，再列出待求的條件： $\angle ㄅ + \angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄆ = ()$



幫助學生理解：四邊形的內角和

$$\begin{aligned}
 &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 \\
 &= \angle 1 + (\angle 2 + \angle 3) + \angle 4 + (\angle 5 + \angle 6) \\
 &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 6) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 3) \\
 &= 180 + 180 = 360(\text{度})。
 \end{aligned}$$

- 教學或評量時不宜出現「內角」的名詞，未引入外角概念前，沒有區分內角及外角的需求。

◎ 本基本學習內容 SC-5-1-2 為 NC-1-5-1(同 SC-1-1-1)之後續學習概念，故學生應該已經能在具體操作中，認識連接兩點的繩子，以直線為最短。

本基本學習內容幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。

- 五年級學生應該已能掌握連接兩點的繩子，以直線為最短。教師可以利用這個性質，幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。以三角形 ABC 為例，連接 A、B 兩點的繩子，以線段 AB 為最短，所以 $AC + BC > AB$ ；連接 A、C 兩點的繩子，以線段 AC 為最短，所以 $BC + AB > AC$ ；連接 B、C 兩點的繩子，以線段 BC 為最短，所以 $AB + AC > BC$ ，也就是三角形任意兩邊和大於第三邊。

- 「三角形任兩邊的和的大於第三邊」與「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」是等價的定義。假設三角形三邊的長度是 a、b、c， $a \geq b \geq c$ ，如果 $b + c > a$ 成立，那麼 $a + b > c$ 、 $a + c > b$ 一定也會成立。所以當「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」成立時，「三角形任兩邊的和的大於第三邊」也會成立。

建議教師教學時必須說明「三角形任兩邊的和的大於第三邊」的性質，但是在判斷是否能圍成三角形時，只要判斷「比較短的兩邊和是否大於最長邊」即可。學生只要掌握「比較短的兩邊和大於最長邊」時，就能圍成三角形，就能發展出「比較短的三邊和大於最長邊」時，就能圍成四邊形，以及「比較短的 $n-1$ 邊和大於最長邊」時，就能圍成 n 邊形的性質。

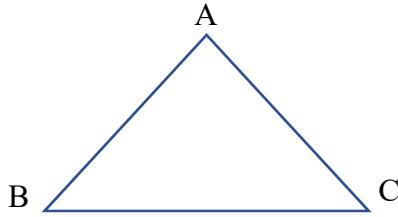
- 判斷給定的三線段是否能拼成三角形時，不必檢查任意兩邊和大於第三邊，只要檢查較短的兩邊和是否大於最長邊即可。

如左下圖，較短的兩邊和的大於最長邊，因此可以圍成一個三角形。

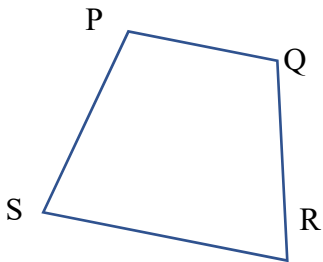
如右下圖，較短的兩邊和小於最長邊，因此不可以圍成一個三角形



- ◎ 基本學習內容 SC-5-1-3 為 SC-4-8-2 之後續學習概念，故學生應該已經在具體操作中，運用「有幾雙對邊平行」的特徵比對，辨識平行四邊形、梯形。本基本學習內容透過操作，讓學生理解平行四邊形的對邊相等、對角相等。
- 以三角形為例，對邊指的是某個角相對的邊，對角指的是某個邊相對的角。以下圖中的三角形 ABC 為例，我們稱邊 AB 為角 C 的對邊，稱角 A 為邊 BC 的對角，也就是說，三角形中，每個角都有對邊，每個邊都有對角。數學上稱大角對大邊、大邊對大角就是這個意思。



- 以四邊形為例，對邊指的是某個邊相對的邊，一雙對邊(或一組對邊)指的是兩條邊的關係，這兩條邊互為相對的邊，國小學生常混淆對邊和一雙對邊的意義。以下圖中的四邊形 PQRS 為例，邊 PQ 有一條相對的邊 SR，我們稱邊 SR 為邊 PQ 的對邊。相同的方式，邊 SR 也有一條相對的邊 PQ，我們稱邊 PQ 為邊 SR 的對邊。當學生掌握邊 PQ 是邊 SR 的對邊時，邊 SR 也是邊 PQ 的對邊時，可以引入一雙對邊的名詞，稱邊 PQ 和邊 RS 為一雙對邊。



- 可以利用直尺測量平行四邊形二雙對邊的長度，幫助學生理解二雙對邊相等；利用量角器實量平行四邊形兩雙對角的角度，幫助學生理解兩雙對角相等。
- 可以先將平行四邊形 ABCD 沿著對角線 AC 剪成二個三角形，經過平移、旋轉或翻轉將這二個三角形完全重疊，得到邊 AB 和邊 CD 完全疊合，邊 AD 和邊 CB 也完全疊合，幫助學生理解平行四邊形兩雙對邊相等。
- 可以先將平行四邊形 ABCD 沿著對角線 AC 剪成二個三角形，經過平移、旋轉或翻轉將這二個三角形完全重疊，得到角 B 和角 D 完全疊合。再將平行四邊形 ABCD 沿著對角線 BD 剪成二個三角形，經過平移、旋轉或翻轉將這二個三角形完全重疊，得到角 A 和角 C 完全疊合，幫助學生理解平行四邊形兩雙對角相等。

S-5-2	<p>三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。</p> <p>備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學(N-5-5、N-5-8)。</p>	s-III-5
-------	--	---------

基本學習內容

SC-5-2-1 理解平行四邊形、三角形與梯形的面積公式。

基本學習表現

SCP-5-2-1-1 能利用切割重組，理解平行四邊形的面積公式。

SCP-5-2-1-2 能利用平行四邊形的面積公式解決問題。

SCP-5-2-1-3 能利用切割重組，理解三角形的面積公式。

SCP-5-2-1-4 能利用三角形的面積公式解決問題。

SCP-5-2-1-5 能利用切割重組，理解梯形的面積公式。

SCP-5-2-1-6 能利用梯形的面積公式解決問題。

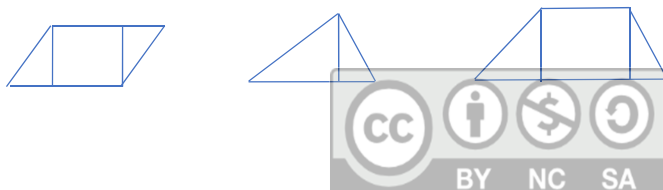
◎ 基本學習內容 SC-5-2-1 為 SC-4-3-2 及 SC-4-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方形和正方形的面積公式；也理解平行線間的距離處處相等。本基本學習內容利用切割重組，幫助學生理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。

■ 建議教師先透過將平行四邊形切割再重組成長方形的方式，引入平行四邊形的面積公式。再透過將兩個三角形拼成平行四邊形，以及將兩個梯形拼成平行四邊形的方式，引入三角形及梯形面積公式。

這種引入三角形、平行四邊形與梯形面積公式的方法，其優點是只要操弄圖形就能導出公式，不涉及代數式的運算，缺點是解法不自然，學生無法自發性的解題，必須透過教師的引導才能導出公式。

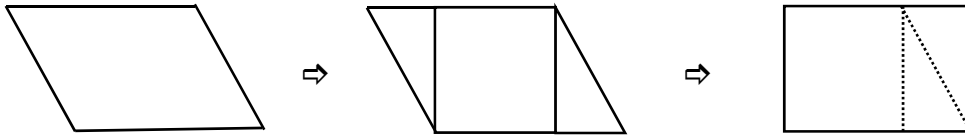
■ 學生已學過長方形面積公式，也知道沿著長方形的對角線剪開，會剪出兩個全等的直角三角形，因此剪成的直角三角形面積是長方形面積的一半。

如下圖，教師**不宜**將三角形、平行四邊形與梯形分別切割成長方形和直角三角形，再將它們面積相加的方式，引入面積公式，這種方法雖然能算出三角形、平行四邊形與梯形的面積，但是五年級學生不易將這些算式併式後引入公式。



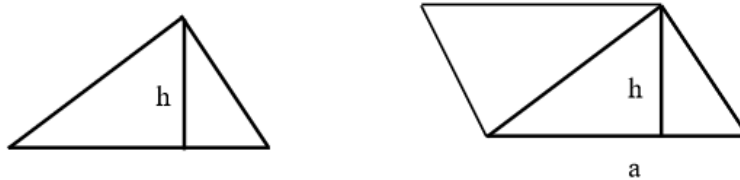
■ 下面概略說明如何引入平行四邊形、三角形與梯形的面積公式

(1)將平行四邊形先切割再重組(如下圖)，將平行四邊形轉換成等積異形的長方形，其中長方形的長邊就是平行四邊形的底邊，長方形的寬邊就是平行四邊形的高。平行四邊形面積＝長方形面積＝長×寬＝底×高。



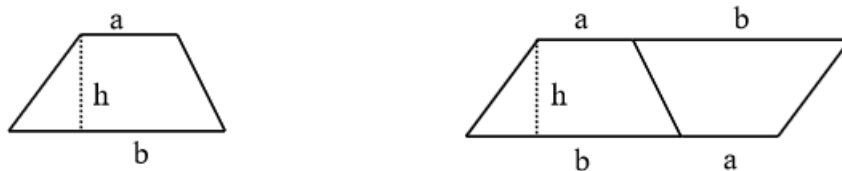
教師應強調長方形的長邊和寬邊互相垂直，因此平行四邊形的底邊和高也互相垂直，為以後找不同形狀平行四邊形給定底邊求對應高的問題鋪路。

(2)透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式，導出三角形面積公式，其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。三角形面積＝平行四邊形面積÷2＝(底×高)÷2。



學生並不知道兩個全等三角形拼成的四邊形一定是平行四邊形，教師應要求學生檢查拼成的四邊形是平行四邊形；也要強調平行四邊形的底和高互相垂直，所以三角形的底和高也互相垂直，為以後找不同形狀三角形給定底邊求對應高的問題鋪路。

(3)透過將兩個全等的梯形拼成平行四邊形的方式，導出梯形的面積公式，其中梯形的「上底＋下底」就是拼成平行四邊形的底，梯形的高就是拼成平行四邊形的高。梯形面積＝平行四邊形面積÷2＝(上底＋下底)×高÷2



■ 教師應強調平行四邊形的底和高互相垂直，所以梯形的底和高也互相垂直，為以後找不同形狀梯形給定兩底邊求對應高(如下圖)的問題鋪路。



- 將梯形下底和高的長度固定不變，只變化上底的長度，可以幫助學生聯絡梯形面積公式和平行四邊形面積公式及三角形面積公式的關係。

當梯形上底長度很接近梯形下底長度時，梯形的形狀很接近平行四邊形，

$$\begin{aligned} \text{梯形面積公式} &= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2 \\ &= (\text{下底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2 \\ &= (\text{下底} \times 2) \times \text{高} \div 2 \\ &= \text{下底} \times \text{高} = \text{底} \times \text{高} \\ &= \text{平行四邊形面積公式。} \end{aligned}$$

當梯形上底長度很接近 0 時，梯形的形狀很接近三角形，

$$\begin{aligned} \text{梯形面積公式} &= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2 \\ &= (0 + \text{下底}) \times \text{高} \div 2 \\ &= (\text{下底}) \times \text{高} \div 2 \\ &= \text{底} \times \text{高} \div 2 \\ &= \text{三角形面積公式。} \end{aligned}$$

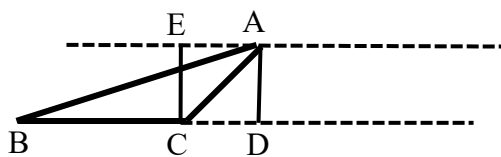
- 以「下圖是平行四邊形 ABCD，畫出以 AB 為底邊的高」為例，說明如何幫助學生畫高。

四年級已透過在平行線間做出數個不同的長方形的操作活動，幫助學生認識兩平行線間的距離處處相等。教師可以透過上述性質，將平行四邊形的上底和下底延長，幫助學生理解兩平行線間的距離相等，所以 DE 和 CF 都是平行四邊形 ABCD 的高。



- 以「下圖是三角形 ABC，畫出以 BC 為底邊的高」為例，說明如何幫助學生畫高。

四年級已有給定一直線 L 及線外一點 P，要求學生畫出過 P 且平行 L 直線的解題經驗，也認識兩平行線間的距離處處相等。教師可以透過上述性質，先將三角形底邊延長，再過頂點 A 畫出和底邊 BC 平行的直線，幫助學生理解兩平行線間的距離相等，所以 EC 和 AD 都是三角形 ABC 的高。



- 首次透過分割及合成，將平行四邊形轉換成等積異形的長方形，引入平行四邊形面積公式時，平行四邊形的高只有一條，也就是長方形的寬邊。教師可以透過「兩平行線間距離處處相等」，幫助學生認識只要和上底或下底垂直的線段，都是平行四邊形的高。



S-5-3	<p>扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。</p> <p>備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如「圓心角 90 度的扇形是$\frac{1}{4}$圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出$\frac{1}{3}$圓、$\frac{1}{6}$圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。</p>	s-III-2
-------	--	---------

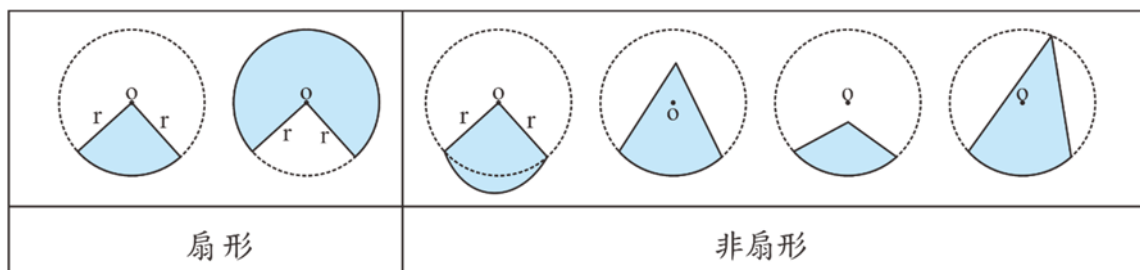
基本學習內容
SC-5-3-1 認識扇形。

基本學習表現
<p>SCP-5-3-1-1 能認識扇形。</p> <p>SCP-5-3-1-2 能認識扇形的半徑及圓心角。</p> <p>SCP-5-3-1-3 知道$\frac{1}{n}$圓的圓心角是多少度($n=2、3、4、6、8$)。並能依照給定的圓心角畫出扇形。</p>

◎ 基本學習內容 SC-5-3-1 為 SC-3-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」，並使用圓規畫圓。

本基本學習內容幫助學生認識扇形。

- 扇形和圓有密切關係，圓上的一段圓弧，以及該圓弧兩端點和圓心連成的兩條半徑，它們所合成的圖形稱為扇形。很多學生不理解數學上扇形的意義，誤認為像扇子形狀的圖形就是扇形，下圖都是由共端點兩條長度是 r 的線段夾一段圓弧所合成像扇子的圖形，如果該圓弧是半徑 r 的圓弧，該圖形是扇形，如果該圓弧不是半徑 r 的圓弧，該圖形不是扇形。

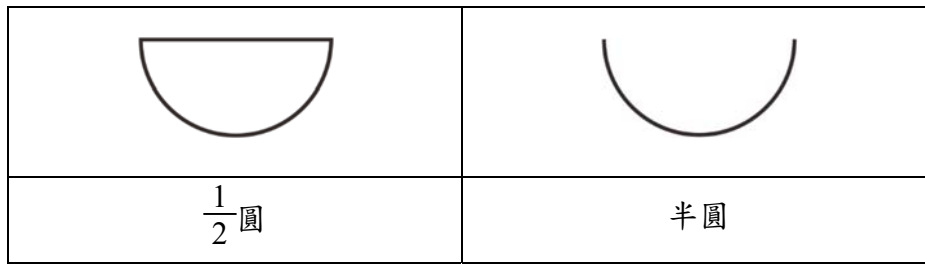


- 教師應區分半圓和 $\frac{1}{2}$ 圓的意義，半圓指的是圓的一半，因此半圓只有半個圓弧，

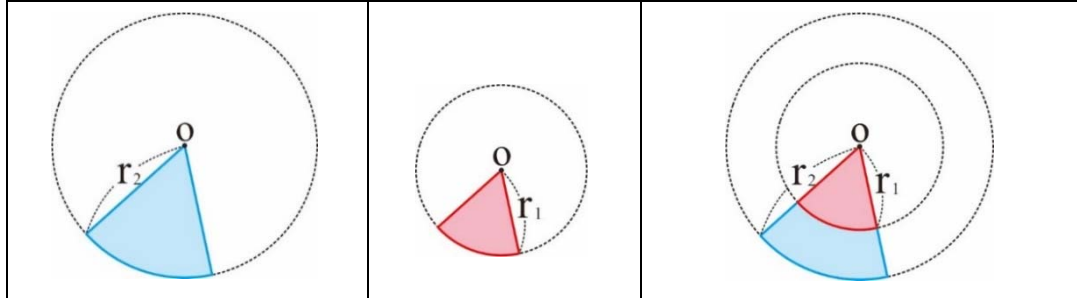
不包含兩條半徑(直徑)的部份。而 $\frac{1}{2}$ 圓是扇形，是由兩條半徑(連成一直線)和



圓弧構成的。建議教師多使用 $\frac{1}{2}$ 圓的名詞，不要使用半圓的名詞。



- 圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，而扇形的圓心角是周角的部份， $\frac{1}{2}$ 圓的圓心角是周角的 $\frac{1}{2}$ ，可以利用 $360 \times \frac{1}{2} = 180$ (度)，算出 $\frac{1}{2}$ 圓的圓心角是 180 度。相同的方式，可以透過 $360 \times \frac{1}{n}$ ，算出 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角是多少度。
- 部份學生誤認為半徑比較長的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較大，半徑比較短的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較小。教師可以透過下圖，幫助學生理解，半徑比較長的 $\frac{1}{6}$ 圓，扇形面積比較大，圓心角對應的圓弧比較長，但是它們的圓心角都是 60 度，都一樣大。



- 學生可以直觀的比較扇形面積的大小和圓弧的長短，但是不可以評量與扇形周長或面積有關的問題，六年級才引入圓的周長與面積公式。

S-5-4	<p>線對稱：線對稱的意義。「對稱軸」、「對稱點」、「對稱邊」、「對稱角」。由操作活動知道特殊平面圖形的線對稱性質。利用線對稱做簡單幾何推理。製作或繪製線對稱圖形。</p> <p>備註：從操作活動察覺正三角形、等腰三角形、正方形、長方形、菱形、箏形（箏形指圖形，名詞不出現）、等腰梯形是線對稱圖形（避免告知）。在教學呈現時，線對稱軸應為垂直或平行（操作活動不在此限）。可處理正多邊形。</p>	s-III-6
-------	--	---------

基本學習內容
SC-5-4-1 認識線對稱圖形。

基本學習表現
<p>SCP-5-4-1-1 能判斷給定的圖形(等腰三角形、長方形、正方形、菱形、圓形、正五邊形及正六邊形)為線對稱圖形。</p> <p>SCP-5-4-1-2 能找出線對稱圖形的對稱軸。</p> <p>SCP-5-4-1-3 能找出線對稱圖形中給定點的對稱點、給定邊的對稱邊、給定角的對稱角。</p> <p>SCP-5-4-1-4 知道線對稱圖形的對稱邊相等，對稱角相等。</p> <p>SCP-5-4-1-5 給定部份簡單線對稱圖形及對稱軸，能描繪出該線對稱圖形</p>

◎ 基本學習內容 SC-5-4-1 為 SC-4-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識平面圖形全等的意義。

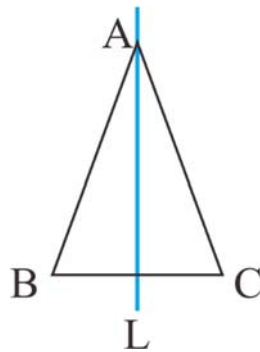
本基本學習內容幫助學生認識線對稱圖形及其意義。

- 本基本學習內容在四年級引入全等圖形，五年級引入對稱圖形，六年級引入放大圖與縮小圖。其中全等和放大圖與縮小圖討論的都是兩個圖形的關係，例如甲圖形和乙圖形全等，或甲圖形的放大圖(或縮小圖)是乙圖形。而對稱圖形討論的是給定的圖形是否為對稱圖形，不是討論甲圖形和乙圖形是否對稱於直線 L，兩個圖形是否對稱於直線 L 的教學重點是鏡射。
- 國小階段線對稱圖形教學的重點是「判斷給定的一個圖形是否為線對稱圖形」，下圖中三角形 ABC 沿著 L 對折後，L 兩側的圖形完全重合，我們稱三角形 ABC 是線對稱圖形，稱 L 為對稱軸。
對折後邊 AB 和邊 AC 完全重合，數學上稱邊 AB 的對稱邊是邊 AC，邊 AC 的對稱邊是邊 AB，也稱邊 AB 和邊 AC 為對稱邊。

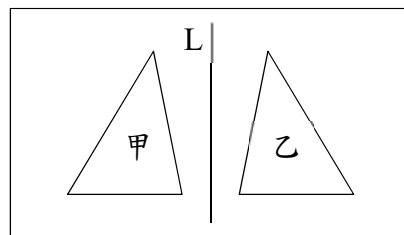


對折後角 B 和角 C 完全重合，數學上稱角 B 的對稱角是角 C，角 C 的對稱角是角 B，也稱角 B 和角 C 為對稱角。

對折後 B 點和 C 點完全重合，數學上稱 B 點的對稱點是 C 點，C 點的對稱點是 B 點，也稱 B 點和 C 點為對稱點。



- 國小階段線對稱圖形教學的重點不是「判斷給定的兩圖形是否對稱於 L」，下圖中的三角形甲和三角形乙是兩個不同的圖形，國小階段不討論兩個圖形是否為線對稱圖形。

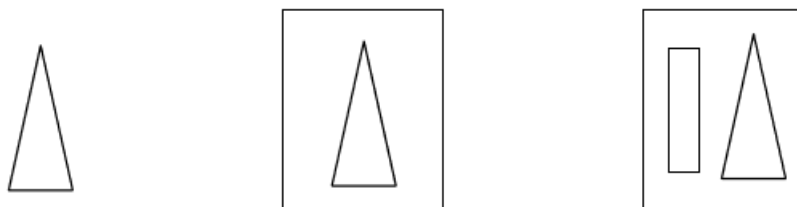


- 以判斷等腰三角形是否為線對稱圖形問題為例，下面呈現三種布置圖形的方式：

第一種(下圖左)：給定一個等腰三角形的圖卡。

第二種(下圖中)：給定一張長方形紙張，將等腰三角形畫在給定長方形紙張的正中央。

第三種(下圖右)：給定一張長方形紙張，將等腰三角形畫在給定長方形紙張的一邊，另一邊可能還有其它的圖形。



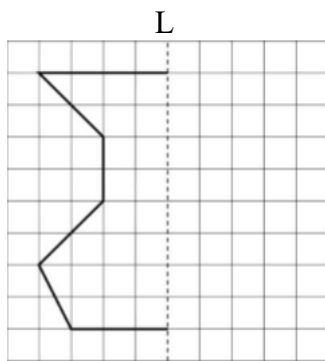
第一種對摺的對象一定是這個等腰三角形的圖卡，學生可以透過對摺後圖形兩邊完全疊合的現象，判斷該等腰三角形是線對稱圖形。第二種及第三種對摺的對象可能是等腰三角形(略過長方形)，也可能是長方形，並將等腰三角形視為長方形紙張中的圖像。建議教師先用第一種方式來布題，與學生溝通評量對象是畫在紙上的等腰三角形後，才能用第二種及第三種方式來布題。

- 國小線對稱圖形的教材中，都出現給定一條對稱軸及對稱軸某一邊的圖形，要求學生畫出另一邊圖形的問題，如下圖，L 是對稱軸，左邊是給定的圖形，要求學生畫出右邊的圖形。教師們常出現下列兩種不同解讀題意的的方法：

第一種：將左邊圖形視為圖形甲，要求學童畫出圖形甲對 L 的對稱圖形乙。

第二種：將全部的圖形視為一個線對稱圖形，左邊的圖形只是線對稱圖形的一部份，要求學生畫出完整的線對稱圖形。

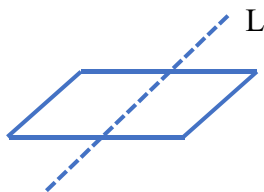
國小階段的教學重點不是第一種，國小階段的教學重點是第二種。



教師可以拿出一個線對稱圖形，要求學生觀察對稱圖形對稱點的連線和對稱軸的關係，幫助學生察覺對稱軸是這些對稱點連線的垂直平分線後，再要求學生自行畫出完整的線對稱圖形。國小階段不宜引入垂直平分線的名詞，學生只要察覺對稱軸分別垂直於對應點的連線，且對應點到對應點連線和對稱軸交點的長度一樣長。

- 因為平行四邊形兩雙對邊互相平行，部份學生誤認為平行四邊形也是線對稱圖形(如下圖)。

教師應提供學生對摺平行四邊形判斷是否可能重合的解題經驗，幫助學生認識 L 不是平行四邊形的對稱軸，所以平行四邊形不是線對稱圖形。



■ 部份學生在尋找線對稱圖形有幾條對稱軸時，常遺漏一些對稱軸，下面提出一種幫助學生能找出所有對稱軸的方法。

教師可以先拿出一些已畫出所有對稱軸的線對稱圖形，例如下圖中的七個線對稱圖形，要求學生將這些圖形，依對稱軸和對稱圖形交點間的關係進行分類，幫助學生將對稱圖形的對稱軸分成下列三類。

第一類：對稱軸通過對稱圖形的兩個頂點。

例如：菱形、正方形、六邊形

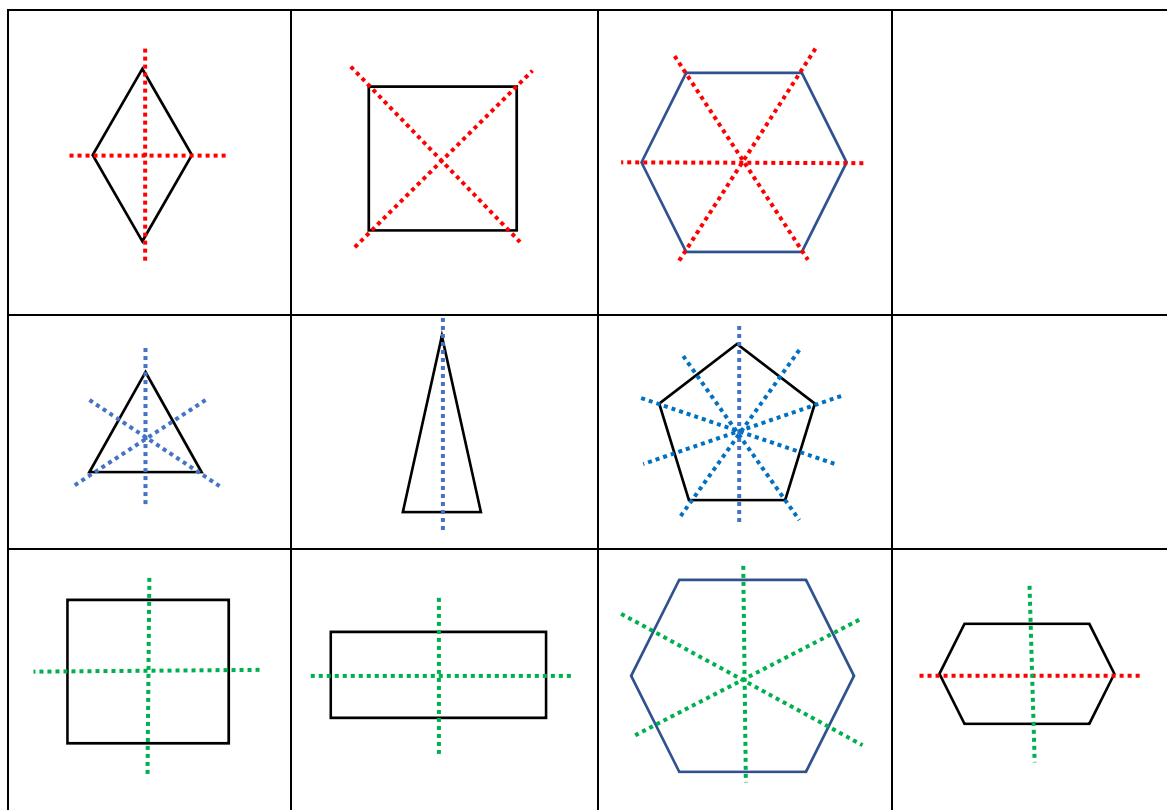
第二類：對稱軸通過對稱圖形的一個頂點和一邊的中點。

例如：正三角形、等腰三角形、正五邊形

第三類：對稱軸通過對稱圖形兩邊的中點。

例如：正方形、長方形、六邊形

當學生理解對稱軸和對稱圖形間只有這三類關係後，只要依這三類關係分別找出對稱軸，就不會遺漏。



S-5-5	<p>正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。 正方體與長方體的體積公式。</p> <p>備註：能算長方體的表面積，但不記成公式。</p>	S-III-4
-------	---	---------

基本學習內容

- SC-5-5-1 理解長方體及正方體體積的計算公式。
 SC-5-5-2 理解長方體及正方體表面積的計算方法。

基本學習表現

- SCP-5-5-1-1 能理解長方體體積的計算公式。
 SCP-5-5-1-2 能理解正方體體積的計算公式。
 SCP-5-5-2-1 能理解長方體表面積的計算方法。
 SCP-5-5-2-2 能理解正方體表面積的計算方法。

- ◎ **基本學習內容 SC-5-5-1 為 SC-4-3-2 及 SC-4-4-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方形和正方形的面積公式；也應該已經認識體積及體積單位「立方公分」，並進行實測、估測及計算。**
本基本學習內容幫助學生理解長方體和正方體體積的計算公式。
- 長方形將平面分割成長方形、長方形內部和長方形外部三部份，長方形的面積指的是長方形和長方形內部合起來的大小。
 引入長方形面積公式時，會在長方形內部鋪設 1 平方公分的方瓦，學生很容易理解這些方瓦合起來的面積，和長方形的面積一樣大，因此可以透過比對長邊和寬邊公分數和長邊和寬邊方瓦個數的方式，導出長方形的面積公式。
 長方體將空間分割成長方體、長方體內部和長方體外部三部份，長方體的體積指的是長方體和長方體內部合起來的大小。
 引入長方體體積公式時，無法在長方體甲內部填入 1 立方公分的白色積木，必須用白色積木堆疊出一個和長方體甲一模一樣的長方體乙，算出長方體乙的體積後，再透過比對長方體甲的長邊、寬邊和高邊的公分數和長方體乙長邊、寬邊和高邊白色積木個數的方式，導出長方體的體積公式。
 - 不宜透過在長方體盒子內堆疊白色積木的方式引入長方體體積公式，因為長方體盒子內能裝滿 60 個白色積木，指的是長方體盒子的容積是 60 毫公升，而不是長方體的體積是 60 立方公分。



- 不宜透過堆疊白紙引入長方體體積公式，例如：拿出一張已知長邊和寬邊的長方形白紙，告訴學生可以利用「長×寬」算出這張白紙的面積，再說明當很多張相同的白紙堆疊在一起時，就會疊成一個長方體，這個長方體體積的大小和高有關，可以得到長方體的體積公式是「長×寬×高」。平面是沒有厚度的，如果很多張白紙堆疊在一起會變成一個長方體，已經預告一張白紙也是有厚度的，也就是說，每一張白紙都是長方體。必須先知道長方體的體積是「長×寬×高」，才能透過上面的方法導出白紙所堆疊成成長方體的體積。例如一張白紙的長度是 a 、寬度是 b 、厚度是 d ，可以利用長方體體積公式算出這張白紙的體積是 $a \times b \times d$ ，因此當 n 張白紙堆疊成長方體時，長方體的體積是 $a \times b \times d + a \times b \times d + \dots + a \times b \times d = a \times b \times (d + d + d + \dots + d) = a \times b \times nd$ ，也就是白紙所堆疊成成長方體的體積「長×寬× n 張白紙的厚度」。

國小階段體積教學的重點是點數立體形體是由多少個單位體積合起來的，上面這種教學方式是本末倒置的教學，其目的只是幫助學生記憶長方體的體積公式。

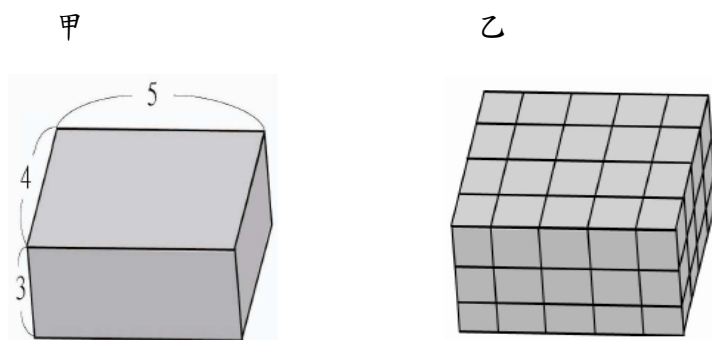
- 下面以「長 5 公分、寬 4 公分、高 3 公分長方體的體積是多少立方公分？」為例，說明如何幫助學生理解長方體的體積公式。

可以透過將 1 平方公分的方瓦鋪蓋在長方形上的方式，引入長方形的面積公式，因為學生很容易理解這些方瓦合起來的面積和長方形面積一樣大。

但是無法透過將 1 立方公分的白色積木塞入長方體的方式，引入長方體的體積公式，因此引入長方形面積公式和引入長方體體積公式的方式並不相同。

建議教師依下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：給定一個長方體積木甲，要求學生用 1 立方公分的白色積木堆疊出一個和積木甲一模一樣的長方體乙。再利用一排有 5 個、有 4 排、有 3 層的想法， $(5 \times 4) \times 3 = 20 \times 3 = 60$ 算出長方體乙的體積是 60 立方公分。



步驟二：長方體乙和長方體甲一模一樣，長方體乙的體積是 60 立方公分，所以長方體甲的體積也是 60 立方公分。



步驟三：幫助學生觀察長方體甲長邊、寬邊、高邊長度的公分數，和求出答案算式「 $(5 \times 4) \times 3 = 20 \times 3 = 60$ 」間的關係。幫助學生理解長方體甲長邊是 5 公分，也就是底層一排和 5 個白色積木一樣多，寬邊是 4 公分，也就是最底層和 4 排白色積木一樣多，高邊是 3 公分，也就是和 3 層白色積木一樣多。

步驟四：利用長方體甲長邊、寬邊、高邊的公分數，直接利用乘法算出長方體甲的體積，並形成「長乘以寬乘以高」公式算法的共識，
長方體的體積公式 = 長 \times 寬 \times 高。

◎ 基本學習內容 SC-5-5-2 為 SC-4-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方形和正方形的面積公式。

本基本學習內容幫助學生理解長方體和正方體表面積的計算方法。

■ 本基本學習內容引入正方體和長方體的體積公式，並沒有引入正方體和長方體的表面積公式，只要求學生能算出表面積即可。

■ 下面以「邊長 5 公分正方體的表面積是多少平方公分？」為例，說明如何幫助學生解題。

教師不宜透過展開圖幫助學生解題，因為理解展開圖的意義，比計算出正方體的表面積更困難。

建議教師依下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：複習正方形的面積公式，正方形面積 = 邊長 \times 邊長。

步驟二：拿出一個正方體，標示出該正方體的邊長，並溝通正方體共有六個全等的面。

步驟三：正方體各面面積的總和為正方體的表面積。正方體的表面積是「前、後、上、下、左、右」等六個面的面積和，每個面的面積都一樣大：

6 個面的面積和是「邊長 \times 邊長 $\times 6 = (5 \times 5) \times 6$ 」

步驟四：正方體表面積 = 邊長 \times 邊長 $\times 6 = (5 \times 5) \times 6$



S-5-6	<p>空間中面與面的關係：以操作活動為主。生活中面與面平行或垂直的現象。正方體（長方體）中面與面的平行或垂直關係。用正方體（長方體）檢查面與面的平行與垂直。</p> <p>備註：強調操作與概念的合理性，不做嚴格定義。不用三角板檢查面與面的垂直，因為學生容易誤用。</p>	s-III-3
-------	---	---------

基本學習內容

SC-5-6-1 認識面與面的平行與垂直。

基本學習表現

SCP-5-6-1-1 能認識面與面的平行。

SCP-5-6-1-2 能認識面與面的垂直。

SCP-5-6-1-3 能描述正方體與長方體中面與面的平行關係。

SCP-5-6-1-4 能描述正方體與長方體中面與面的垂直關係。

◎ 基本學習內容 SC-5-6-1 為 SC-2-2-2 和 SC-4-5-1、SC-4-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經能辨認、描述與分類簡單立體形體(球體、正方體、長方體、圓柱體等)；也應該理解平面上兩直線平行與垂直的意義。
本基本學習內容幫助學生認識面與面的平行與垂直。

■ 本基本學習內容只討論面與面的垂直與平行關係，不討論線與面的平行關係和垂直關係；也不討論空間中線與線的垂直關係。

■ 建議教師多舉一些日常生活中面與面互相垂直的例子，例如天花板和地板、桌面的隔板等；以及面與面互相平行的例子，例如牆壁和地板、桌面和側面板等，幫助學生認識面和面的垂直及平行的現象。

■ 面會向四面八方無限的延伸，而長方體的面是封閉的多邊形區域。在檢驗長方體底面和側面是否互相垂直時，常將長方體底面平放在桌面上來檢驗，當底面在桌面上時，無法檢驗底面和側面是否互相垂直，只能檢驗桌面和側面是否互相垂直，許多學生無法掌握長方體的底面與桌面之間的包含關係，不知道長方體的側面和桌面互相垂直時，長方體的側面也和底面互相垂直。

建議教師製作上底和下底是空的，而側面都存在的長方體燈籠骨架模型，將下底平放在桌面上，幫助學生察覺：燈籠骨架模型的底面都在桌面上，底面和桌面都是同一個平面，底面和桌面重合。



- 本基本學習內容不引入面與面平行與垂直的嚴格定義。不宜將兩線平行的定義直接類比至兩平面的平行關係。

兩線平行的定義：和一線同時垂直的兩線互相平行。

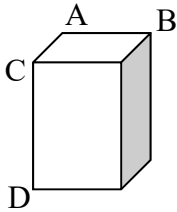
兩平面平行的定義不是：和一平面同時垂直的兩平面互相平行；

而是：和一線同時垂直的兩平面互相平行。

- 以下圖中的直線 AB 和 CD 為例，國小階段討論垂直時，討論的對象是兩條給定的線段，圖中 AB 和 CD 這兩條直線並沒有相交，所以沒有交角是直角，回到垂直的定義，AB 和 CD 兩線不垂直。

高中階段討論的對象是兩類直線(等價類)，我們可以製定一個三維的直角坐標，將 AB 線段的 A 點平移至原點，CD 線段的 C 點也平移至原點，平移後的 AB 和 CD 線段相交於原點，且有一個交角是直角，所以高中階段稱 AB 和 CD 兩線互相垂直。

教師在評量時，不宜出現此類問題，避免引起爭議。



S-5-7	<p>球、柱體與錐體：以操作活動為主。認識球、(直)圓柱、(直)角柱、(直)角錐、(直)圓錐。認識柱體和錐體之構成要素與展開圖。檢查柱體兩底面平行；檢查柱體側面和底面垂直，錐體側面和底面不垂直。</p> <p>備註：應知球的截面截痕是圓、球的球心與半徑(「截面」「截痕」一詞不出現)。「直」或「正」之用語不出現。角柱只介紹三角柱、四角柱、五角柱、六角柱。角錐只介紹三角錐、四角錐、五角錐、六角錐(S-9-13)。</p>	s-III-3
-------	--	---------

基本學習內容

SC-5-7-1 認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。

基本學習表現

SCP-5-7-1-1 能認識球，以及球的球心、直徑與半徑。

SCP-5-7-1-2 知道過球心之各截面為半徑相同的圓。

SCP-5-7-1-3 認識直圓柱、直圓錐。

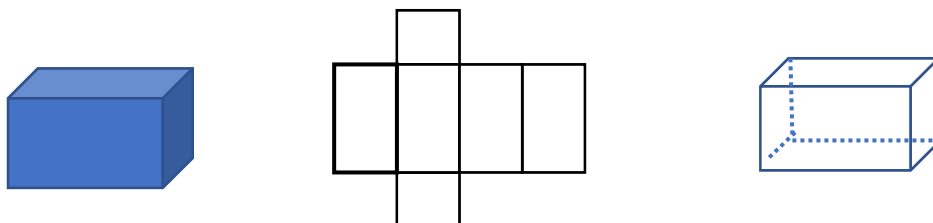
SCP-5-7-1-4 認識直角柱、正角錐。

SCP-5-7-1-5 能認識直圓柱、直圓錐、直角柱、正角錐的展開圖。

SCP-5-7-1-6 能在沒有具體物的情境下，知道直角柱和正角錐的頂點、邊和面的個數。

- ◎ 基本學習內容 SC-5-7-1 為 SC-2-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能辨認、描述與分類簡單立體形體(球體、正方體、長方體、圓柱體等)。本基本學習內容幫助學生認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐的構成要素。
- 本基本學習內容只討論立體形體的幾何結構，瞭解立體形體的基本構成要素，教學時應以操作活動為主，不宜涉及量的計算。
- 數學上透過角柱底面多邊形的形狀來命名角柱，例如底面是三角形區域的柱體稱為三角柱，底面是六邊形區域的柱體稱為六角柱。其中全等且互相平行的兩個平面區域稱為角柱的底，底依擺放的位置區分為上底及下底，底以外的其餘表面稱為角柱的側面。
- 球是常見的立體形體，只要幫助學生認識球有球心，過球心之截面為半徑相同的圓，並理解球半徑、直徑的意義即可。

- 角柱可以區分為直角柱及斜角柱二類。
角柱的側面和上底及下底垂直，稱該角柱為直角柱，直角柱的側面是長方形。正角柱也是直角柱，如果直角柱的上底和下底都是正多邊形，稱這些直角柱為正角柱。例如上、下底為正五邊形的角柱稱為正五角柱。
角柱的側面和上底及下底不垂直，稱該角柱為斜角柱，斜角柱的側面不是長方形而是平行四邊形。
本基本學習內容只討論直角柱，不討論斜角柱，稱直角柱為角柱。
- 類比角柱的命名方式，底為圓區域的柱體稱為圓柱。圓柱也區分為直圓柱和斜圓柱兩類，上、下兩個底面圓心的連線垂直於兩個底面，稱該圓柱為直圓柱，上、下兩個底面圓心的連線不垂直於兩個底面，稱該圓柱為斜圓柱。
本基本學習內容只討論直圓柱，不討論斜圓柱，稱直圓柱為圓柱。
- 數學上透過底面多邊形區域的形狀來命名角錐，例如底面是三角形區域的錐體稱為三角錐，底面是五邊形區域的錐體稱為五角錐。數學上並沒有把角錐區分為直角錐和斜角錐，只有仿正角柱的方式定義正角錐，稱底面是正多邊形，且頂點到底面的垂線剛好經過底面正多邊形內切圓的圓心的角錐為正角錐，
本基本學習內容只討論正角錐，稱正角錐為角錐。
- 底面為圓形的錐體稱為圓錐，和圓柱一樣，圓錐也可以區分為直圓錐和斜圓錐兩類，稱頂點到底面圓心的連線垂直於底面的圓錐為直圓錐，稱頂點到底面圓心的連線不垂直於底面的圓錐為斜圓錐。
本基本學習內容只討論直圓錐，稱直圓錐為圓錐。
- 以長方體為例，眼睛看到的長方體，或照相機照出來的長方體就是視圖，下面左邊的圖是長方體的視圖，在視圖中，我們只能看到 3 個面，9 條邊以及 7 個頂點。
長方體有 6 個面，12 條邊以及 8 個頂點，數學上常透過長方體的展開圖討論面與面的關係，透過長方體的透視圖討論邊與邊的關係。下面中間的圖就是長方體的展開圖，展開圖是由六個面組成的，沿著邊可以摺成一個長方體。下面右邊的圖是長方體的透視圖，長方體的視圖中看不到所有的邊，在視圖上以虛線描出長方體所有看不見的邊即為透視圖。



- 可以透過展開圖或剪貼活動認識圖形的基本構成要素，展開圖只是操作的工具，幫助學生認識各構成要素如何構造出立體圖形，不應作為紙筆評量的題材。



R-5-1	<p>R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。</p> <p>備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式(N-6-9)。</p>	r-III-1
-------	--	---------

基本學習內容

NC-5-2-1 解決三步驟問題，並用併式記錄三步驟問題的解題活動。
 NC-5-2-2 用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

基本學習表現

NCP-5-2-1-1 能在具體情境中，解決三步驟問題。
 NCP-5-2-1-2 能用併式記錄三步驟問題的解題活動。
 NCP-5-2-2-1 能用併式列出三步驟問題的算式。
 NCP-5-2-2-2 能用併式列三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

- ◎ 基本學習內容 RC-5-1-1 同 NC-5-2-1。
- 基本學習內容 RC-5-1-2 同 NC-5-2-2。



R-5-2	<p>四則計算規律 (II)：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。</p> <p>備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」；不做$a \div (b \div c)$之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。</p>	r-III-1
-------	--	---------

基本學習內容

- RC-5-2-1 理解乘法對加法及減法的分配律，並運用於簡化計算。
- RC-5-2-2 熟練四則運算的性質。
- RC-5-2-3 熟練四則混合計算。

基本學習表現

- RCP-5-2-1-1 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律。
- RCP-5-2-1-2 能在具體情境中，理解乘法對減法的分配律。
- RCP-5-2-1-3 能利用乘法對加法的分配律簡化心算。
- RCP-5-2-1-4 能利用乘法對減法的分配律簡化心算。
- RCP-5-2-2-1 能熟練四則運算的性質，簡化整數四則混合計算
- RCP-5-2-3-1 能做整數三步驟四則混合計算。
- RCP-5-2-3-2 能做整數四步驟四則混合計算。

◎ 基本學習內容 RC-5-2-1 為 RC-4-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能理解乘法結合律。

本基本學習內容幫助學生理解乘法對加法及減法的分配律，並運用於簡化計算。

■ 本基本學習內容是國小代數運算的總結。

一年級：加法交換律。

二年級：加法結合律(三數相加，順序改變不影響其和)、乘法交換律。

四年級：乘法結合律(三數相乘，順序改變不影響其積)。

五年級：乘法對加法的分配律。

乘法對加法滿足分配律，乘法對減法也滿足分配律。



- 以「豆漿一杯 20 元，奶茶一瓶 40 元，媽媽各買了 6 杯，要付多少元？」

為例，說明如何幫助學生理解乘法對加法的分配律。

教學時應出現下面兩種解題的方法，如果學生只出現其中一種解法，教師應提供另一種解法讓學生討論。

方法一：分別計算 6 杯豆漿和 6 瓶奶茶的錢，再算合起來是多少錢。

$$20 \times 6 = 120, 40 \times 6 = 240, 120 + 240 = 360, \text{並改用併式 } 「20 \times 6 + 40 \times 6 = 360」 \text{ 來記錄。}$$

方法二：將 1 杯豆漿和 1 瓶奶茶看成 1 份，先算 1 份的錢，再算 6 份的錢。

$$20 + 40 = 60, 60 \times 6 = 360, \text{並改用併式 } 「(20 + 40) \times 6 = 360」 \text{ 來記錄。}$$

理解乘法對加法的分配有兩個層次：

層次一：學生必須分別算出方法一的答案「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = 360$ 」和方法二的答案「 $(20 + 40) \times 6 = 360$ 」，發現這兩種方法算出的答案相同，才可以記成「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = (20 + 40) \times 6$ 」。

層次二：學生知道它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = (20 + 40) \times 6$ 」

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

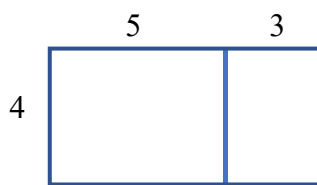
- 可以透過面積模型幫助學生記憶乘法對加法分配律的意義，為國中利用長方形面積記憶乘法公式鋪路。

有兩種計算下列兩個長方形面積和的方法：

方法一： $5 \times 4 + 3 \times 4 = 32$

方法二： $(5 + 3) \times 4 = 32$

它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $5 \times 4 + 3 \times 4 = (5 + 3) \times 4$ 」。



- 除法對加(減)法滿足右分配律： $(a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c$

除法對加(減)法不滿足左分配律： $a \div (b \pm c) \neq a \div b \pm a \div c$

本基本學習內容只引入乘法對加法及減法的分配律，不引入除法對加法及減法的右分配律。

- 可以透過帶分數乘以帶分數的乘法計算，說明乘法對加法分配律的應用。

$$2\frac{4}{7} \times 1\frac{3}{5} = (2 + \frac{4}{7}) \times (1 + \frac{3}{5}) = (2 + \frac{4}{7}) \times 1 + (2 + \frac{4}{7}) \times \frac{3}{5} = 2 \times 1 + \frac{4}{7} \times 1 + 2 \times \frac{3}{5} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = 2 + \frac{4}{7} + \frac{6}{5} + \frac{12}{35} = \frac{144}{35}$$



- 部份學生無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $35 \times 99 + 35$ 」的計算，下面提供三種解題的方法。

方法一：教師直接宣告將 35 改記成 35×1

$$35 \times 99 + 35 = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1) = 35 \times 100 = 3500$$

部份教師習慣利用方法一來教學，學生不理解為何要將 35 改記成 35×1 ，很快就會忘記。

方法二：給定「一枝筆賣 35 元，甲先買 99 枝，再買 1 枝，共花多少元？」的情境，再提供三種解法，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法。

$$(1) 35 \times 99 + 35 \times 1$$

$$(2) 35 \times 99 + 35$$

$$(3) 35 \times (99 + 1)$$

方法三：乘法對加法的分配律是兩種算法答案一定相等的關係，學生可能將乘法對加法的分配律解讀成運算。

學生比較熟悉 $35 \times (99 + 1) \Rightarrow 35 \times 99 + 35 \times 1$ 的乘法運算，比較不熟悉 $35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times (99 + 1)$ 提公因數的運算。

教師可以透過「 $35 \times (99 + 1) = 35 \times 99 + 35 \times 1 = 35 \times 99 + 35$ 」，幫助學生理解 35 是 35×1 的省略記法，必須將 35 改記成 35×1 ，才能利用乘法對加法的分配律來解題。

- ◎ 基本學習內容 RC-5-2-2 為 RC-4-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能在四則混合計算中，應用數的運算性質簡化計算。

本基本學習內容幫助學生熟練四則運算的性質。

- 本基本學習內容教學的重點不是運算次序(括號先算、先乘除後加減、由左往右算)，是利用運算性質來簡化計算。

本基本學習內容的運算性質指的是：

加法交換律： $a + b = b + a$ 。

加法結合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

乘法交換律： $a \times b = b \times a$ 。

乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

乘法對加法的分配律： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ 、 $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ 。

- 本基本學習內容只處理利用加法交換律和結合律，以及將數字拆解來簡化計算的運算性質。

$$\text{例如：} 23 + 58 + 73 + 142 = (23 + 73) + (58 + 142) = 100 + 200 = 300$$

$$\begin{aligned} 1001 + 1003 + 1005 &= (1000 + 1000 + 1000) + (1 + 3 + 5) \\ &= 3000 + 9 = 3009 \end{aligned}$$



- 本基本學習內容不處理下列加減混合的運算性質。

$$a+b-c=a-c+b$$

$$a-b-c=a-(b+c)$$

$$a-b+c=a-(b-c)$$

引入相反數的概念後，透過 $a-b=a+(-b)$ ，所有的減法問題都可以改記成加法問題，只要掌握加法交換律及加法結合律，就能掌握這些算式的意義。

$$a+b-c=a+b+(-c)=a+(-c)+b=a+b-c$$

$$a-b-c=a+(-b)+(-c)=a+((-b)+(-c))=a-b-c$$

$$a-b+c=a+(-b)+c=a+((-b)+c)=a-b+c$$

- 本基本學習內容只處理利用乘法交換律和結合律，以及將數字因數分解來簡化計算的運算性質。

$$\text{例如：} 25 \times 11 \times 12 \times 4 = (25 \times 4) \times 11 \times 12$$

$$20 \times 30 \times 40 = 2 \times 10 \times 3 \times 10 \times 4 \times 10 = (2 \times 3 \times 4) \times (10 \times 10 \times 10) = 24 \times 1000 = 24000$$

$$37 \times 5 = 37 \times 10 \div 2 = 370 \div 2 = 185$$

- 本基本學習內容不處理下列乘除混合的運算性質。

$$a \times b \div c = a \div c \times b$$

$$a \div b \div c = a \div (b \times c)$$

$$a \div b \times c = a \div (b \div c)$$

引入倒數的概念後，透過 $a \div b = a \times \frac{1}{b}$ ，所有的除法問題都可以改記成乘法問題，只要掌握乘法交換律及乘法結合律，就能掌握這些算式的意義。

$$a \times b \div c = a \times b \times \frac{1}{c} = a \times \frac{1}{c} \times b = a \div c \times b$$

$$a \div b \div c = a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{c} = a \times \frac{1}{b \times c} = a \div (b \times c)$$

$$a \div b \times c = a \times \frac{1}{b} \times c = a \times c \times \frac{1}{b} = a \times \frac{c}{b} = a \div \frac{b}{c} = a \div (b \div c)$$

- ◎ 基本學習內容 RC-5-2-3 為 R-4-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經熟練整數四則混合計算。

本基本學習內容為整數四則混合計算的總結細目，故學生應熟練多步驟的整數四則混合計算。

- 本基本學習內容教學的重點是運算次序，運算次序討論的重點是「括號先算、先乘除後加減、由左往右算」。

本基本學習內容教學的重點不是運算性質，運算性質討論的重點是「加法及乘法交換律、加法及乘法結合律、乘法對加法的分配律」。



- 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。
建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。
第一類：有括號的兩步驟計算問題
括號的部份要先算，簡稱為括號先算。
第二類：沒有括號的兩步驟計算問題
(1)算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。
簡稱為先乘除後加減
(2)算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。
簡稱為由左往右算。
- 五年級引入三步驟計算問題，學生只要知道第一步要算什麼，三步驟計算問題，就能簡化成二步驟計算問題。四年級將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題的約定，也能適用於三步驟問題及更多步驟的問題。
第一類：有括號的三步驟計算問題
括號的部份要先算，簡稱為括號先算。
第二類：沒有括號的三步驟計算問題
(1)算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部份。簡稱為先乘除後加減。
(2)算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。
- 教師教學時可以處理稍多步驟的問題，但評量時不宜超過四步驟。



R-5-3	<p>R-5-3 以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。</p> <p>備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。本條目並非取代「文字表示公式」(R-4-3)，後者較易理解之優點仍可保持。</p>	r-III-1
-------	---	---------

◎ 本基本學習內容不處理學習內容 R-5-3。

- 學生在四年級已有以文字表示長方形(正方形)面積與周長等數學公式的經驗；在五年級已有以文字表示平行四邊形(三角形與梯形)面積，以及長方體(正方體)體積等數學公式的經驗；在六年級也有以文字表示圓面積與周長，以及柱體體積等數學公式的經驗。
沒有再用其它符號表示常用公式的需求。
- 能用符號表示常用公式中的符號，是變數的概念，不是未知數的概念。國小學生不易掌握變數的意義



D-5-1	製作折線圖：製作生活中的折線圖。 備註：分辨折線圖之使用時機。	d-III-1
-------	------------------------------------	---------

◎ 本基本學習內容不處理學習內容 D-5-1。

■ 日常生活中，甚少有繪製折線圖的機會，學生只需能報讀即可。



國民小學六年級數學基本學習內容

數與量

N-6-1	<p>20以內的質數和質因數分解：小於20的質數與合數。2、3、5的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。</p> <p>備註：被分解數的因數，在扣除2、3、5或其次方的部分後、只剩一因數，且此數除了49、77或91之外，只能是11、13、17或19。</p>	n-III-3
-------	--	---------

基本學習內容

NC-6-1-1 認識質數、合數。

NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

基本學習表現

NCP-6-1-1-1 能認識質數。

NCP-6-1-1-2 能認識合數。

NCP-6-1-1-3 知道1不是質數也不是合數。

NCP-6-1-1-4 知道偶數中只有2是質數，其它偶數皆不是質數。

NCP-6-1-2-1 能認識質因數。

NCP-6-1-2-2 能用樹狀圖做質因數的分解。

NCP-6-1-2-3 能用短除法做質因數的分解。

- ◎ **基本學習內容 NC-6-1-1 為 NC-5-3-1、NC-5-3-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解因數和倍數的意義。**
本基本學習內容幫助學生認識質數、合數。
- 本基本學習內容只要求學生能檢驗20以內的質數，國中階段才要求學生檢驗100以內的質數。
- 本基本學習內容限制進行質因數分解時，質因數 <20 ，被分解數 <100 。學生應熟悉2、3、5、7、11、13、17、19在100以內的倍數，但是11、13、17、19的倍數**不宜**過度評量。
- 教師應強調 $13 \times 7 = 91$ ，所以13和7都是91的因數。



- 教師可以透過分類的活動，將正整數區分成因數只有 1 個、因數只有 2 個、以及因數有 3 個或比 3 個多的數等三類，幫助學生區分 1、質數與合數。

例如列出 1~12 各數的所有因數，幫助學生認識：

因數只有 1 個的數：1

因數只有 2 個的數：2、3、5、7、11

因數有 3 個或比 3 個多的數：4、6、8、9、10、12

(1)2 的因數是 1 和 2；3 的因數是 1 和 3；5 的因數是 1 和 5，....。

因數只有 2 個的數，它們的因數都是 1 和本身，數學上稱這些數為質數。

也可以說，除了 1 和自己之外，沒有其它因數的整數稱為質數。

(2)4 的因數除了 1 和 4 之外還有 2；6 的因數除了 1 和 6 之外還有 2 和 3；

8 的因數除了 1 和 8 之外還有 2 和 4，....。

因數有 3 個或比 3 個多的數，它們的因數除了 1 和本身以外，還有其他的數，數學上稱這些數為合數。

(3)1 的因數只有 1 個，所以 1 不是質數也不是合數。

- ◎ 基本學習內容 NC-6-1-2 為 NC-6-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識質數和合數。

本基本學習內容幫助學生用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

- 以「 $60=2\times 2\times 3\times 5$ 」為例，五年級的教學重點是看著數字 60 找出 60 的因數及倍數，六年級的教學重點是看著質因數分解的算式 $2\times 2\times 3\times 5$ 找出 60 的因數及倍數。

本基本學習內容要求學生先利用短除法將一數做質因數的分解，再透過質因數分解的算式，利用質因數分解法或短除法，求出兩數的最大公因數和最小公倍數。

- 國小和國中階段都幫助學生用短除法做質因數的分解，差別是國小階段質因數分解的算式用連乘積來表示，國中階段質因數分解的算式用指數來表示。

- 以將 24 分解為質因數的乘積為例，部份教師認為樹狀圖法和短除法是兩種不同的解題方法，其實不然，短除法只是讓樹狀圖法更有效率的方法。

建議教師先引入樹狀圖法，幫助學生將 24 分解成質因數的乘積，再要求學生利用短除法逐一的提出質因數，幫助學生發現短除法可以更有效率的將給定數質因數分解。



- 教師可以透過「把 24 分解成幾個大於 1 整數相乘的算式」，依下列步驟，將 24 質因數分解。

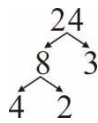
步驟一：透過樹狀圖，將 24 分解成 8 和 3 的乘積，並記成 $24=8\times 3$ 。



步驟二：3 不可以分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。

此時，教師可以說明，不能分解成 2 個大於 1 整數相乘的數，它們的因數只有 1 和自己，所以不能分解成 2 個大於 1 整數相乘的數是質數。

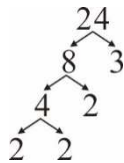
步驟三：透過樹狀圖，將 8 分解成 4 和 2 的乘積，並記成 $24=8\times 3=4\times 2\times 3$



步驟四：2 不可以分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。

步驟五：透過樹狀圖將 4 分解成 2 和 2 乘積，並記成

$$24=8\times 3=4\times 2\times 3=2\times 2\times 2\times 3。$$



步驟六：稱把 24 分解成 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 的過程為質因數分解。

2 和 3 都是質數，2 和 3 也是 24 的因數，稱 2 和 3 是 24 的質因數。

- 以「將 24 質因數分解」為例，學生透過樹狀圖，可以有很多不同的分法。教師應幫助學生理解，如果將質因數由小至大排列，上面的記法都可以記成 $24=2\times 2\times 2\times 3$ ，為國中引入質因數的標準分解式鋪路。

教師在課堂活動中，可以要求學生質因數分解後，將質因數由小至大排列，但是評量時，應接受所有合理的記法。

- 學生有透過樹狀圖，將給定數分解成質因數乘積的經驗後，教師可以幫助學生利用短除法，逐一的提出質因數，幫助學生較有效率的進行質因數分解。

以「將 24 質因數分解」為例，說明如何幫助學生解題：

步驟一：先提出質因數 2，將 24 記成 $24=2\times 12$ ，

步驟二：再提出質因數 2，將 24 記成 $24=2\times 2\times 6$ ，

步驟三：再提出質因數 2，將 24 記成 $24=2\times 2\times 2\times 3$ ，

步驟四：3 是質因數，可以得到 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 。

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 24} \\
 \underline{2 12} \\
 2 \overline{) 12} \\
 \underline{2 6} \\
 3
 \end{array}$$

步驟五：直接透過短除法將 24 記成 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 。

- 以「 $360=2\times 2\times 2\times 3\times 3\times 5$ 」為例，學生常混淆「360 有多少個質因數」和「360 可以記成幾個質因數相乘的算式」的意義。教師應強調「360 可以記成 6 個質因數相乘的算式」，但是「360 只有 2、3 和 5 等 3 個不同的質因數」。



N-6-2	<p>最大公因數與最小公倍數：質因數分解法與短除法。兩數互質。運用到分數的約分與通分。</p> <p>備註：不做三數的最大公因數與最小公倍數。應包含練習將分數化成最簡分數的問題。</p>	n-III-3
-------	---	---------

基本學習內容

- NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。
- NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。
- NC-6-2-3 認識兩數互質。
- NC-6-2-4 將分數約成最簡分數。

基本學習表現

- NCP-6-2-1-1 能用質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。
- NCP-6-2-1-2 能解決求公因數或最大公因數的情境問題。
- NCP-6-2-2-1 能用質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。
- NCP-6-2-2-2 能解決求公倍數或最小公倍數的情境問題。
- NCP-6-2-3-1 能認識兩數互質的意義。
- NCP-6-2-4-1 能認識最簡分數的意義。
- NCP-6-2-4-2 能將分數約成最簡分數。

- ◎ **基本學習內容 NC-6-2-1 為 NC-5-3-1 及 NC-6-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解因數、兩數的公因數與最大公因數；也應該已經能用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。**
本基本學習內容幫助學生用質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。
- 本基本學習內容限制利用短除法求兩數的最大公因數時，質因數都要小於 20，被分解數要小於 100。
- 本基本學習內容只處理二個整數最大公因數的問題，不處理三個整數(以上)最大公因數的問題。
- 本基本學習內容限制先引入質因數分解法求兩數的最大公因數，再透過質因數分解法，引入短除法求兩數的最大公因數。
教師不宜直接引入短除法求兩數的最大公因數。



- 以「找出 18 和 24 的最大公因數」為例，說明如何利用質因數分解法求兩數的最大公因數。

步驟一：先將 18 及 24 進行質因數分解： $18=2\times 3\times 3$ ； $24=2\times 2\times 2\times 3$

步驟二：教師提供 18 和 24 的所有因數(以質因數分解算式呈現)。

18 的因數：1、2、3、 2×3 、 3×3 、 $2\times 3\times 3$

24 的因數：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 $2\times 2\times 2$ 、 $2\times 2\times 3$ 、 $2\times 2\times 2\times 3$

步驟三：幫助學生找出公因數 1、2、3、 2×3 ，以及最大公因數 2×3 。

步驟四：要求學生觀察最大公因數 2×3 ，和 18 及 24 質因數分解的算式：

$$18=2\times 3\times 3.$$

$$24=2\times 2\times 2\times 3.$$

幫助學生理解最大公因數 2×3 是 18 和 24 共同質因數的乘積。

步驟五：給定 18 及 24 質因數分解的算式，要求學生直接找出 18 及 24 的最大公因數。

- 以「找出 18 和 24 的最大公因數」為例，說明如何利用短除法求兩數的最大公因數。

步驟一：複習質因數分解法求兩數的最大公因數，18 和 24 的最大公因數

2×3 是共同質因數的乘積。

步驟二：
$$2 \begin{array}{r|l} 18 & 24 \\ \hline 9 & 12 \end{array}$$

2 是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 2，

得到 $18=2\times 9$ ， $24=2\times 12$ 。

步驟三：
$$2 \begin{array}{r|l} 18 & 24 \\ \hline 9 & 12 \\ 3 & 4 \end{array}$$

3 也是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 3，

得到 $18=(2\times 3)\times 3$ ， $24=(2\times 3)\times 4$ 。

步驟四：3 和 4 互質，沒有共同的質因數。

步驟五：共同質因數的乘積是 2×3 ， 2×3 是 18 和 24 的最大公因數。

- ◎ 基本學習內容 NC-6-2-2 為 NC-5-3-2 及 NC-6-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解倍數、兩數的公倍數與最小公倍數；也應該已經能用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

本基本學習內容幫助學生用質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。



- 本基本學習內容限制用短除法求兩數的最小公倍數時，質因數都要小於 20，被分解數要小於 100。
- 本基本學習內容只處理二個整數最小公倍數的問題，不處理三個整數(以上)最小公倍數的問題。
- 本基本學習內容限制先引入質因數分解法求兩數的最小公倍數，再透過質因數分解法，引入短除法法求兩數的最小公倍數。
- 以「找出 18 和 24 的最小公倍數」為例，說明如何利用質因數分解法求兩數的最小公倍數。

步驟一：複習活動，先列出部份 24 的倍數，再由小至大逐一判斷這些數是否也是 18 的倍數。

24 的倍數：24，48，72，96，120，144，168，192

72，144 是 18 的倍數，72 是最小公倍數。

步驟二：先將 18 及 24 進行質因數分解：

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

步驟三：教師指著 24 質因數分解的算式，說明「 $2 \times 2 \times 2 \times 3$ 」只要再乘以「3」，就會是 18 的倍數，所以 18 和 24 的最小公倍數是「 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」。

教師再指著 18 質因數分解的算式，說明「 $2 \times 3 \times 3$ 」只要再乘以「 2×2 」，就會是 24 的倍數，所以 24 和 18 的最小公倍數是「 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」。

步驟四：說明這兩種方法算出來的最小公倍數都是「 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」。

步驟五：要求學生觀察最小公倍數「 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」，和 18 及 24 質因數分解的算式：

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

幫助學生理解最小公倍數 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 是 18 和 24 「共同質因數乘積 2×3 」和「剩下質因數乘積 $2 \times 2 \times 3$ 」的乘積。

步驟六：給定 18 及 24 質因數分解的算式，要求學生直接找出 18 及 24 的最小公倍數。



- 以「找出 18 和 24 的最小公倍數」為例，說明如何利用短除法求兩數的最小公倍數。

步驟一：複習質因數分解法求兩數的最小公倍數，18 和 24 的最小公倍數

「 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」是「共同質因數乘積 2×3 」和「剩下質因數乘積 $2 \times 2 \times 3$ 」的乘積。

步驟二：
$$2 \begin{array}{r|l} 18 & 24 \\ \hline 9 & 12 \end{array}$$

2 是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 2，
得到 $18 = 2 \times 9$ ， $24 = 2 \times 12$ 。

步驟三：
$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

3 也是 18 和 24 共同的質因數，提出質因數 3，
得到 $18 = (2 \times 3) \times 3$ ， $24 = (2 \times 3) \times 4$

步驟四：3 和 4 互質，沒有共同的質因數。

步驟五：幫助學生認識下面的 4 可以質因數分解成 2×2 。

「共同質因數的乘積 2×3 」，是短除法左邊兩個質因數的乘積。

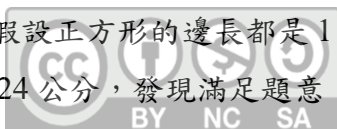
「剩下質因數乘積 $3 \times 2 \times 2 = 3 \times 4$ 」，是短除法下面兩數的乘積。

步驟六：最小公倍數是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積，
只要將左邊的質因數 2、3，和下面的數字 3、4 相乘，就能得到最小公倍數 $= (2 \times 3) \times (3 \times 4)$ 。

- 應幫助學生理解公因數是最大公因數的因數，公倍數是最小公倍數的倍數。
利用短除法解題時，只能求出最大公因數，無法求出所有的公因數。
利用短除法解題時，只能求出最小公倍數，無法求出其它的公倍數。
- 學生面對利用最大公因數或最小公倍數性質解題的文字題時，常不知道該用哪一種性質來解題。教師不宜要求學生記憶題型，看到題目就直接作答，應幫助學生養成利用嘗試錯誤方式解題的能力。

例如解「長方形紙長 96 公分，寬 54 公分，哥哥要裁成一樣的的正方形，此正方形最大的邊長是幾公分？」時，先假設正方形的邊長是 1 公分，發現滿足題意，再假設正方形的邊長是 2 公分，發現也滿足題意，就知道必須利用最大公因數的性質來解題。

例如解「弟弟想用長 4 公分、寬 6 公分的長方形色紙，排成正方形，最少需要幾張色紙？」時，先假設正方形的邊長都是 1 公分，發現不滿足題意，再假設正方形的邊長都是 24 公分，發現滿足題意，就知道必須利用最小公倍數



的性質來解題。

- 教師也可以提醒學生，1 是兩數的最小公因數，如果 1 滿足題意，就是求公因數的問題，如果 1 不滿足題意，就是求公倍數的問題。



- ◎ 基本學習內容 NC-6-2-3 為 NC-6-1-1 及 NC-6-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識質數、合數，並能用短除法做質因數的分解；也應該已經理解兩數的公因數與最大公因數。
本基本學習內容幫助學生認識兩數互質的意義。

- 利用短除法求兩數的最大公因數及最小公倍數時，「兩數互質」是判斷短除法運算是否結束的依據，例如用短除法求 36 和 48 兩數的最大公因數或最小公倍數時，先提出共同的質因數後，發現剩下的兩數沒有共同的質因數時，就能確定最大公因數「 $2 \times 2 \times 3$ 」就是共同質因數的乘積，最小公倍數「 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$ 」是「共同質因數乘積 $2 \times 2 \times 3$ 」和「剩下質因數乘積 $3 \times 4 = 3 \times 2 \times 2$ 」的乘積。

$$\begin{array}{l} 2 \left| \begin{array}{cc} 36 & 48 \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數。} \\ 2 \left| \begin{array}{cc} 18 & 24 \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數。} \\ 3 \left| \begin{array}{cc} 9 & 12 \end{array} \Rightarrow 3 \text{ 是共同的質因數。} \\ \quad 3 \quad 4 \Rightarrow \text{沒有其它共同的質因數。} \end{array}$$

此時教師可以給兩數互質下定義，甲、乙兩數沒有共同的質因數，數學上稱甲、乙兩數互質。

甲、乙兩數互質時，甲、乙兩數的最大公因數 1，所以甲、乙兩數的最大公因數是 1 時，數學上也稱甲、乙兩數互質。

- 區分「質數」和「互質」的差異。

質數：質數討論的是一個數的性質，判斷該數是否滿足只有 1 和自己兩個因數的條件。

互質：互質討論的是 a、b 兩個數的關係，當 $(a, b) = 1$ ，數學上稱 a 和 b 互質。

例如：1 不是質數，但是 $(1, 6) = 1$ ，所以 1 和 6 互質。

- ◎ 基本學習內容 NC-6-2-4 為 NC-6-1-1、NC-6-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識質數、合數，並能用短除法做質因數的分解。
本基本學習內容幫助學生將分數約成最簡分數。

- 五年級時不要求最後的答案必須是最簡分數。

六年級在容許的因、倍數範圍中，應要求最後的答案必須是最簡分數。



- 最簡分數是很多等值分數比較的結果，教師不宜直接宣告「一個分數的分子和分母互質，我們稱這個分數為最簡分數。」教師應透過比較活動引入最簡分數，例如列出一些分子和分母都比 $\frac{9}{15}$ 小的等值分數 $\frac{6}{10}$ 、 $\frac{3}{5}$ ，先說明 $\frac{6}{10}$ 的分子和分母都比 $\frac{9}{15}$ 的分子和分母小，稱 $\frac{6}{10}$ 是比 $\frac{9}{15}$ 簡單的分數。
 $\frac{3}{5}$ 也是比 $\frac{6}{10}$ 簡單的分數，5和3兩數互質，找不到比 $\frac{3}{5}$ 更簡單的分數，數學上稱 $\frac{3}{5}$ 為這些等值分數中的最簡分數



N-6-3	<p>分數的除法：整數除以分數、分數除以分數的意義。最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。</p> <p>備註：可不處理餘數問題。若要處理，限於具體合理的生活情境。餘數問題不評量。</p>	n-III-6
-------	--	---------

基本學習內容

NC-6-3-1 理解整數除以分數、分數除以分數的意義。

基本學習表現

NCP-6-3-1-1 能理解分(整)數除以分數且有餘數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

NCP-6-3-1-2 能理解分(整)數除以分數但沒有餘數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

NCP-6-3-1-3 能知道「分數除以分數(沒有餘數)」的結果和「分數乘以分數倒數」的結果相同。

NCP-6-3-1-4 能理解除數大於、小於或等於1時，商與被除數的大小關係。

NCP-6-3-1-5 能在分數的情境中，理解乘除互逆。

- ◎ 基本學習內容 NC-6-3-1 為 NC-5-7-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解分數除以整數的意義。

本基本學習內容將除數的範圍由整數擴充至分數的情境。

- 有三個因素和分數除法問題的難度有關：

(1)題目的類型：

① 等分除問題： $\frac{41}{5}$ 公升果汁相當於 $\frac{4}{7}$ 瓶，1瓶果汁有幾公升？

② 包含除問題： $\frac{51}{7}$ 公升果汁，每 $\frac{3}{5}$ 公升裝1瓶，全部相當於裝成幾瓶？

(2)記錄的格式：

① $a \div b = q \dots r$ (q 是整數， $0 \leq r < b$)：

$\frac{51}{7}$ 公升果汁，每 $\frac{3}{5}$ 公升裝1瓶，最多可以裝滿幾瓶，剩下幾公升？

② $a \div b = \frac{a}{b}$ ：

$\frac{51}{7}$ 公升果汁，每 $\frac{3}{5}$ 公升裝1瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？

(3)單位數的範圍：



①單位數是整數： $\frac{41}{5}$ 公升果汁，平分成4瓶，1瓶果汁有幾公升？

②單位數是分數或小數： $\frac{41}{5}$ 公升果汁相當於 $\frac{4}{7}$ 瓶，1瓶果汁有幾公升？

- 以「① $70 \div 20$ 、② $7 \div 2$ 、③ $0.7 \div 0.2$ 」為例，當我們限制記錄的格式是 $a \div b = q \dots r$ 時，這三題的答案不相同；當我們限制記錄的格式是 $a \div b = \frac{a}{b}$ 時，這三題的答案相同。

(1)記錄格式是 $a \div b = q \dots r$ ：

① $70 \div 20 = 3 \dots 10$ 、② $7 \div 2 = 3 \dots 1$ 、③ $0.7 \div 0.2 = 3 \dots 0.1$ ，這三題的答案不相同。

(2)記錄格式是 $a \div b = \frac{a}{b}$ ：

① $70 \div 20 = \frac{70}{20} = \frac{7}{2}$ 、② $7 \div 2 = \frac{7}{2}$ 、③ $0.7 \div 0.2 = \frac{0.7}{0.2} = \frac{7}{2}$ ，這三題的答案相同。

教師布題時應強調答案是哪種記錄格式，如果要求的記錄格式是 $a \div b = q \dots r$ ，不論餘數為0或不為0，布題時應同時詢問商及餘數，如果要求的記錄格式是 $a \div b = \frac{a}{b}$ ，建議要加上「全部分完」的限制。

- 我們熟悉單位數是整數的情境，例如「3瓶果汁、4條繩子、轉5圈」，「走3步、打4下、加5次」等。

我們可能也接受下面這些單位數不是整數的情境，例如「 $\frac{3}{5}$ 瓶果汁、 $\frac{3}{5}$ 條繩子、轉 $\frac{3}{5}$ 圈」等。但是，我們不接受下面這些單位數不是整數的情境，例

如：走 $\frac{3}{5}$ 步、打 $\frac{3}{5}$ 下、加 $\frac{3}{5}$ 次等。

我們可以接受以 $\frac{3}{5}$ 瓶果汁，可能的原因是我們已掌握1瓶果汁的量， $\frac{3}{5}$ 瓶果汁是和1瓶果汁比較的結果。

我們可以接受轉 $\frac{3}{5}$ 圈，可能的原因是我們已掌握轉1圈的量，例如已知轉1圈是360度，轉 $\frac{3}{5}$ 圈(216度)是和轉1圈比較的結果。

我們不接受走 $\frac{3}{5}$ 步，可能的原因是我們走每一步的距離並不相同，也就是無



法掌握走 1 步的量，因此無法接受走 $\frac{3}{5}$ 步。

假設走每一步的距離都是 50 公分，現在走的這一步是 30 公分，和 50 公分比較，走 30 公分可以說相當於走了 $\frac{3}{5}$ 步。

我們不接受打 $\frac{3}{5}$ 下，可能的原因是每打每一下的力量都不相同，也就是無法掌握打 1 下的量，因此無法接受打 $\frac{3}{5}$ 下。

假設打每一下的量都是 50 公斤，如果打這一下只有 30 公斤，和 50 公斤比較，30 公斤可以說相當於打了 $\frac{3}{5}$ 下。

- 單位數不是整數的問題，數學上稱為「相當於問題」，本基本學習內容限制「相當於問題」的紀錄格式只能是 $a \div b = \frac{a}{b}$ ，都不討論餘數。例如「 $\frac{9}{7}$ 公升果汁相當於 $\frac{3}{5}$ 瓶，一瓶有多少公升？」的單位數不是整數，不討論餘數。

- 問題 1：8 公尺長的繩子平分成 5 段，1 段長幾公尺？

問題 2：8 公尺長的繩子平分成 $\frac{3}{5}$ 段，1 段長幾公尺？

問題 3：8 公尺長的繩子相當於 $\frac{3}{5}$ 段，1 段長幾公尺？

學生熟悉問題 1 的問法，但是不接受問題 2 的問法，因為問題 1 是等分除問題的問題，在等分除情境中，繩子只能平分成整數段，不能平成分數段。學生不接受問題 2 的問法，但是可能會接受問題 3 的問法，因為問題 3 是比的問法，指的是 $\frac{3}{5}$ 段繩子的長度是 8 公尺時，1 段繩子的長度是多少公尺。

建議教師在單位數不是整數的問題情境中，都使用「相當於」的描述。

例如：1 盒蘋果有 5 顆，3 顆相當於多少盒？

$\frac{51}{7}$ 公升果汁，每 $\frac{3}{5}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？

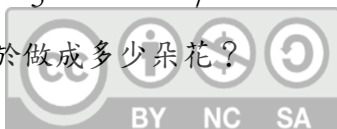
- 除數是分數的包含除問題包含有餘數和沒有餘數兩種題型：

有餘數的問題：緞帶長 $\frac{9}{5}$ 公尺，每 $\frac{4}{7}$ 公尺做一朵花，最多可以做成幾朵花？

剩下幾公尺？

沒有餘數的問題：緞帶長 $\frac{9}{5}$ 公尺，每 $\frac{4}{7}$ 公尺做一朵花，全部做完，

相當於做成多少朵花？



本基本學習內容限制有餘數的問題，商都必須是整數。教師可以進行分數除以分數，有餘數包含除問題的教學，但是不可以評量餘數。

- 以「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？」為例，說明如何引入沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)。

步驟一：利用被除數及除數同時換單位策略來解題。

$$\begin{aligned} & \frac{41}{5} \div \frac{4}{7} \\ &= \frac{41 \times 7}{5 \times 7} \div \frac{4 \times 5}{7 \times 5} \rightarrow (\text{通分}) \\ &= (41 \times 7) \div (4 \times 5) \rightarrow (\text{同時以 } \frac{1}{35} \text{ 公升換單位}) \\ &= \frac{41 \times 7}{4 \times 5}, \text{ 答：相當於裝成 } \frac{41 \times 7}{4 \times 5} \text{ 瓶} \end{aligned}$$

步驟二：學生不易發現問題「 $\frac{41}{5} \div \frac{4}{7}$ 」和答案「 $\frac{41 \times 7}{4 \times 5}$ 」的關係。

教師先將答案改記成兩分數的乘積。

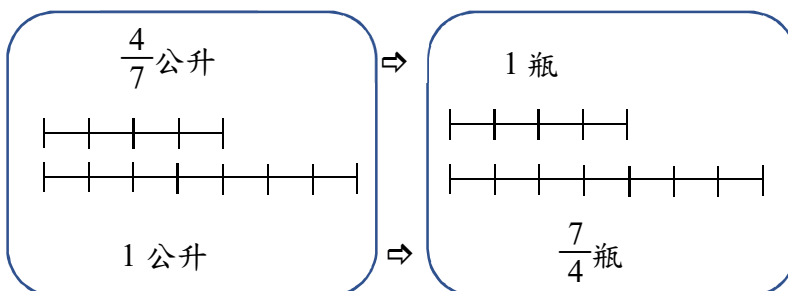
$$\begin{aligned} \frac{41 \times 7}{4 \times 5} &= \frac{41 \times 7}{5 \times 4} \rightarrow (\text{乘法交換律}) \\ &= \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} \rightarrow (\text{分數} \times \text{分數} = \frac{\text{分子} \times \text{分子}}{\text{分母} \times \text{分母}}) \end{aligned}$$

步驟三：要求學生觀察問題「 $\frac{41}{5} \div \frac{4}{7}$ 」和改寫後答案「 $\frac{41}{5} \times \frac{7}{4}$ 」的關係。

幫助學生發現可以利用顛倒相乘的方式直接算出答案。

- 下面以問題「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？」為例，提供利用倒數概念的解題方法給教師參考。

步驟一：說明 $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶時，1公升可以裝 $\frac{7}{4}$ 瓶。



透過上面線段圖，可以理解「 $\frac{4}{7}$ 公升裝成1瓶時，1公升是 $\frac{7}{4}$ 」



瓶」，其中 $\frac{4}{7}$ 和 $\frac{7}{4}$ 互為倒數。

步驟二：引入沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)。

$$\frac{41}{5} \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升}$$

$$\Rightarrow \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \text{ 個 } \left(\frac{7}{4} \text{ 瓶}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} \text{ 瓶}$$

- 以「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶，最多裝滿幾瓶，還剩下多少公升？」為例，說明如何幫助學生解有餘數的包含除問題。

下面提供兩種解題的方法：

方法一：利用被除數和除數同時換單位策略來解題

$$\frac{41}{5} \text{ 公升} = \frac{287}{35} \text{ 公升} \Rightarrow 287 \text{ 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升}$$

$$\frac{4}{7} \text{ 公升} = \frac{20}{35} \text{ 公升} \Rightarrow 20 \text{ 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升}$$

$$287 \div 20 = 14(\text{瓶}) \dots 7 \text{ (7 個 } \frac{1}{35} \text{ 公升)}$$

$$\text{可以記成：} \frac{287}{35} \div \frac{20}{35} = 14 \dots \frac{7}{35} \left(\frac{7}{35} = \frac{1}{5} \right)$$

答：最多裝滿14瓶，剩下 $\frac{1}{5}$ 公升

方法二：利用沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)來解題

步驟一：利用顛倒相乘算出全部裝完相當於多少瓶

$$\frac{41}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{287}{20} = 14 \frac{7}{20} (\text{瓶})$$

步驟二：說明 $14 \frac{7}{20} = 14(\text{瓶}) + \frac{7}{20}(\text{瓶})$ ，

所以最多裝滿14瓶，剩下 $\frac{7}{20}$ 瓶。

步驟三：將剩下的 $\frac{7}{20}$ 瓶換成多少公升。

$$\frac{4}{7} \times \frac{7}{20} = \frac{1}{5} (\text{公升})$$

答：最多裝滿14瓶，剩下 $\frac{1}{5}$ 公升



- 三年級學生已在整數情境中，理解乘除互逆的意義。
本基本學習內容已完成分數乘除的教學，教師應檢查學生是否能在分數情境中，理解乘除互逆的意義。



N-6-4	<p>小數的除法：整數除以小數、小數除以小數的意義。直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理商一定比被除數小的錯誤類型。</p> <p>備註：可不處理餘數問題，若要處理，限於具體合理的生活情境，商限定為整數，並小心在直式計算中處理餘數問題。餘數問題不評量。</p>	n-III-7
-------	--	---------

基本學習內容

NC-6-4-1 熟練小數(整數)除以小數的直式計算。

基本學習表現

NCP-6-4-1-1 能用直式處理除數是小數且能除盡的除法計算。

NCP-6-4-1-2 能用直式處理除數是小數，商數是整數且有餘數的除法計算。

NCP-6-4-1-3 能解決生活中除數是小數的除法問題。

NCP-6-4-1-4 能理解除數大於、小於或等於 1 時，商與被除數的大小關係。

NCP-6-4-1-5 能在小數的情境中，理解乘除互逆。

- ◎ **基本學習內容 NC-6-4-1 為 NC-5-9-1 之後續學習概念，故學生應該已經熟練整數、小數除以整數，商為小數的直式計算。**

本基本學習內容將小數除法除數的範圍，由整數延伸至小數。

- **本基本學習內容限制被除數及除數小數點位數都不超過 2 位。**

- **除數是小數的包含除問題包含有餘數和沒有餘數兩種題型：**

有餘數的問題：緞帶長 29.4 公尺，每 1.8 公尺做一朵花，最多可以做成幾朵花？剩下幾公尺？

沒有餘數的問題：緞帶長 29.4 公尺，每 1.8 公尺做一朵花，全部做完，相當於做成多少朵花？

本基本學習內容限制討論有餘數的包含除問題時，商都必須是整數，但是不可以評量餘數。

討論沒有餘數的包含除問題時，商必須能除盡，且商最多是二位小數。

- **單位數不是整數的問題，數學上稱為「相當於問題」，本基本學習內容限制「相當於問題」的記錄格式只能是 $a \div b = \frac{a}{b}$ ，都不討論餘數。例如「29.4 公升果汁相當於 1.8 瓶，一瓶有多少公升？」的單位數不是整數，不討論餘數。**

- 本基本學習內容限制使用「被除數和除數同時換單位」的策略，解決除數是小數，商是整數且有餘數的包含除問題。
- 建議教師先在整數情境的問題中，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義後，再引入小數情境的問題。
以「14000 元，每人分 3000 元，最多可以分給幾人，剩下幾元？」為例，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義。
步驟一：先布題「14 張 1000 元鈔票，每人分 3 張，最多可以分給幾人，剩下幾張 1000 元鈔票？也就是剩下多少元？」。
 $14(\text{張})\div 3(\text{張})=4(\text{人})\dots 2(\text{張})$ ，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元。
步驟二：回到原問題，限制學生先將被除數 14000 元及除數 3000 元，都換成 1000 元後再解題。
14000 元換成 14 張千元，也就是 14 個千，3000 元換成 3 張千元，也就是 3 個千。
 $14(\text{個千})\div 3(\text{個千})=4(\text{人})\dots 2(\text{個千})$ ，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 個千，也就是剩下 2000 元。
步驟三：稱這種解題方法為被除數和除數同時換成 1000 的方法。
再命一些題目讓學生練習。
- 以「36.2 公升果汁，1.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？」為例，說明如何利用「被除數和除數同時以 0.1 公升換單位」策略，幫助學生解題。
步驟一：幫助學生將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，同時以 0.1 公升為單位來換單位。
36.2 公升轉換成 362 個 0.1 公升，1.4 公升換成 14 個 0.1 公升。
步驟二：再透過 $362\div 14=25\dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 個 0.1 公升，也就是剩下 1.2 公升。
如果學生無法掌握以 0.1 公升為單位的意義，教師可以透過命名 0.1 公升為 1 杯的方式，將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，轉換成 362 杯和 14 杯，再透過 $362\div 14=25\dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 杯，也就是剩下 1.2 公升的答案。
- 當商數較小時，例如商數是一位數字時，教師應幫助學生利用「先乘後減」的策略解題。「先乘後減」策略的概念比較簡單，學生不但較易理解其意義，而且也比較有效率。



- 以「41.57 公升果汁，11.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？」為例，說明如何幫助學生利用「先乘後減」的策略來解題。

步驟一：教師先幫助學生估商，例如 11.4 公升裝一瓶，可以裝滿 3 瓶，但是無法裝滿 4 瓶。

步驟二：裝滿 3 瓶，共裝了多少公升，還剩下多少公升？

$$11.4 \times 3 = 34.2, 41.57 - 34.2 = 7.37$$

得到最多裝滿 3 瓶，剩下 7.37 公升。

- 當商數是二位數字時，教師也可以幫助學生利用「先乘後減」的策略解題。

以「36.2 公升果汁，1.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？」為例，說明如何幫助學生利用「先乘後減」的策略來解題。

步驟一：教師先幫助學生以 10 瓶為單位估商，例如 1.4 公升裝一瓶，可以裝滿 20 瓶，但是無法裝滿 30 瓶。

步驟二：裝滿 20 瓶，共裝了多少公升，還剩下多少公升？

$$1.4 \times 20 = 28, 36.2 - 28 = 8.2$$

得到最多裝滿 20 瓶，剩下 8.2 公升。

步驟三：再幫助學生以 1 瓶為單位估商，例如剩下 8.2 公升，1.4 公升裝一瓶，可以裝滿 5 瓶，但是無法裝滿 6 瓶。

步驟四：剩下 8.2 公升，裝滿 5 瓶，共裝了多少公升，還剩下多少公升？

$$1.4 \times 5 = 7, 8.2 - 7 = 1.2$$

得到剩下的果汁最多裝滿 5 瓶，剩下 1.2 公升。

步驟五：回到原問題，要求學生回答最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？

得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 1.2 公升。

- 以問題「 $\square \div 1.04 = 1.7 \dots 0.12$ ， $\square = ?$ 」為例，因為 $0 \leq 0.12 < 1.04$ ，所以多數教師都認為它是合理的問題。

但是當我們算出 $\square = 1.04 \times 1.7 + 0.12 = 1.888$ ，再代入原式驗算時，發現 $1.888 \div 1.04 = 1.8 \dots 0.016$ ，驗算不成立的理由是當商數是一位小數時，餘數必須比除數的 0.1 倍小，而問題中的餘數 0.12 比 1.04×0.1 大，因此原問題的算式不成立，下面說明其理由。

以「將 29 公升果汁，平分成 7 杯」為例，29 公升果汁，平分成 7 杯，每杯分到 4 公升，還剩下 1 公升(1 個 1 公升)不夠分，可以記成 $29 \div 7 = 4 \dots 1$ ，其中 $0 \leq 1 < 7$ 。



繼續往下分，將剩下的(餘數)1 公升換成 10 個 0.1 公升，10 個 0.1 公升，平分 7 杯，每杯分到 1 個 0.1 公升，還剩下 3 個 0.1 公升不夠分(剩下 0.1 公升的個數不能超過 7 個)，可以記成 $29 \div 7 = 4.1 \dots 0.3$ ，其中 $0 \leq 0.3 < 0.7$ (7 個 0.1)。

繼續往下分，將剩下的(餘數)0.3 公升換成 30 個 0.01 公升，30 個 0.01 公升，平分 7 杯，每杯分到 4 個 0.01 公升，還剩下 2 個 0.01 公升不夠分(剩下 0.01 公升的個數不能超過 7 個)，可以記成 $29 \div 7 = 4.14 \dots 0.02$ ，其中 $0 \leq 0.02 < 0.07$ (7 個 0.01)。

由上面的說明可以得到下面的結果

$a \div b = q \dots r$ ，當 q 是整數時， $0 \leq r < b$ 。

當 q 是一位小數時， $0 \leq r < b \times 0.1$ (餘數要比 b 個 0.1 小)。

當 q 是二位小數時， $0 \leq r < b \times 0.01$ (餘數要比 b 個 0.01 小)。

- 三年級學生已在整數情境中，理解乘除互逆的意義。
本基本學習內容已完成小數乘除的教學，教師應檢查學生是否能在小數情境中，理解乘除互逆的意義。



N-6-5	<p>解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。</p> <p>備註：含處理分數和小數混合乘除計算之常用技巧。</p>	<p>n-III-2</p> <p>r-III-2</p>
-------	--	-------------------------------

基本學習內容

NC-6-5-1 用併式列出分數、小數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

NC-6-5-2 對整數和小數在指定位數用四捨五入法取概數，再做加、減、乘、除之計算。

基本學習表現

NCP-6-5-1-1 解決分數兩步驟問題，並用併式記錄兩步驟問題的解題活動。

NCP-6-5-1-2 解決小數兩步驟問題，並用併式記錄兩步驟問題的解題活動。

NCP-6-5-1-3 用併式列出分數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

NCP-6-5-1-4 用併式列出小數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

NCP-6-5-2-1 能在具體情境中用四捨五入法對大數在指定位數取概數後，再做乘、除之計算。

NCP-6-5-2-2 能在具體情境中用四捨五入法對小數在指定位數取概數，再做加、減之計算。

NCP-6-5-2-3 能在具體情境中用四捨五入法對小數在指定位數取概數，再做乘、除之計算。

- ◎ **基本學習內容 NC-6-5-1 為 NC-5-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。**

本基本學習內容處理分數和小數的兩步驟問題。

- 本基本學習內容整數問題以三步驟問題為原則，分數、小數問題以兩步驟問題為原則。

- 本基本學習內容不處理分數與小數混合的兩步驟問題。

- 本基本學習內容整數兩步驟問題引入的順序包含兩個部份：

第一部份：用兩個算式記錄解題活動

二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；

三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；

四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題。



第二部份：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程

四年級開始限制學生使用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

- 以分數兩步驟問題「媽媽買了 $\frac{10}{3}$ 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 $\frac{5}{4}$ 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了 10 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 5 公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」。待學生解題成功後，再回到原分數情境的問題，希望學生能類比整數情境來解決相同情境分數的問題。

小數情境問題亦可用類比整數情境的問題來解決相同情境小數的問題。

- 本基本學習內容整數三步驟問題要求學生使用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。但是在教學時，教師應仿兩步驟問題引入的順序，先幫助學生用兩個算式(其中一個是併式)記錄解題活動，才能要求學生使用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。下面以「小洋原本有 100 元，買了 2 個 25 元的麵包後，爸爸又給他 48 元，請問小洋現在有多少元？」為例，說明三步驟問題的教學流程。

(1)用一個併式及一個算式記錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98, \text{答：現在有 98 元}$$

(2)將一個併式及一個算式改記成併式的記法

$$\text{將「} 100 - 25 \times 2 = 50, 50 + 48 = 98 \text{」改記成「} 100 - 25 \times 2 + 48 = 98 \text{」。}$$

(3)用併式記錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 + 48 = 98, \text{答：現在有 98 元}$$

(4)用算式填充題來列式

$$100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$$

(5)先列式，再用逐次減項的記法記錄解題活動

$$100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$$

$$100 - 25 \times 2 + 48$$

$$= 100 - 50 + 48$$

$$= 50 + 48$$

$$= 98, \text{答：現在有 98 元}$$



- 學生面對沒有見過的多步驟問題時，只能用多個算式來記錄解題活動，學生解題成功後，教師應要求學生將多個算式改記成併式。以後再遇到相同的問題時，應要求學生先用併式列出多步驟問題的算式，再利用逐次減項的記法記錄解題活動。

儘量要求學生以併式的方法思考與演算，這是代數列式的前置經驗。

- ◎ 基本學習內容 NC-6-5-2 為 NC-4-4-3 及 NC-5-11-1 之後續學習概念，故學生應該已經能用四捨五入法對大數在指定位數取概數後，再做加、減之計算；也應該已經能用四捨五入法對小數在指定位數取概數。

本基本學習內容延伸整數概算至乘、除部份，也幫助學生對小數在指定位數以四捨五入法取概數，並做加、減、乘、除之計算。

- 教師應先複習在整數情境取概數並做加、減計算的問題，再引入在整數情境取概數並做乘、除計算的問題；最後再將整數情境延伸至小數情境。

- 計算百分率時，經常要利用四捨五入法取概數，例如將 $\frac{18}{32}$ 先轉換成小數 0.5625，再轉換成整數值百分率 56%。教師應加強學生利用四捨五入法對小數在指定位數取概數的能力。



N-6-6	<p>比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。</p> <p>備註：比中各數原則上為整數，但也可包含簡單之小數與分數。</p>	n-III-9
-------	--	---------

基本學習內容

NC-6-6-1 認識比和比值。

基本學習表現

NCP-6-6-1-1 能認識比。

NCP-6-6-1-2 能認識相等的比。

NCP-6-6-1-3 能利用比的概念解決生活中的問題。

NCP-6-6-1-4 能認識比值。

NCP-6-6-1-5 能利用比值的概念解決生活中的問題。

NCP-6-6-1-6 能認識最簡單整數比。

- ◎ **基本學習內容 NC-6-6-1 為 NC-5-10-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識比率（含「百分率」、「折」）。**

本基本學習內容延伸比率的情境至比或比值的情境。

- 本基本學習內容五年級引入比率，六年級引入比值，比率和比值都是描述兩量間的關係，差別是討論的情境不相同。

比率討論的情境是部份及全體的關係，學生比較容易接受將全體視為基準量 1，例如：全班 30 人，男生有 18 人，將全班的人數看成 1 時，男生的人數佔全班的 $\frac{3}{5}$ （或 60%）；

比值討論的情境是兩量（基準量及比較量）間的關係，學生比較不容易將其中任意的一量視為基準量 1，例如：甲的體重是 18 公斤，乙的體重是 30 公

斤，將甲的體重視為基準量 1 時，乙的體重是甲的 $\frac{5}{3}$ 倍。

- 比率問題包含「比率未知」、「部份量未知」及「全部量未知」三類問題。因為「全部量未知」的問題涉及除數是分數的除法計算，因此五年級只處理「比率未知」及「部份量未知」的問題，六年級學過除數是分數的除法問題後再處理「全部量未知」的問題。



- 下面以「全班有 25 人，女生有 10 人」為例，說明這三類問題的題型：

(1)比率未知問題：全班有 25 人，女生有 10 人，女生佔全班的幾分之幾？

(2)部份量未知問題：全班有 25 人，女生佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，女生有多少人？

(3)全部量未知問題：女生有 10 人，佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，全班有多少人？

- 以 3：5 和 5：8 為例，有兩種比較比的大小的方法

第一種：讓兩個比的前項相等， $3:5=15:25$ ， $5:8=15:24$

$25 > 24$ ， $15:25 > 15:24$ ，可以得到 $3:5 > 5:8$ 。

第二種：讓兩個比的後項相等， $3:5=24:40$ ， $5:8=25:40$ ，

$24 < 25$ ， $24:40 < 25:40$ ，可以得到 $3:5 < 5:8$ 。

由上面的說明可以知道，前項相同和後項相同時，兩個比的大小剛好相反，為了讓兩個比大小的答案一致，數學上約定比的後項為基準量，透過後項相同時前項的大小，來比較兩個比的大小。

- 以「3 個糖果賣 5 元」和「5 個餅乾賣 8 元」為例，有兩種比較糖果和餅乾，誰的售價比較貴或比較便宜的方法。

方法一：將總價放在後項，總價相同時，比較誰的個數比較多

3 個糖果賣 5 元 $\Rightarrow 3:5=24:40 \Rightarrow 24$ 個糖果賣 40 元

5 個餅乾賣 8 元 $\Rightarrow 5:8=25:40 \Rightarrow 25$ 個餅乾賣 40 元

40 元可以買 24 個糖果，40 元也可以買 25 個餅乾，

$24 < 25$ ，所以糖果的售價比較貴。

方法二：將個數放在後項，個數相同時，比較誰的總價比較多

5 元買 3 個糖果 $\Rightarrow 5:3=25:15 \Rightarrow 25$ 元買 15 個糖果

8 元買 5 個餅乾 $\Rightarrow 8:5=24:15 \Rightarrow 24$ 元買 15 個餅乾

25 元可以買 15 個糖果，24 元也可以買 15 個餅乾，

$25 > 24$ ，所以糖果的售價比較貴。

方法一是把總價 40 元當做後項，前項糖果的個數 24 比餅乾的個數 25 小，但是糖果的售價比餅乾的售價貴。

方法二是把個數 15 個當做後項，後項糖果的總價 25 比餅乾的總價 24 大，而糖果的售價比餅乾的售價貴。

為了讓數字比較大時售價比較貴，數字比較小時售價比較便宜，數學上選擇方法二為售價的定義。



- 為了讓比較多個比的大小時更有效率，可以透過將後項轉換成 1 的方式來比較， $5:3 = \frac{5}{3}:1$ ， $8:5 = \frac{8}{5}:1$ ， $\frac{5}{3} > \frac{8}{5}$ ，可以得到 $5:3 > 8:5$ 。

以「 $5:3 = \frac{5}{3}:1$ 」為例，數學上稱後項為 1 的前項 $\frac{5}{3}$ 為 $5:3$ 的比值，可以透過比值來比較兩個比的大小。

- 有兩種定義比值的方式：

第一種： $a:b = \frac{a}{b}:1 = \frac{a}{b}$

第二種： $a:b = a \div b = \frac{a}{b}$

部份教師不喜歡上面的定義方式，認為等號左邊是比，而等號右邊是數字，

比和數字不相等，因此不能記成 $a:b = \frac{a}{b}$ ，只能說 $a:b$ 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

建議教師透下列方式引入比值的定義：

$a:b = \frac{a}{b}:1$ ，我們稱 $\frac{a}{b}:1$ 的前項 $\frac{a}{b}$ 為 $a:b$ 的比值，可以利用 $a \div b = \frac{a}{b}$

算出比值。

- 比有前、後項單位相同的比，和前、後項單位不同的比兩種類型，習慣上單位相同的比都省略單位，單位不同的比都要紀錄單位。

以比例尺為例，使用 $1:100000$ 溝通比例尺時，表示地圖上長 1 公分，實際的長是 100000 公分；地圖上長 1 公尺，實際的長是 100000 公尺。

使用 1 公分：1 公里或下面的圖溝通比例尺時，表示地圖上長 1 公分，實際的長是 1 公里



- 同單位比的問題包含組合問題和母子問題：

組合問題：親子遊戲中，3 個小孩需要 2 個大人來協助，15 個小孩需要幾個大人來協助？

母子問題：1 打襯衫有 12 件，1 打襯衫中，其中 4 件是藍色的，如果要包裝 6 打襯衫，需要幾件藍襯衫？

不同單位比的問題包含交換問題和密度問題：

交換問題 \Rightarrow 5 元可以買 3 個水蜜桃，幾元可以買 6 個水蜜桃？

密度問題 \Rightarrow 10 公尺長的鐵絲重 6 公斤，50 公尺長的鐵絲重幾公斤？



- 以「3 枝鉛筆賣 5 元，9 枝鉛筆賣幾元？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生利用這四種解題策略解題的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

(1)單價法：先用除法「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出 1 枝鉛筆的單價是 $\frac{5}{3}$ 元，再利用乘法

$$\left[\frac{5}{3} \times 9 = \frac{45}{3} = 15 \right] \text{ 算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。}$$

(2)倍數法：先用除法「 $9 \div 3 = 3$ 」算出 9 枝鉛筆是 3 枝鉛筆的 3 倍，再用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出 5 元的 3 倍是 15 元，得到 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

(3)關係式：教師也可以先用比的算式「 $3 : 5 = 9 : \square$ 」記錄問題，再將比的算式由左右並置的記法，改記成上下並置的關係式記法，關係式的記法較容易說明單價法或倍數法解題的意義。

$$\text{單價法：} 5 \div 3 = \frac{5}{3}, \frac{5}{3} \times 9 = 15$$

3 枝	↔	5 元
$\div 3 \downarrow$		$\downarrow \div 3$
1 枝		? 元
$\times 9 \downarrow$		$\downarrow \times 9$
9 枝		\square 元

$$\text{倍數法：} 3 \times 3 = 9 (\text{或 } 9 \div 3 = 3), 5 \times 3 = 15$$

3 枝	↔	5 元
$\times 3 \downarrow$		$\downarrow \times 3$
9 枝		\square 元

(4)外項乘以外項等於內項乘以內項（內項乘以內項等於外項乘以外項）：

先用算式「 $3 : 5 = 9 : y$ 」記錄問題，透過「外項乘以外項會等於內項乘以內項」得到算式「 $3 \times y = 5 \times 9 = 45$ 」後，再利用乘除互逆「 $45 \div 3 = 15$ 」算出 $y = 15$ ，也就是 9 枝鉛筆賣 15 元。

- 以「 $3 : 5 = \square : 15$ 」為例，說明為什麼外項乘以外項會等於內項乘以內項。

$$3 : 5 = \square : 15$$

$$\Rightarrow (3 \times 15) : (5 \times 15) = (\square \times 5) : (15 \times 5)$$

$$\Rightarrow (3 \times 15) = (\square \times 5)$$



看著原問題「 $3:5=\square:15$ 」和推出的結果「 $3\times 15=\square\times 5$ 」，幫助學生發現「 3×15 」是「 $3:5=\square:15$ 」兩外項的乘積，「 $\square\times 5$ 」是「 $3:5=\square:15$ 」兩內項的乘積，可以透過「外項乘以外項會等於內項乘以內項」的關係，由「 $3:5=\square:15$ 」直接得到 $3\times 15=\square\times 5$ 。

- 以相同口味的紅茶牛奶為例，說明最簡單整數比的意義。

紅茶	牛奶
200 公升	120 公升
100 公升	60 公升
50 公升	30 公升
10 公升	6 公升
5 公升	3 公升

步驟一：說明上面的比都是相等的比，調出的紅茶牛奶口味都相同。

步驟二：溝通比較簡單比的意義

「 $100:60$ 」和「 $200:120$ 」前後項的數字都是整數，「 $100:60$ 」的數字都比「 $200:120$ 」的數字簡單，稱「 $100:60$ 」是比「 $200:120$ 」簡單的整數比。「 $5:3$ 」的數字都比「 $10:6$ 」的數字簡單，稱「 $5:3$ 」是比「 $10:6$ 」簡單的整數比。

步驟三：引入最簡單整數比的記法，5 和 3 互質，找不到比 $5:3$ 更簡單的整數比，數學上稱 $5:3$ 為最簡單整數比。

步驟四：說明最簡單整數比的意義， $5:3$ 是上面這些相同口味紅茶牛奶的調配方法，這些紅茶牛奶都可以利用紅茶 5 份和牛奶 3 份的方式調出。

- 很多人都認為棒球比數 $5:3$ 不是比，因為它只是一場比賽的記錄，下一場比賽不一定還是 $5:3$ 。兩量並置的關係都是比，棒球比數 $5:3$ 記錄了比賽結束時兩隊的得分數，因此它是一個比，只是這個比是一個特例。

多數成人心中的比指的是最簡單整數比，最簡單整數比是一個集合。

例如超級市場大拍賣，3 個蘋果賣 50 元，此時的「3 個：50 元」是最簡單整數比，指的是每 3 個蘋果賣 50 元，可以得到 6 個蘋果賣 100 元，12 個蘋果賣 200 元等。

又如比賽分組，3 個男生和 2 個女生分成一組，此時的「 $3:2$ 」也是最簡單整數比，指的是每組都有 3 個男生和 2 個女生，可以得到 2 組有 6 個男生和 4 個女生，5 組有 15 個男生和 10 個女生等。

N-6-7	<p>解題：速度。比和比值的應用。速度的意義。能做單位換算（大單位到小單位）。含不同時間區段的平均速度。含「距離＝速度×時間」公式。用比例思考協助解題。</p> <p>備註：除不同時間區段的平均速度問題外，小學速度問題的假設都是等速運動。含速度固定，時間為幾倍，距離即為幾倍的問題。含時間固定，速度為幾倍，距離即為幾倍的問題。所謂「大單位到小單位」，指的是不論是長度或時間，都只做大單位到小單位的換算。</p>	n-III-9
-------	---	---------

基本學習內容

NC-6-7-1 認識速度。

NC-6-7-2 速度常用單位的化聚。

基本學習表現

NCP-6-7-1-1 能認識速度的意義。

NCP-6-7-1-2 能認識速度常用單位。

NCP-6-7-1-3 能解決生活中的速度問題。

NCP-6-7-2-1 能進行速度常用單位間的化聚。

◎ **基本學習內容 NC-6-7-1 為 NC-6-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識比和比值。**

本基本學習內容幫助學生認識速度。

- 本基本學習內容只在等速的情境下討論平均速度。
- 速度與速率是兩種不同的概念，速度是向量的概念，速率是純量的概念。例如甲、乙兩地的距離是 100 公里，由甲地開車先到乙地，再由乙地開車回甲地，共花了 2 小時。開車的距離是 200 公里，時間是 2 小時，我們說平均速率是 100 公里/小時；開車的位移是 0 公里，時間是 2 小時，我們說平均速度為 0 公里/小時。日常生活中常混用這兩個名詞，將速率與速度都稱之為速度。本基本學習內容的速度，指的是日常生活中常用的一般名詞，也就是速率的意思。建議教師在教學時，儘量使用速率的說法。
- 以甲 3 小時跑 5 公里，乙 5 小時跑 8 公里，誰跑得比較快為例，有兩種比較誰



比較快的方法。

第一種：時間相同，比較誰跑的距離比較長

甲：3 小時跑 5 公里 \Rightarrow 15 小時跑 25 公里

乙：5 小時跑 8 公里 \Rightarrow 15 小時跑 24 公里

25 公里比 24 公里長，也就是 25 比 24 大，甲跑得比較快

第二種：距離相同，比較誰跑的時間比較短

甲：3 小時跑 5 公里 \Rightarrow 24 小時跑 40 公里

乙：5 小時跑 8 公里 \Rightarrow 25 小時跑 40 公里

24 小時比 25 小時短，也就是 24 比 25 小，甲跑得比較快。

由上面的說明可以知道，可以有兩種定義速率的方法：

第一種：速率＝距離：時間

第二種：速率＝時間：距離

第一種方法中時間相同時，距離的數字比較大時，速率比較快，距離的數字比較小時，速率比較慢；第二種方法中距離相同時，時間的數字比較大時，速率比較慢，時間的數字比較小時，速率比較快。

為了讓速率的數字比較大時，跑得比較快，數字比較小時，跑得比較慢，數學上都選擇第一種方法為速率的定義。

- 「平均 1 小時跑 60 公里」是日常生活中常見的說法，下面提供三種也可以溝通「平均 1 小時跑 60 公里」的方法。

方法一：60 公里：1 小時

方法二：60 公里/小時

方法三：時速 60 公里

方法一是利用比的記法來溝通速率，方法二是利用比值的記法來溝通速率，方法三是日常生活中常用的說法。

建議教師幫助學生熟練「時速 60 公里」、「速率 60 公里/小時」、「60 公里：1 小時」這三種說法間的轉換，但在解題時，儘量利用比的方法來解題，因為比的記法較能夠看到時間和距離兩量的關係。



- 以「甲車 3 小時跑 120 公里，9 小時跑多少公里？」為例，建議教師使用比的想法來解題。

(1)先用算式「120 公里：3 小時=□公里：9 小時」來記錄問題，再利用關係式的記法，利用單價法或倍數法來解題。

單價法： $(120 \div 3) = 40$ ， $40 \times 9 = 360$ ，答：360 公里

$$\begin{array}{ccc}
 120 \text{ 公里} & \longleftrightarrow & 3 \text{ 小時} \\
 \div 3 \downarrow & & \downarrow \div 3 \\
 40 \text{ 公里} & & 1 \text{ 小時} \\
 \times 9 \downarrow & & \downarrow \times 9 \\
 \square \text{ 公里} & & 9 \text{ 小時}
 \end{array}$$

倍數法： $3 \times 3 = 9$ (或 $9 \div 3 = 3$)， $120 \times 3 = 360$ ，答：360 公里

$$\begin{array}{ccc}
 120 \text{ 公里} & \longleftrightarrow & 3 \text{ 小時} \\
 \times 3 \downarrow & & \downarrow \times 3 \\
 \square \text{ 公里} & & 9 \text{ 小時}
 \end{array}$$

(2)先用算式「120 公里：3 小時=□公里：9 小時」來記錄問題，再利用「外項乘以外項等於內項乘以內項」來解題。

$120 \times 9 = \square \times 3$ ， $\square = 360$ ，答：360 公里

- ◎ 基本學習內容 NC-6-7-2 為 NC-6-7-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識速度，並能解決生活中的問題。

本基本學習內容幫助學生認識速度常用單位，並進行速度常用單位間的化聚。

- 以「汽車的時速 90 公里，它的分速是多少公尺？」為例，學生比較無法掌握比值想法解決速度換單位問題解題的意義。

$$90 \frac{\text{公里}}{\text{小時}} = 90 \times \frac{1000 \text{ 公尺}}{60 \text{ 分鐘}} = 90 \times \frac{1000}{60} \frac{\text{公尺}}{\text{分鐘}} = 1500 \frac{\text{公尺}}{\text{分鐘}}$$

建議教師可以透過比的想法，來幫助學生解決時速、分速及秒速單位間的換算問題。

$$\begin{aligned}
 90 \text{ 公里/小時} &= 90 \text{ 公里} : 1 \text{ 小時} \\
 &= 90000 \text{ 公尺} : 60 \text{ 分鐘} \\
 &= 90000 \text{ 公尺} \div 60 : 60 \text{ 分鐘} \div 60 \\
 &= 1500 \text{ 公尺} : 1 \text{ 分鐘 (分速是 1500 公尺)}
 \end{aligned}$$

- 教師在教學時，應先進行只有時間單位進行化聚或只有距離單位進行化聚的問



題，例如 60 公里/小時=()公尺/小時，或 60 公里/小時=()公里/分鐘。

再引入時間單位和距離單位都進行化聚的問題，

例如 60 公里/小時=()公尺/分鐘，但是**不宜**過度評量。



N-6-8	<p>解題：基準量與比較量。比和比值的應用。含交換基準時之關係。</p> <p>備註：所謂交換基準如以哥哥身高為1，弟弟身高為$\frac{4}{5}$，則以弟弟身高為1，哥哥身高為$\frac{5}{4}$。</p>	n-III-9
-------	---	---------

基本學習內容

NC-6-8-1 理解基準量與比較量的關係。

基本學習表現

NCP-6-8-1-1 能理解基準量與比較量，並使用幾倍描述基準量與比較量的關係。

NCP-6-8-1-2 能認識兩數互為基準量時，其比較量互為倒數關係。

NCP-6-8-1-3 能解決給定基準量與幾倍求比較量問題。

NCP-6-8-1-4 能解決給定比較量與幾倍求基準量問題。

NCP-6-8-1-5 能解決給定基準量與幾倍求母子和的問題。

NCP-6-8-1-6 能解決給定基準量與幾倍求母子差的問題。

NCP-6-8-1-7 能解決給定母子和與幾倍求基準量與比較量的問題。

NCP-6-8-1-8 能解決給定母子差與幾倍求基準量與比較量的問題。

- ◎ **基本學習內容 NC-6-8-1 為 NC-6-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識比和比值。**

本基本學習內容幫助學生理解基準量與比較量的關係，並解決生活中的問題。

- 有兩種定義基準量、比較量的方法，一種是透過比的想法來定義，另一種是透過比值的想法來定義。下面以甲=5，乙=8 為例來說明。

第一種：利用比的想法來定義，甲：乙=5：8= $\frac{5}{8}$ ：1

數學上習慣將基準量記在後項，稱記在後項的乙為基準量，記在前項的甲為比較量。當後項的8看成基準量1時，前項的5可以看成

$\frac{5}{8}$ ，稱比較量甲是基準量乙的 $\frac{5}{8}$ 倍。

第二種：利用比值的想法來定義，甲÷乙=5÷8= $\frac{5}{8}$

比較量÷基準量=5÷8= $\frac{5}{8}$ ，稱比較量甲是基準量乙的 $\frac{5}{8}$ 倍。



- 比的記法「 $\frac{5}{8}:1$ 」可以同時看到基準量和比較量的關係，建議教師透過比的方法引入基準量和比較量的關係，當學生掌握其意義後，再透過「甲:乙=5:8= $\frac{5}{8}:1$ ，我們稱 $\frac{5}{8}$ 為甲:乙的比值，可以利用甲 \div 乙= $5\div 8=\frac{5}{8}$ 算出比值」，說明也可以利用除法運算「 $5\div 8=\frac{5}{8}$ 」，算出5是8的 $\frac{5}{8}$ 倍。國小二年級透過下列方式引入乘法算式

$$2+2+2+2+2=10 \Rightarrow 5 \text{ 個 } 2 \text{ 合起來是 } 10$$

$$\Rightarrow 2 \text{ 的 } 5 \text{ 倍是 } 10$$

$$\Rightarrow \text{記成 } 2\times 5=10$$

此時引入的5倍是乘法運算「 $\times 5$ 」，指的是將「2的5倍是10」記成「 $2\times 5=10$ 」，而不是以2為基準量時，比較量是基準量5倍的關係。

再以甲=5，乙=8，乙是甲的 $\frac{8}{5}$ 倍為例，數學上透過「乙 \div 甲= $8\div 5=\frac{8}{5}$ 」的方式引入8是5的 $\frac{8}{5}$ 倍，不是透過「 $\frac{8}{5}$ 個5合起來是8，5的 $\frac{8}{5}$ 倍是8，可以記成 $5\times\frac{8}{5}=8$ 」的方式引入8是5的 $\frac{8}{5}$ 倍。

建議教師應透過 $8\div 5=\frac{8}{5}$ ，來解讀8是5的 $\frac{8}{5}$ 倍，不宜透過 $5\times\frac{8}{5}=8$ ，來解讀8是5的 $\frac{8}{5}$ 倍。

- 以「甲:乙的比值是 $\frac{5}{4}$ ，甲=20，求乙=?」為例，有兩種解題的方法：
方法一：利用比值的定義來解題

$$\text{甲:乙的比值是 } \frac{5}{4} \Rightarrow 20\div \text{乙} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 20\div \frac{5}{4} = 20\times \frac{4}{5} = 16$$

$$\Rightarrow \text{乙} = 16$$

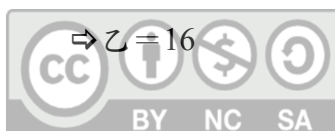
方法二：利用比的定義來解題

$$\text{甲:乙的比值是 } \frac{5}{4} \Rightarrow \text{甲:乙} = \frac{5}{4}:1 = 5:4$$

$$\Rightarrow \text{甲是 } 5 \text{ 份，乙是 } 4 \text{ 份}$$

$$\Rightarrow 20\div 5\times 4 = 16$$

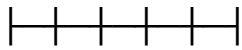
$$\Rightarrow \text{乙} = 16$$



利用比值的定義來解題時，常涉及分數乘除互逆的概念及分數乘除運算，教師應連絡「比」、「比值」和「幾倍」的意義，幫助學生將給定比值或幾倍的問題改記成比的問題，再利用最簡單整數比的想法來解題，利用最簡單整數比解題時，涉及的是整數乘除運算。

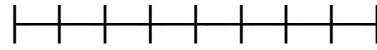
- 將 5 看成基準量 1 時，比較量 8 是 $\frac{8}{5}$ ；將 8 看成基準量 1 時，比較量 5 是 $\frac{5}{8}$ 。當 5 和 8 互為基準量時，比較量 8 和 5 分別是 $\frac{8}{5}$ 和 $\frac{5}{8}$ ， $\frac{8}{5}$ 和 $\frac{5}{8}$ 互為倒數關係。也就是說，當甲數 5 是乙數 8 的 $\frac{5}{8}$ 倍時，乙數 8 就是甲數 5 的 $\frac{8}{5}$ 倍， $\frac{5}{8}$ 和 $\frac{8}{5}$ 互為倒數的關係。

將 5 看成基準量 1



比較量 8 是 $\frac{8}{5}$

將 8 看成基準量 1



比較量 5 是 $\frac{5}{8}$

- 以倍數關係及比較量已知，求基準量的問題「甲 = 120，甲是乙的 $\frac{3}{4}$ 倍，求乙 = ?」為例，提出四種解題的方法。

方法一：類比甲是乙的 2 倍，可以記成甲 = 乙 × 2 的舊經驗來解題。

甲是乙的 $\frac{3}{4}$ 倍，可以記成甲 = 乙 × $\frac{3}{4}$ 。

已知甲 = 120，可以記成 $120 = 乙 \times \frac{3}{4}$ ，再利用乘除互逆的想法，

$$120 \div \frac{3}{4} = 120 \times \frac{4}{3} = 160，得到乙 = 160。$$

方法二：利用倒數的想法來解題

甲是乙的 $\frac{3}{4}$ 倍，乙是甲的 $\frac{4}{3}$ 倍，可以記成乙 = 甲 × $\frac{4}{3}$

$$已知甲 = 120，乙 = 甲 \times \frac{4}{3} = 120 \times \frac{4}{3} = 160，得到乙 = 160。$$

方法三：利用基準量和比較量的定義來解題。



甲是乙的 $\frac{3}{4}$ 倍，可以記成 $\text{甲} \div \text{乙} = \frac{3}{4}$ 。

已知 $\text{甲} = 120$ ， $120 \div \text{乙} = \frac{3}{4}$ ，再利用乘除互逆的想法，

$$120 \times \frac{4}{3} = 160，\text{得到乙} = 160。$$

方法四：利用最簡單整數比來解題。

甲是乙的 $\frac{3}{4}$ 倍，可以記成「 $\text{甲} : \text{乙} = \frac{3}{4} : 1 = 3 : 4$ 」。

再利用最簡單整數比的想法，把甲看成3份，乙看成4份。

已知 $\text{甲} = 120$ ， $120 \div 3 = 40$ ， $40 \times 4 = 160$ ，得到 $\text{乙} = 160$ 。

- 以倍數關係及母子和已知，求比較量的問題「 $\text{甲} + \text{乙} = 120$ ，甲是乙的 $\frac{2}{3}$ 倍，求 $\text{甲} = ?$ ， $\text{乙} = ?$ 」為例，提出二種解題的方法。

方法一：透過最簡單整數比解題

甲是乙的 $\frac{2}{3}$ 倍，可以記成 $\text{甲} : \text{乙} = \frac{2}{3} : 1 = 2 : 3$

再利用最簡單整數比的想法，把甲看成2份，乙看成3份。

$\text{甲} + \text{乙} = 120$ ，2份+3份=5份， $120 \div 5 = 24$ ，可以得到1份=24，

$24 \times 2 = 48$ ， $24 \times 3 = 72$ ，得到 $\text{甲} = 48$ 、 $\text{乙} = 72$ 。

方法二：將基準量乙看成1來解題

甲是乙的 $\frac{2}{3}$ 倍，可以把基準量乙看成1，比較量甲看成 $\frac{2}{3}$

$$\text{甲} + \text{乙} \text{看成} 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$\text{甲} + \text{乙} = 120$ ， $120 \div \frac{5}{3} = 120 \times \frac{3}{5} = 72$ ，得到基準量 $\text{乙} = 72$ 。

$72 \times \frac{2}{3} = 48$ ，得到比較量 $\text{甲} = 48$ 。



N-6-9	<p>解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題（同 R-6-4）。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式）；（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合；（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結R-6-2、R-6-3。</p> <p>備註：乘法原理如3件上衣與5件裙子的搭配方式；加法原理如允許重複，1、2、3可排出幾種二位奇數；乘法原理與加法原理混合如1、2、3可排出幾種三位奇數。乘法原理和加法原理旨在初步學習計數的觀點，而非複雜的計數問題。本條目不要求併式。</p>	<p>n-III-10</p> <p>r-III-3</p>
-------	---	--------------------------------

基本學習內容

NC-6-9-1 利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。

基本學習表現

NCP-6-9-1-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。

- ◎ **基本學習內容 NC-6-9-1 為多步驟問題之總結，希望學生能整合國小階段學到的數與量、代數及幾何知識，找出問題中的數量關係，列出恰當的算式來解題。**
- 本基本學習內容評量重點在解題，希望能整合國小階段所學到之數、量、運算、數量關係，解未知數等式之經驗，進行文字題之解題，包含說明題意，列式表述問題，發展策略解題。
內容包含傳統之應用問題：年齡問題、平均問題、追趕問題、雞兔問題、比例問題等。
- 常用的數量關係包括：和不變、差不變、積不變、比例關係等。
- 傳統之應用問題有些困難，課堂中可以討論，但是不宜過度評量。
- 國小數學課本中如何解題單元的問題，都屬於本基本學習內容的範圍，教師在課堂中可以討論這些問題，但不必強求學生理解，也不宜過度評量。



S-6-1	<p>放大與縮小：比例思考的應用。「幾倍放大圖」、「幾倍縮小圖」。知道縮放時，對應角相等，對應邊成比例。</p> <p>備註：知道常見平面圖形的縮放仍然是同一類圖形（含圓），並能說明其原因。</p>	s-III-7
-------	---	---------

基本學習內容

SC-6-1-1 認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響。

基本學習表現

SCP-6-1-1-1 能認識給定圖形的放大圖與縮小圖。

SCP-6-1-1-2 能認識平面圖形放大、縮小對長度的影響。

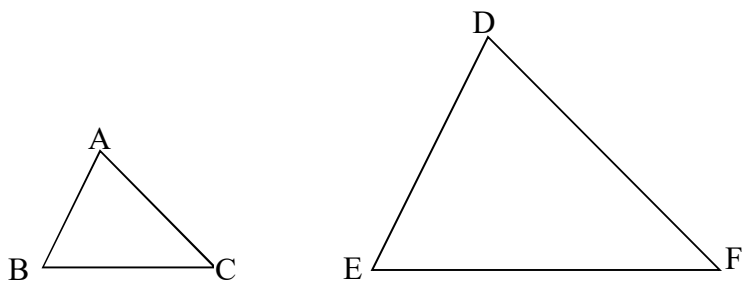
SCP-6-1-1-3 能認識平面圖形放大、縮小對角度的影響。

SCP-6-1-1-4 能認識平面圖形放大、縮小對面積的影響。

- ◎ 基本學習內容 SC-6-1-1 為 SC-4-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識平面圖形全等的意義。

本基本學習內容幫助學生認識平面圖形的放大與縮小圖，以及放大、縮小對長度、角度與面積的影響

- 教師應透過操作與測量協助學生學習圖形的放大圖、縮小圖，幫助學生看到兩個相似圖形間構成要素的對應關係，例如：三角形 DEF 是三角形 ABC 的 2 倍放大圖，邊 AB 的對應邊為邊 DE，邊 DE 的長度=邊 AB 的長度 \times 2，邊 BC 的對應邊為邊 EF，邊 EF 的長度=邊 BC 的長度 \times 2，邊 AC 的對應邊為邊 DF，邊 DF 的長度=邊 AC 的長度 \times 2；A 點的對應點為 D 點，B 點的對應點為 E 點，C 點的對應點為 F 點； $\angle A$ 的對應角為 $\angle D$ ， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B$ 的對應角為 $\angle E$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\angle C$ 的對應角為 $\angle F$ ， $\angle C = \angle F$ 。



- 教師應幫助學生連絡「比」、「比值」和「幾倍放大(縮小)圖」的關係。
教師應幫助學生認識下面三種表示法都可以說明「三角形 DEF 是三角形 ABC 的 2 倍放大圖」的關係，為引入比例尺的教學鋪路。

第一種：比的表示法

$$\overline{DE} : \overline{AB} = 2 : 1, \overline{EF} : \overline{BC} = 2 : 1, \overline{DF} : \overline{AC} = 2 : 1$$

第二種：比值的表示法

$$\overline{DE} \div \overline{AB} = 2, \overline{EF} \div \overline{BC} = 2, \overline{DF} \div \overline{AC} = 2$$

第三種：倍的表示法

\overline{DE} 長是 \overline{AB} 的 2 倍， \overline{EF} 長是 \overline{BC} 的 2 倍， \overline{DF} 長是 \overline{AC} 的 2 倍

- 以「將正方形甲對摺兩次，得到正方形乙，請問正方形乙是正方形甲的幾倍縮小圖？」為例，有兩種溝通幾倍縮小圖的方法。

第一種：利用邊長的關係來溝通

正方形甲和正方形乙相似，對應邊成比例，正方形乙的邊長是正方形甲對應邊長的 $\frac{1}{2}$ 倍，稱正方形乙是正方形甲的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。

第二種：利用面積的關係來溝通

正方形乙的面積是正方形甲面積的 $\frac{1}{4}$ 倍，稱正方形乙是正方形甲的 $\frac{1}{4}$ 倍縮小圖。

因為長度比面積容易測量，因此數學上約定乙是甲的 $\frac{1}{n}$ 倍縮小圖，指的是乙的邊長是甲的 $\frac{1}{n}$ 倍，不是指乙的面積是甲的 $\frac{1}{n}$ 倍。

- 放大和縮小都是兩個圖形的關係，教師在課堂活動或評量時，應同時描述放大或縮小前、後的兩個圖形。

例如「 $\triangle ABC$ ， $\angle A = 35^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，將該三角形放大 2 倍後， $\angle C = ?$ 」

就是錯誤的描述方式，因為問題中沒有說明 $\triangle ABC$ 放大為 2 倍後的圖形為何，正確的描述是「 $\triangle ABC$ ， $\angle A = 35^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，將 $\triangle ABC$ 放大為 2 倍後的圖形是 $\triangle DEF$ ，求 $\angle F = ?$ 」。

- 本基本學習內容限制在三角形及四邊形情境討論放大縮小對邊長及角度的影響；限制在正方形及長方形情境討論放大縮小對面積的影響。



- 「放大 2 倍」和「放大為 2 倍」的意義不同，「放大 2 倍」和「放大為 3 倍」的意義相同。

以邊長是 5 公分的正方形甲為例，正方形甲放大為 2 倍後的圖形是正方形乙，正方形乙的邊長是 10 公分；正方形甲放大 2 倍後的圖形是正方形丙，正方形丙的邊長比正方形甲多 10 公分，所以正方形丙的邊長是 15 公分。教師在課堂活動時應使用「放大為 2 倍」的敘述，不可以評量「邊長放大 2 倍，面積或邊長放大為幾倍」的問題。

- 以「長方形甲長邊長 5 公分、寬邊長 3 公分，長方形乙是長方形甲的 4 倍放大圖，請問長方形乙的面積是長方形甲的多少倍？」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：長方形乙是長方形甲的 4 倍放大圖，長方形乙的長邊是 5×4 公分，寬邊是 3×4 公分。

步驟二：長方形甲的面積 $= 5 \times 3$

$$\text{長方形乙的面積} = (5 \times 4) \times (3 \times 4) = 5 \times 4 \times 3 \times 4$$

$$(5 \times 4 \times 3 \times 4) \div (5 \times 3) = \frac{\cancel{5} \times 4 \times \cancel{3} \times 4}{\cancel{5} \times \cancel{3}} = 4 \times 4$$

長方形乙的面積是長方形甲的 4×4 倍

步驟三：要求學生觀察長方形乙的面積 $= (5 \times 4) \times (3 \times 4)$ 和長方形甲的面積 $= 5 \times 3$ ，以及答案 4×4 倍。

幫助學生理解答 4×4 倍前面的 4 是長邊放大為 4 倍的 4，後面的 4 是寬邊放大為 4 倍的 4。

步驟四：回到原問題，要求學生直接算出長方形乙的面積是長方形甲的 4×4 倍。



S-6-2	<p>解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。地圖上兩邊長的比和實際兩邊長的比相等。</p> <p>備註：含處理兩張地圖之間的長度關係。處理以為「比例分母愈大，相對邊長也愈大」的常見錯誤。</p>	<p>n-III-9</p> <p>s-III-7</p>
-------	--	-------------------------------

基本學習內容

SC-6-2-1 認識比例尺。

基本學習表現

SCP-6-2-1-1 能認識比例尺。

SCP-6-2-1-2 能利用比例尺概念解決生活中的問題。

- ◎ 基本學習內容 SC-6-2-1 為 NC-6-6-1 及 SC-6-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識比和比值；也應該已經認識平面圖形的放大與縮小圖，以及放大、縮小對長度、角度與面積的影響。

本基本學習內容幫助學生認識比例尺。

- 教師應幫助學生連絡「比」、「比值」和「幾倍放大(縮小)圖」的關係。教師應幫助學生認識下面三種表示法都可以說明「三角形 DEF 是三角形 ABC 的 2 倍放大圖」的關係，為引入比例尺的教學鋪路。

第一種：比的表示法

$$\overline{DE} : \overline{AB} = 2 : 1, \overline{EF} : \overline{BC} = 2 : 1, \overline{DF} : \overline{AC} = 2 : 1$$

第二種：比值的表示法

$$\overline{DE} \div \overline{AB} = 2, \overline{EF} \div \overline{BC} = 2, \overline{DF} \div \overline{AC} = 2$$

第三種：倍的表示法

$$\overline{DE} \text{長是} \overline{AB} \text{的} 2 \text{倍}, \overline{EF} \text{長是} \overline{BC} \text{的} 2 \text{倍}, \overline{DF} \text{長是} \overline{AC} \text{的} 2 \text{倍}$$

- 建議教師透過縮小圖的情境引入比例尺，例如畫出籃球場 $\frac{1}{10}$ 倍的縮小圖，再透過 $\frac{1}{10}$ 倍的縮小圖引入比例尺的意義及記法，不宜直接透過地圖引入比例尺。



- 數學上習慣將實際的長度當作基準量，地圖上的長度當作比較量，下面以「實際長度 1 公里，地圖上長 1 公分」為例，說明比例尺的表示法。

有兩種表示比例尺的方法，一種是利用同單位的比或比值來表示，另一種是利用不同單位的比或比值來表示。

(一)同單位的表示法

同單位的表示法又可以區分為比的表示法和比值的表示法，因為單位相同，因此同單位的表示法都不記錄單位。

(1)比的表示法：1 公里 = 1000 公尺 = 100000 公分

可以用「1 : 100000」或「 $\frac{1}{100000} : 1$ 」來表示。

「 $\frac{1}{100000} : 1$ 」的記法較容易連絡比和比值的關係。

使用 1 : 100000 溝通比例尺時，表示地圖上長 1 公分，實際的長是 100000 公分；地圖上長 1 公尺，實際的長是 100000 公尺；地圖上長 1 毫米，實際的長是 100000 毫米。

(2)比值的表示法：「1 : 100000」和「 $\frac{1}{100000} : 1$ 」的比值都 $\frac{1}{100000}$ 。

(二)不同單位的表示法

不同單位的表示法也可以區分為比的表示法和比值的表示法，因為單位不同，因此不同單位的表示法都必須記錄單位。

(1)比的表示法：「1 公分 : 1 公里」。

(2)比值的表示法：1 公分 : 1 公里 = 1 公分/公里，日常生活中不常出現這種記法，都用下面的圖示法來呈現。



S-6-3	<p>圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等： (1) 圓心角：360；(2) 扇形弧長：圓周長；(3) 扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用(1)求弧長或面積。</p> <p>備註：由於圓周率取成3.14，在計算時應以概念理解為原則，避免陷入複雜計算。可利用活動說明一般不規則區域的面積要如何理解和估計，但不評量。扇形面積與弧長只處理直接問題(如已知幾分之幾圓或圓心角求面積或弧長)，不處理逆推或過多推理步驟的問題(屬於國中範圍，S-9-5)。</p>	s-III-2
-------	---	---------

基本學習內容

- SC-6-3-1 理解圓周率的意義。
- SC-6-3-2 理解圓周長的公式，並計算簡單扇形的周長。
- SC-6-3-3 理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。

基本學習表現

- SCP-6-3-1-1 能理解圓周率的意義。
- SCP-6-3-2-1 能理解圓周長的公式。
- SCP-6-3-2-2 能計算扇形的周長。
- SCP-6-3-2-3 能運用圓周長公式解決問題。
- SCP-6-3-3-1 能理解圓面積的公式。
- SCP-6-3-3-2 能計算扇形的面積。
- SCP-6-3-3-3 能運用圓面積公式解決問題。

- ◎ **基本學習內容 SC-6-3-1、SC-6-3-2、SC-6-3-3 為 SC-3-3-1 及 SC-5-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」；也應該已經認識扇形及圓心角。**

本基本學習內容幫助學生理解圓周率的意義、圓面積與圓周長公式，並計算扇形的面積與周長。

- 圓周率的率指的是比率，比率相等指的是所有的圓都相似，也就是說，所有的圓，其圓周長和直徑的比、圓周長和半徑的比以及直徑和半徑的比都相等。圓的周長是曲線，不易測量其長度，而圓的直徑是直線，比較容易測量，因此

只要知道「圓周長：直徑長」的比值，測量出直徑後就能算出圓的周長，數學上稱「圓周長：直徑長」的比值為圓周率。

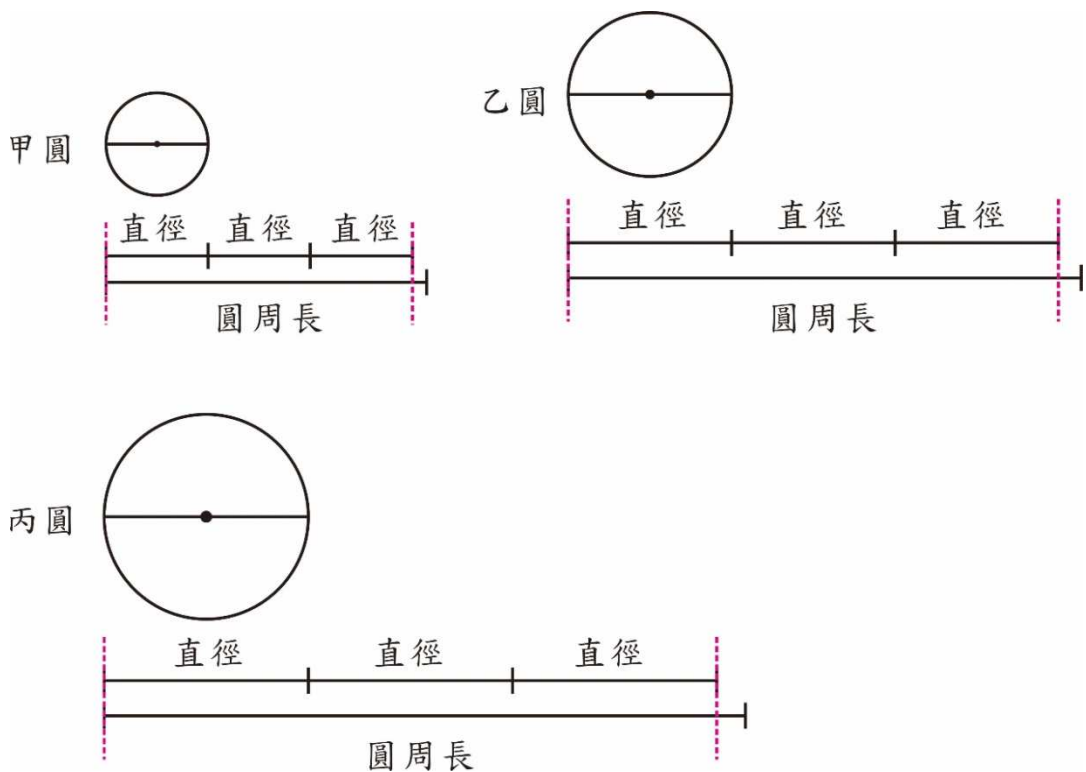
■ 下面說明如何幫助學生掌握圓周率的意義：

教師先給定 3 個大小不同的圓，再提供兩種方法，幫助學生認識圓周長比直徑的 3 倍還要長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。

方法一：觀察給定三個圓的圓周長和 3 倍直徑長的長短關係

教師分別畫出這 3 個圓的圓周長以及直徑長的 3 倍，要求學生觀察這些圓的圓周長和 3 倍直徑長，幫助學生認識圓周長比直徑的 3 倍還長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。

如下所示：



方法二：比較三個圓「圓周長÷直徑長」商的大小關係

教師給定三個圓的圓周和直徑的長度，以及「圓周長÷直徑長」的商(商數以四捨五入法取概數到百分位)，幫助學生認識「圓周長÷直徑長」的商都比 3 大一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。

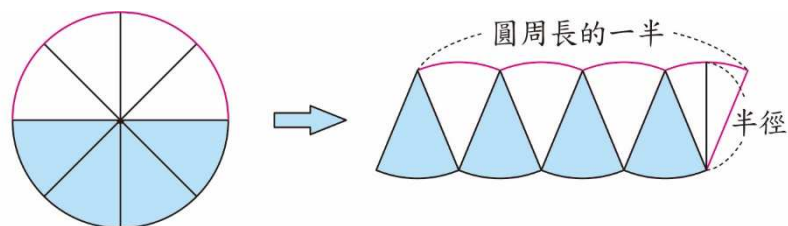
如下所示：

	圓周長 (公分)	直徑長 (公分)	圓周長÷直徑長 (四捨五入到百分位)
甲圓	56.5	18	3.14
乙圓	38.0	12	3.17
丙圓	72.5	23	3.15

教師應同時提供兩種方法，幫助學生認識「圓周長÷直徑長」的商都比3大一點。

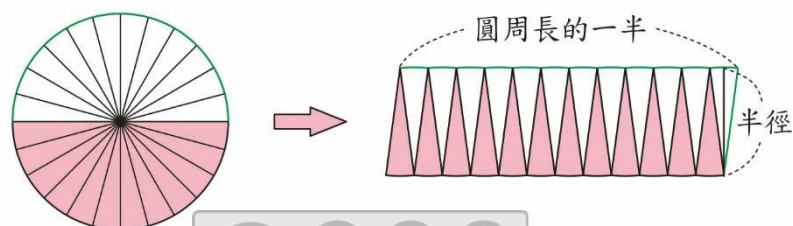
第一種方法是比的想法，學生可以同時看到圓周長和直徑3倍長的關係；第二種方法是比值的想法，學生可能只將注意力放在「圓周長÷直徑長」的商，而無法察覺圓周長和直徑3倍長的關係。

- 教師提供學生實測圓周長和直徑長的解題經驗時，為了讓「圓周長：直徑長」的比值不要差異太大，建議選擇直徑超過20公分的圓，因為直徑太小的圓，算出來圓周率的值誤差比較大。
- 選擇3.14為圓周率的近似值，學生在計算圓面積或周長時常發生錯誤，本基本學習內容建議教師可以選擇3為圓周率的近似值。
- 「圓周長÷直徑長=圓周率($\frac{\text{圓周長}}{\text{直徑}}=\text{圓周率}$)」和「圓周長=直徑長×3.14」是相同的關係，只記憶其中一個公式，就能導出另一個公式。前者較容易幫助學生認識圓周率的意義，而後者只幫助學生記憶圓周率是3.14。建議教師教學時，宜強調「圓周長÷直徑長=圓周率(3.14)」，幫助學生掌握圓周率的意義，不宜只強調「圓周長=直徑長×3.14」。
- 圓周率是無理數，而利用直尺測量出的圓周長及直徑都是有理數，「有理數÷有理數」還是有理數，為了不妨礙以後無理數概念的發展，建議教師提供一些簡單說明圓周率的文章(數學史)，讓有興趣的學生自行閱讀。
- 先將圓切成兩個半圓，再將兩個半圓都切成很多個全等的扇形，將這兩個切成扇形的半圓上下交錯疊合起來，會變成一個接近平行四邊形(或長方形)的圖形，平行四邊形的底(長方形的長)是圓周長的一半，平行四邊形的高(長方形的寬)是圓的半徑，可以透過平行四邊形(長方形)面積求出圓面積。



把一個圓等分割成八等分

重新組合被等分割的圓



把一個圓等分割成二十四等分

重新組合被等分割的圓



$$\begin{aligned}
 \text{圓面積} &= \text{平行四邊形面積} \\
 &= \text{底} \times \text{高} \\
 &= \text{圓周長的一半} \times \text{半徑} \\
 &= (\text{直徑} \times 3.14) \div 2 \times \text{半徑} \\
 &= (\text{直徑} \div 2 \times 3.14) \times \text{半徑} \\
 &= \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14
 \end{aligned}$$

- 以「半徑 10 公分、圓心角 36 度的扇形面積是多少平方公分？」為例，提供兩種解題的方法。

(1) 以幾分之幾圓的想法來解題。

$$36 \div 360 = \frac{1}{10}, (10 \times 10 \times 3.14) \times \frac{1}{10} = 31.4, \text{ 答：} 31.4 \text{ 平方公分。}$$

(2) 以 1 度圓心角對應的扇形面積為單位來解題。

$$(10 \times 10 \times 3.14) \times \frac{36}{360} = 31.4, \text{ 答：} 31.4 \text{ 平方公分。}$$

學生較容易掌握第(1)種方法解題的意義。

- 本基本學習內容不處理「圓心角：360」、「扇形弧長：圓周長」以及「扇形面積：圓面積」這三個比相等的問題。



S-6-4	<p>柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用簡單柱體，理解「柱體體積＝底面積×高」的公式。簡單複合形體體積。</p> <p>備註：柱體體積不用說明所有情況，即可告知體積公式為底面積×高。柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形體組合為限。柱體表面積只處理底面為圓、長方形、直角三角形、平行四邊形的情況，且應注意底面邊長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。</p>	s-III-4
-------	--	---------

基本學習內容

- SC-6-4-1 理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。
 SC-6-4-2 理解簡單直柱體表面積的計算方法。

基本學習表現

- SCP-6-4-1-1 能理解四角柱及三角柱的體積皆為底面積與高的乘積。
 SCP-6-4-1-2 能理解圓柱的體積為底面積與高的乘積。
 SCP-6-4-1-3 能計算簡單複合形體的體積。
 SCP-6-4-2-1 能理解四角柱及三角柱表面積的計算方法。
 SCP-6-4-2-2 能理解圓柱表面積的計算方法。

- ◎ **基本學習內容 SC-6-4-1 為 SC-5-5-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方體和正方體體積的計算公式。**

本基本學習內容將體積計算公式的範圍擴充至簡單直柱體。

- 側面和上底及下底垂直的柱體稱為直柱體，側面和上底及下底不垂直的柱體稱為斜柱體。
 本基本學習內容使用「直柱體」的名詞，目的是與教師溝通教材討論的對象都是直柱體，並不討論斜柱體。但是，教師教學時應稱「直柱體」為「柱體」。
- 長方體是底面為長方形的四角柱，教師可以先將長方體解讀為四角柱，再幫助學生利用長方體體積公式引入底面是長方形的角柱公式。
 將長方體底面的面積看成四角柱底面的面積，長方體的高看成四角柱的高，
 長方體體積＝(長×寬)×高＝長方形面積(底面積)×高。



- 可以透過下列步驟引入底面是平行四邊形四角柱的體積公式，底面是平行四邊形四角柱的體積＝平行四邊形面積(底面積)×高。

步驟一：底面是平行四邊形的四角柱甲，透過切割、平移、重組，可以拼成

底面是長方形的四角柱乙，所以四角柱甲和四角柱乙的體積相等。

步驟二：四角柱甲和四角柱乙的底面積相等，將四角柱乙的高看成四角柱甲的高。

步驟三：底面是平行四邊形四角柱甲的體積

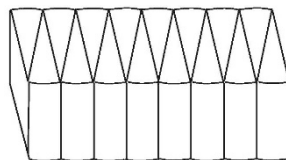
＝底面是長方形四角柱乙的體積

＝長方形面積(底面積)×高(四角柱乙)

＝平行四邊形面積(底面積)×高(四角柱甲)

- 當學生認識長方體的體積是長方形面積(底面積)×高，底面是平行四邊形四角柱的體積是平行四邊形面積(底面積)×高，底面是梯形四角柱的體積是梯形面積(底面積)×高，底面是三角形三角柱的體積是三角形面積(底面積)×高，此時，教師可以說明柱體的體積公式是「底面積×高」。

- 教師可以類比引入圓面積公式的方法，先將直圓柱切成兩個半圓柱，再將兩個半圓柱都切成很多個全等的扇形柱，將這兩個切成扇形柱的半圓柱上下交錯疊合起來，會變成一個接近直四角柱的立體(如下圖)，直四角柱的體積是「底面積×高」，所以直圓柱的體積也是「底面積×高」。



- 學生面對沒有見過的多步驟問題，只能用多個算式來記錄解題活動，學生解題成功後，教師應要求學生將多個算式改記成併式。

以後再遇到相同的問題時，應要求學生先用併式列出多步驟問題的算式，再檢查是否能利用乘法對加、減法的分配律等數學性質來簡化計算，最後再利用逐次減項的記法記錄解題活動。

下面以「如下圖，複合形體的體積是多少立方公分？」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：算出上面圓柱的體積： $3 \times 3 \times 3.14 \times 10 = 282.6$

算出下面圓柱的體積： $6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1130.4$

算出兩圓柱的體積和： $282.6 + 1130.4 = 1413$ ，答：1413 立方公分

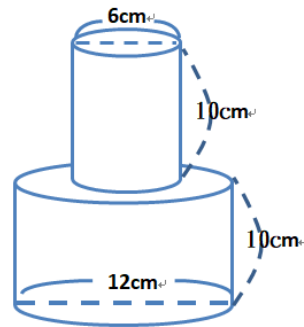


步驟二：將步驟一的算式改記成併式

$$3 \times 3 \times 3.14 \times 10 + 6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1413, \text{ 答：} 1413 \text{ 立方公分}$$

步驟三：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程，並利用乘法對加法的分配律來簡化計算。

$$\begin{aligned} 3 \times 3 \times 3.14 \times 10 + 6 \times 6 \times 3.14 \times 10 &= () \\ 3 \times 3 \times 3.14 \times 10 + 6 \times 6 \times 3.14 \times 10 \\ &= (3 \times 3 + 6 \times 6) \times 3.14 \times 10 \\ &= (9 + 36) \times 3.14 \times 10 \\ &= 45 \times 3.14 \times 10 \\ &= 1413, \text{ 答：} 1413 \text{ 立方公分} \end{aligned}$$



下面再以「如上圖，複合形體中，下面圓柱的體積是上面圓柱體積的多少倍？」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：算出上面圓柱的體積： $3 \times 3 \times 3.14 \times 10 = 282.6$

算出下面圓柱的體積： $6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1130.4$

算出下面圓柱的體積是上面圓柱的多少倍：

$$1130.4 \div 282.6 = 4, \text{ 答：} 4 \text{ 倍}$$

步驟二：將步驟一的算式改記成併式：

$$(6 \times 6 \times 3.14 \times 10) \div (3 \times 3 \times 3.14 \times 10) = 4, \text{ 答：} 4 \text{ 倍}$$

步驟三：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程，並利用約分來簡化計算。

$$(6 \times 6 \times 3.14 \times 10) \div (3 \times 3 \times 3.14 \times 10) = \frac{6 \times 6 \times 3.14 \times 10}{3 \times 3 \times 3.14 \times 10} = 2 \times 2 = 4 \quad \text{答：} 4 \text{ 倍}$$

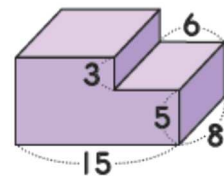
- 求複合形體體積的問題對學習扶助的學生而言相當困難，困難的部份不是不會計算切割後正方體或長方體的體積，而是無法找到切割後部份邊的長度。

以右圖為例，學生將複合形體切割成上、下兩個長方體後，

可以看到下面長方體的長是 15 公分、寬是 8 公分、高是 5 公分，也可以看到上面長方體的寬是 8 公分、高是 3 公分，但是看不到上面長方體的長是多少公分。

教師不宜直接提供線索幫助學生解題，因為面對新問題時，沒有教師的提示，學生還是無法解題。

建議教師透過下列步驟幫助學生找出上面長方體的長是多少公分。



步驟一：提供長方體的透視圖及一組長、寬和高，要求學生在透視圖上標示出其它三組的長、寬和高。

如果學生無法標示，教師可以提供只有 12 條燈籠骨架的長方體，幫助學生在透視圖上標示出其它三組的長、寬和高。

步驟二：提供長方體的視圖及一組長、寬和高，要求學生將能看到的長、寬和高都標示出來。

如果學生無法標示，教師可以提供標示一組長、寬和高的長方體，要求學生先在長方體上標示出其它三組的長、寬和高，接著再看著長方體，將視圖中能看到的長、寬和高都標示出來。

步驟三：要求學生將圖中所有能看到的邊都標示出來，學生標示出所有的長、寬和高後，就能算出上面長方體的長是多少公分。

步驟四：學生有一些解題的經驗後，就能省略不必要的長、寬和高，較快速的找到關鍵邊長。

- 本基本學習內容建議教師在課堂中可以討論複合形體的體積，但不宜過度評量。

◎ 基本學習內容 SC-6-4-2 為 SC-5-5-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方體和正方體表面積的計算方法。

本基本學習內容將表面積計算方法的範圍擴充至簡單直柱體。

- 本基本學習內容引入直角柱和直圓柱的體積公式，並沒有引入直角柱和直圓柱的表面積公式，只要求學生能算出表面積即可。
- 求複合形體表面積的問題，是國中三視圖的先備知識，本基本學習內容建議教師在課堂中可以討論複合形體的表面積，但不宜評量。

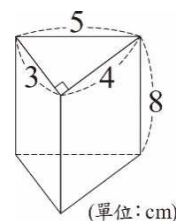
- 下面以「如圖，請問這個三角柱的表面積是多少平方公分？」為例，說明如何幫助學生解題。

教師不宜透過展開圖幫助學生解題，因為理解展開圖的意義，比計算出三角柱的表面積更困難。

建議教師依下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：複習長方形及直角三角形的面積公式

步驟二：拿出一個三角柱，標示出該三角柱的上底甲及下底乙，以及三個側面丙、丁、戊，並溝通三角柱有 5 個面，上底甲和下底乙兩個面全等，側面丙、丁、戊都是長方形。



步驟三：三角柱這 5 個面面積的總合為三角柱的表面積。

三角柱的表面積是「甲、乙、丙、丁、戊」這五個面的面積和，

三角形甲面積＝三角形乙面積＝ $(3 \times 4) \div 2 = 6$ (平方公分)

長方形丙面積＝ $3 \times 8 = 24$ (平方公分)

長方形丁面積＝ $4 \times 8 = 32$ (平方公分)

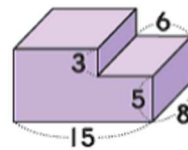
長方形戊面積＝ $5 \times 8 = 40$ (平方公分)

步驟四：三角柱的表面積＝ $6 \times 2 + 24 + 32 + 40 = 108$ (平方公分)

- 求複合形體表面積的問題，比求複合形體體積的問題更困難，困難的部份除了無法找到切割後部份邊的長度外，還包含大量的計算。

求複合形體表面積的問題，是國中三視圖的先備知識，

下面以求右圖表面積為例，概略說明如何幫助學生解題。



步驟一：將複合形體分成「前、後」、「左、右」、「上、下」三個部份。

步驟二：「前、後」兩個面的面積一樣大，只要算其中一個面，再乘以 2，

就能算出前、後兩個面的面積和。

步驟三：①先算出左面的面積，再算出右面的面積。

②幫助學生察覺左面的面積和右面的面積一樣大。

③幫助學生理解，左面的面積比較好算，只要算出左面的面積，

再乘以 2，就能算出左、右兩個面的面積和。

步驟四：①先算出下面的面積，再算出上面的面積。

②幫助學生察覺下面的面積和上面的面積一樣大。

③幫助學生理解，下面的面積比較好算，只要算出下面的面積，

再乘以 2，就能算出上、下兩個面的面積和。

步驟五：複合形體的表面積就是「前、後」、「左、右」、「上、下」六個部份的面積和。

<p>R-6-1</p>	<p>數的計算規律：小學最後應認識(1)整數、小數、分數都是數，享有一樣的計算規律。(2)整數乘除計算及規律，因分數運算更容易理解。(3)逐漸體會乘法和除法的計算實為一體。併入其他教學活動。</p> <p>備註：須理解小數和分數乘除混合計算時，常用的約分規則。在生活解題上，乘法和除法意義不同，但在計算上兩者實為一體，學生因此可提高數學認識之抽象層次。乘法和除法視為一體的好處是計算規律大為簡化。本條目不須另立獨立單元教學。</p>	<p>r-III-3</p>
--------------	--	----------------

<p>基本學習內容</p> <p>RC-6-1-1 認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加法的分配律在分數及小數情境也成立。</p> <p>RC-6-1-2 理解可以透過顛倒相乘將除法改用乘法來計算。</p>
--

<p>基本學習表現</p> <p>RCP-6-1-1-1 認識加法交換律、加法結合律在分數及小數情境也成立。</p> <p>RCP-6-1-1-2 認識乘法交換律、乘法結合律在分數及小數情境也成立。</p> <p>RCP-6-1-1-3 認識乘法對加法的分配律在分數及小數情境也成立。</p> <p>RCP-6-1-2-1 認識有除法計算時，可以透過顛倒相乘改用乘法來計算。</p>
--

- ◎ **基本學習內容 RC-6-1-1 為 RC-1-1-1、RC-2-3-1 及 RC-5-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經在整數情境，理解加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加法的分配律。**
本基本學習內容幫助學生認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加法的分配律在分數及小數情境也成立。

- 國小一年級 RC-1-2-1 引入加法交換律(兩數相加的順序不影響其和)。
 國小二年級 RC-2-2-1 引入加法結合律(三數相加，順序改變不影響其和)。
 國小二年級 RC-2-3-1 引入乘法交換律(兩數相乘的順序不影響其積)。
 國小四年級 RC-4-2-1 引入乘法結合律(三數相乘，順序改變不影響其積)。
 國小五年級 RC-5-2-1 引入乘法對加法的分配律。

但是，只在整數情境討論上面這五個運算性質，本基本學習內容幫助學



生理解這些性質在分數及小數情境中也會成立。

- 以加法結合律為例，可以透過計算出答案的方式，幫助學生認識 $(a+b)+c=a+(b+c)$ ，例如算出 $(\frac{1}{5}+\frac{4}{7})+\frac{2}{3}=\frac{27}{35}+\frac{2}{3}=\frac{151}{105}$ ，算出 $\frac{1}{5}+(\frac{4}{7}+\frac{2}{3})=\frac{1}{5}+\frac{26}{21}=\frac{151}{105}$ ，就能得到 $(\frac{1}{5}+\frac{4}{7})+\frac{2}{3}=\frac{1}{5}+(\frac{4}{7}+\frac{2}{3})$ 。

但是在未知數情境中無法算出 $a+b$ 和 $b+c$ 的值，無法幫助學生透過算出答案認識 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。因此學生在國小階段必須預期 a 、 b 和 c 是整數、分數或小數時， $(a+b)+c=a+(b+c)$ 一定會成立，才能為國中階段理解 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 的意義來鋪路。

- 學生較能掌握加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律的意義，較無法掌握乘法對加法分配律的意義。而乘法對加法的分配律是國中乘法公式和因式分解的先備知識。教師應多舉一些生活情境的例子，幫助學生認識 a 、 b 和 c 是整數、分數或小數時， $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$ 及 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ 一定會成立，才能為國中階段理解 $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$ 及 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ 的意義來鋪路。

- ◎ 基本學習內容 RC-6-1-2 為 NC-6-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識「分數除以分數」的結果和「分數乘以分數倒數」的結果相同。

本基本學習內容幫助學生理解可以透過顛倒相乘將除法改用乘法來計算。

- 利用被除數和除數同時換單位的方法解分數除法問題的計算比較麻煩，利用分數乘以分數倒數(顛倒相乘)解分數除法問題的計算比較簡單，教師應幫助學生理解遇到分數除法問題時，改用分數乘以分數倒數(顛倒相乘)來計算比較有效率，例如 $\frac{4}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{7}\times\frac{3}{2}$ ，可以快速的算出商。

- 本基本學習內容不處理 $a\times b\div c=a\div c\times b$ 及 $a\div b\div c=a\div(b\times c)$ 等乘除混合的運算性質，主要的理由是學生利用顛倒相乘解決分數除法問題後，只要利用乘法交換律及乘法結合律，就能理解 $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=a\times\frac{1}{c}\times b=a\div c\times b$ 。

利用乘法結合律，就能理解 $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=a\times\frac{1}{b\times c}=a\div(b\times c)$ 。



R-6-2	<p>數量關係：代數與函數的前置經驗。從具體情境或數量模式之活動出發，做觀察、推理、說明。</p> <p>備註：可以運用表格或統計圖協助發現規律。可以簡單公式說明其中的數量關係。</p>	r-III-3
-------	---	---------

◎ 本基本學習內容同 N-6-9。

R-6-3	<p>數量關係的表示：代數與函數的前置經驗。將具體情境或模式中的數量關係，學習以文字或符號列出數量關係的關係式。</p> <p>備註：數量關係的表示例如：晝長夜長的關係可列成晝長+夜長=24。連結R-6-2。含部分運用符號的教學，連結國中「符號代表數」或「未知數」教學，其教學重點在「關係的表示」，而非抽象的「代數符號演算」。</p>	r-III-3
-------	---	---------

◎ 本基本學習內容不處理學習內容 R-6-3。

- 能用符號表示常用公式中的符號，是變數的概念，不是未知數的概念。國小學生不易掌握變數的意義。



<p>R-6-4</p>	<p>解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題（同N-6-9）。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式）；（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合；（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結R-6-2、R-6-3。</p> <p>備註：乘法原理如3件上衣與5件裙子的搭配方式；加法原理如允許重複，1、2、3可排出幾種二位奇數；乘法原理與加法原理混合如1、2、3可排出幾種三位奇數。乘法原理和加法原理旨在初步學習計數的觀點，而非複雜的計數問題。本條目不要求併式。</p>	<p>n-III-10 r-III-3</p>
--------------	--	-----------------------------

<p>基本學習內容</p>
<p>RC-6-4-1 利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。</p>

<p>基本學習表現</p>
<p>RCP-6-4-1-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。</p>

◎ 本基本學習內容同 N-6-9



D-6-1	<p>圓形圖：報讀、說明與製作生活中的圓形圖。包含以百分率分配之圓形圖（製作時應提供學生已分成百格的圓形圖。）</p> <p>備註：處理部分/全體性質之資料。分辨不同統計圖之使用時機。</p>	d-III-1
-------	--	---------

基本學習內容
DC-6-1-1 報讀生活中常用的圓形圖，並能整理生活中的資料，製成圓形圖。

基本學習表現
DCP-6-1-1-1 能報讀生活中常用的圓形圖。
DCP-6-1-1-2 能整理生活中的資料，製成圓形圖。

◎ **基本學習內容 DC-6-1-1 為 NC-5-10-1、DC-4-1-1 及 DC-4-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經認識比率及百分率；也應該已經能報讀長條圖及折線圖。本基本學習內容幫助學生報讀生活中常用的圓形圖，及能整理生活中的資料，製成圓形圖。**

■ 圓形圖和長條圖都適用於類別變數的情境，以學生喜歡各項球類運動統計表為例，長條圖是以「人」為單位，學生看到的是部份和部份的關係，例如喜歡羽球的有 26 人，喜歡桌球的有 17 人，喜歡羽球的比喜歡桌球的多 9 人。圓形圖是以全體的人數看成基準量 1，以基準量 1 為單位，學生看到的是部份和全體的關係，例如喜歡羽球的人數占全部人數的 26%，喜歡桌球的人數占全部人數的 17%，喜歡羽球的人數比喜歡桌球的人數多 9%。

球類	籃球	羽球	桌球	排球	總計
人數	43	26	17	14	100
百分率	43%	26%	17%	14%	100%

■ 評量繪製圓形圖時，項數不宜超過 4 項，百分率的計算結果必須都是整數，而且必須提供已畫出 100 等份的圓形圖。轉換成圓心角時，各項圓心角的計算結果必須都是整數。

■ 本基本學習內容要求學生必須有報讀圓形圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能在課堂活動中由教師帶領學生繪製圓形圖。



- 繪製圓形百分圖時，必須先將統計表中的數據改用百分率來表示，再改記成百分率的過程中，常因無法除盡，以四捨五入法取概數後，形成總和不為 100% 的現象，如下表所示。

$$222 \div 690 = 32.17\% \quad 222 \div 690 = 32\%$$

$$165 \div 690 = 23.91\% \quad 165 \div 690 = 24\%$$

$$84 \div 690 = 12.17\% \quad 84 \div 690 = 12\%$$

$$65 \div 690 = 9.42\% \quad 65 \div 690 = 9\%$$

$$154 \div 690 = 22.33\% \quad 154 \div 690 = 22\%$$

$$32.17 + 23.91 + 12.17 + 9.42 + 22.33 = 100$$

$$32 + 24 + 12 + 9 + 22 = 99$$

常見下面二種解決問題的方法：

方法一：將 1% 加在 9%，因為 9.42% 被捨去的比率最多

部份教師認為必須考慮捨去前和捨去後的誤差，9.42 捨去了 0.42，捨去的比率最高，因此將 1% 加在 9%，這是錯誤的想法。

理由一：9.42% 取概數後變成 9%，概數 9% 是區間代表數的概念，表示 $8.5\% \leq x < 9.5\%$ 中的任意數，取概數後都可以記成 9%，取概數後不應該討論捨去前和捨去後的誤差。

理由二：取概數是為了計算方便，如果考慮上述 5 個數中，誰捨去的比率最高，會讓計算的量更大。

方法二：將 1% 加在 32%，因為 32% 最大

先以實際重 100 公斤，甲猜測重 98 公斤；實際重 2 公斤，乙猜測重 1 公斤為例，雖然甲猜測的誤差 2 公斤比乙猜測的誤差 1 公斤大，但是甲猜測的誤差和實際重的比率是 2%，乙猜測的誤差和實際重的比率是 50%，數學上稱誤差和實際重的比率為相對誤差，就相對誤差而言，甲猜測的比較準確。

因為取概數後 32 最大，因此將 1% 加在 32% 處，相對誤差最小，對整體的影響相對比較小。

- 教師在課堂中可以討論如何繪製圓形圖，但不宜過度評量。
- 教師在課堂中可以討論如何利用圓心角繪製圓形圖，但不宜評量。



D-6-2	<p>解題：可能性。從統計圖表資料，回答可能性問題。機率前置經驗。「很有可能」、「很不可能」、「A 比 B 可能」。</p> <p>備註：「A 比 B 可能」限兩者差異大的情況。僅從資料數量的多寡來回答。本條目非古典機率教學（D-9-3）</p>	d-III-2
-------	---	---------

基本學習內容

DC-6-2-1 認識可能性，並預測事件發生機會的大小。

基本學習表現

DCP-6-2-1-1 能認識可能性，並預測事件發生機會的大小。

◎ **基本學習內容 DC-6-2-1 是機率的前置經驗，幫助學生在具體情境中預測事件發生機會的大小，認識事件發生的可能性。**

■ 「機會」的概念是指累積了許多經驗後，當相同的事件發生前，便可透過先前的經驗，預測該事件發生的可能性有多大。經驗愈多，預測正確機會愈大。例如，統計下課鐘聲響後第一個衝出教室的學生性別 100 次，發現有 90 次是男生，10 次是女生，因此可以預測下一次下課鐘聲響，第一個衝出教室的學生是男生的可能性比較大。

第一個衝出教室的學生是男生的可能性比較大，並不表示第一個衝出教室的學生一定是男生。

■ 以「上午是陰天，下午會下雨」與「上午是晴天，下午會下雨」，何者的可能性比較高為例。有兩種判斷的方法：

第一種：依據物理知識來判斷

陰天的濕度比較高，水氣比較重，晴天的濕度比較低，因此上午是陰天時，下午下雨的機會比上午是晴天比較高。

第二種：依據經驗來判斷

我有很多觀察上午是陰天或晴天，下午會不會下雨的經驗，發現上午是陰天時，下午下雨的機會比較大，上午是晴天時，下午下雨的機會比較小。

教師可以順便討論第一種判斷方法，但是教學的重點必須是第二種。



- 本基本學習內容為機率的前置經驗，只要讓學生有經驗即可，教師在課堂中可以討論這些問題，也不宜過度評量。

